



Mạch xoay chiều

Cơ sở lý thuyết mạch điện

Nội dung

- Thông số mạch
- Phần tử mạch
- Mạch một chiều
- **Mạch xoay chiều**
- Mạng hai cửa
- Mạch ba pha
- Quá trình quá độ

Mạch xoay chiều (1)

- Mạch một chiều được dùng cho đến cuối tk.19
- *Định nghĩa mạch xoay chiều*: có nguồn (áp hoặc dòng) kích thích hình sin (hoặc cos)
- Tại sao lại quan tâm đến xoay chiều?
 1. Phổ biến trong tự nhiên
 2. Tín hiệu điện xoay chiều dễ sản xuất & truyền dẫn, được dùng rất phổ biến
 3. Các tín hiệu chu kỳ được phân tích thành tổng của các sóng sin \rightarrow sóng sin đóng vai trò quan trọng trong phân tích tín hiệu chu kỳ
 4. Vi phân & tích phân của sóng sin là các sóng sin \rightarrow dễ tính toán

Mạch xoay chiều (2)

- Nội dung:
 - Sóng sin
 - Phản ứng của các phần tử cơ bản
 - Số phức
 - Biểu diễn sóng sin bằng số phức
 - Phức hoá các phần tử cơ bản
 - Phân tích mạch xoay chiều
 - Công suất trong mạch xoay chiều
 - Hồ cảm
 - Phân tích mạch điện bằng máy tính



Sóng sin (1)

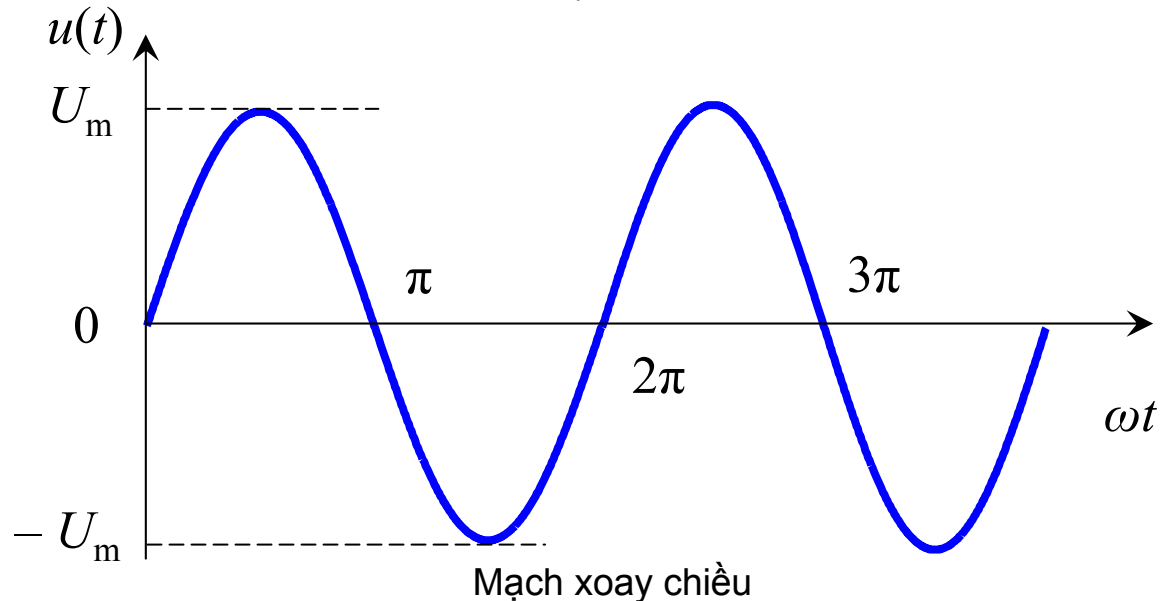
$$u(t) = U_m \sin \omega t$$

– U_m : biên độ của sóng sin

– ω : tần số góc (rad/s)

– ωt : góc

– U : trị hiệu dụng $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$



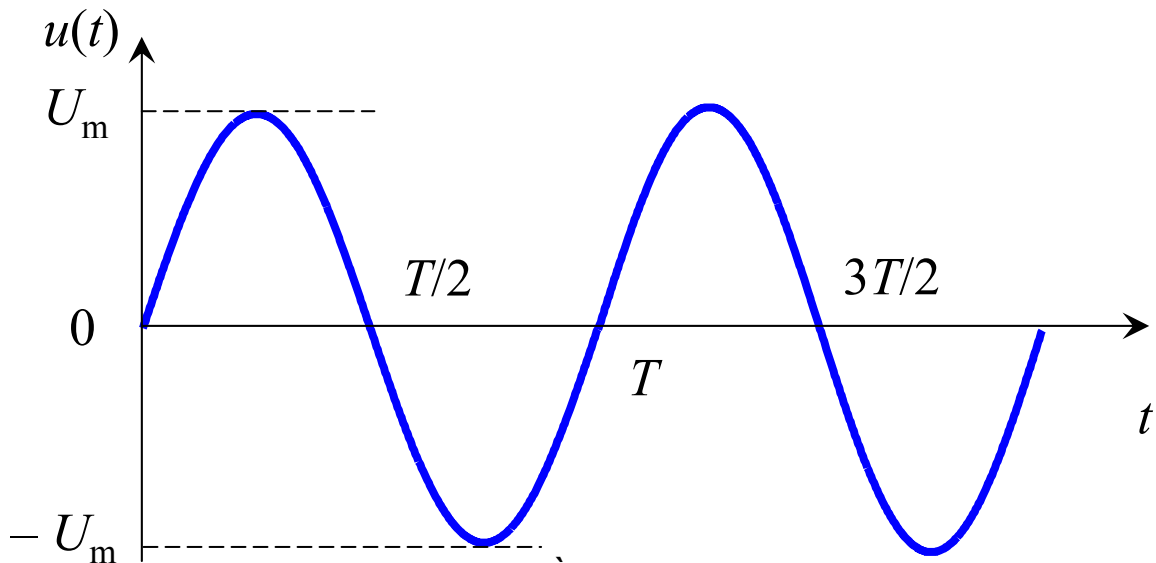
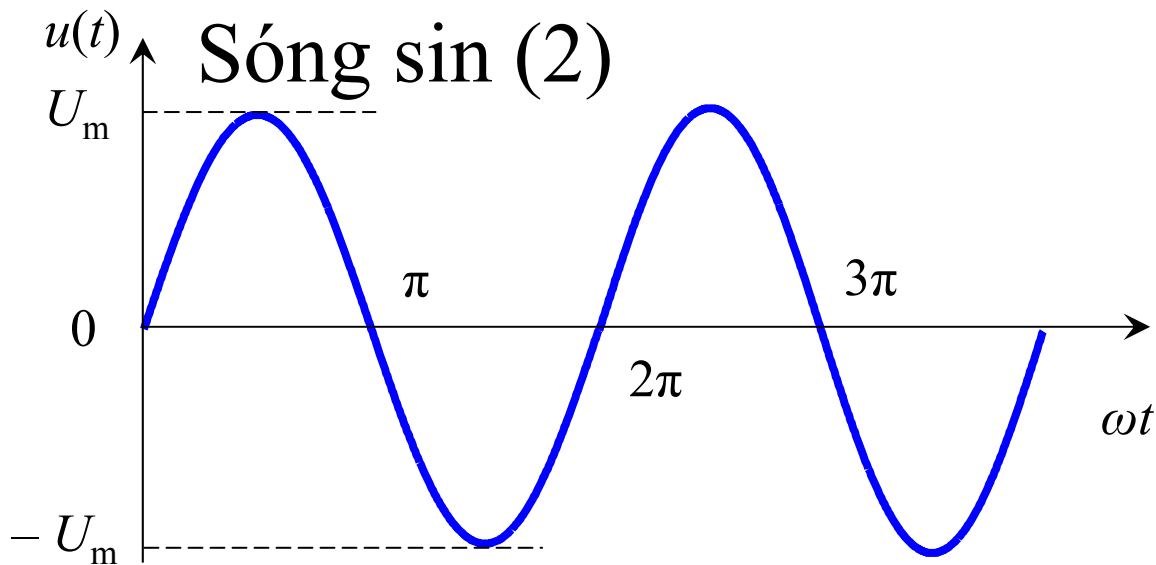


Sóng sin (2)

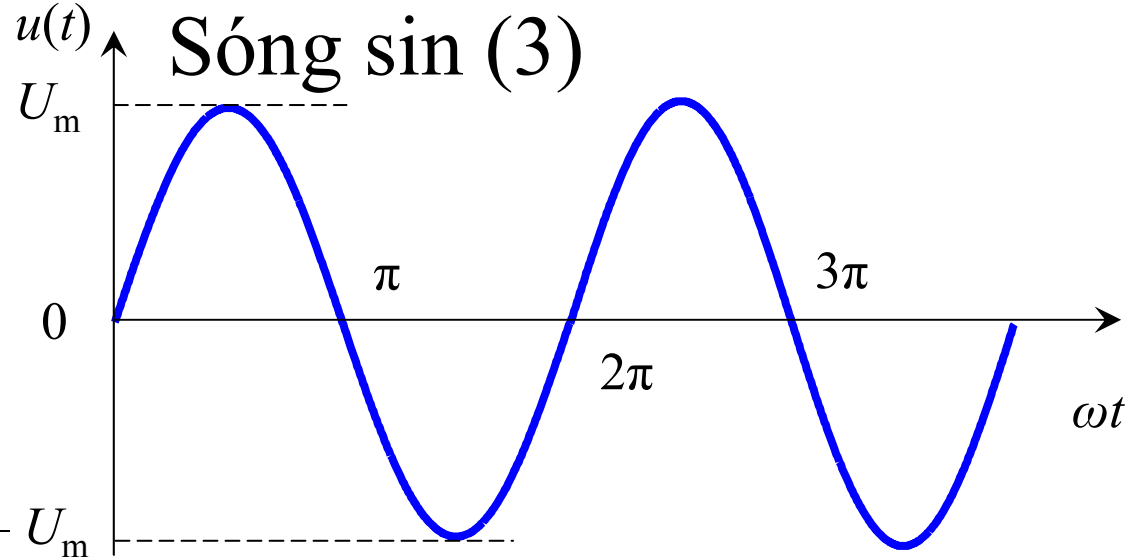
$$\omega T = 2\pi$$



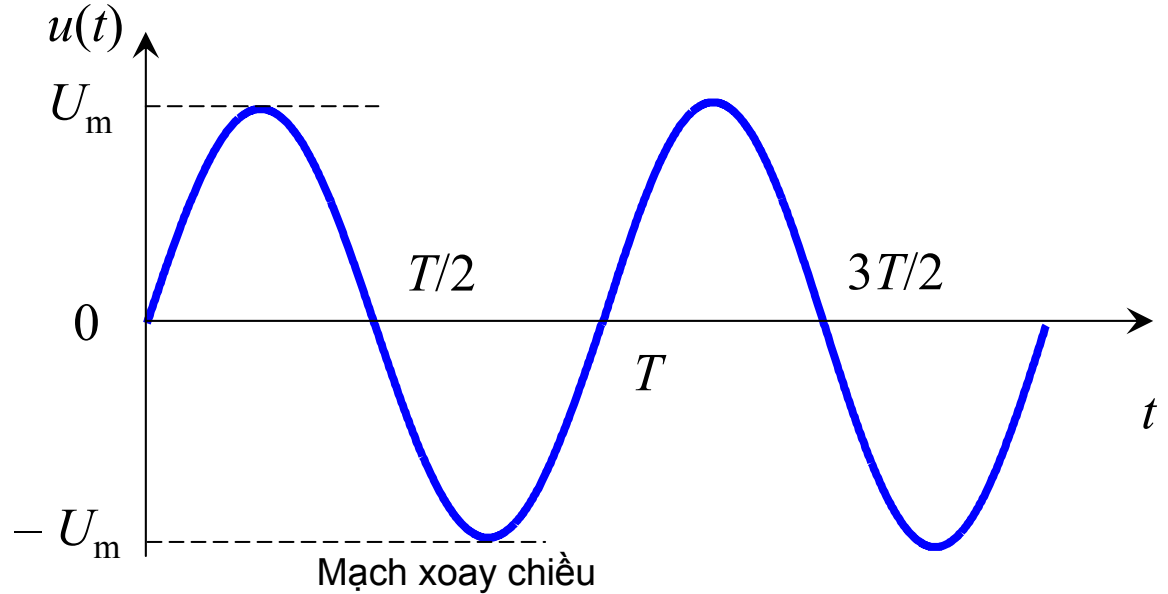
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

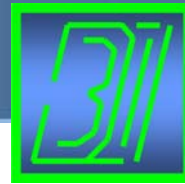


Mạch xoay chiều



$$f = \frac{1}{T}$$

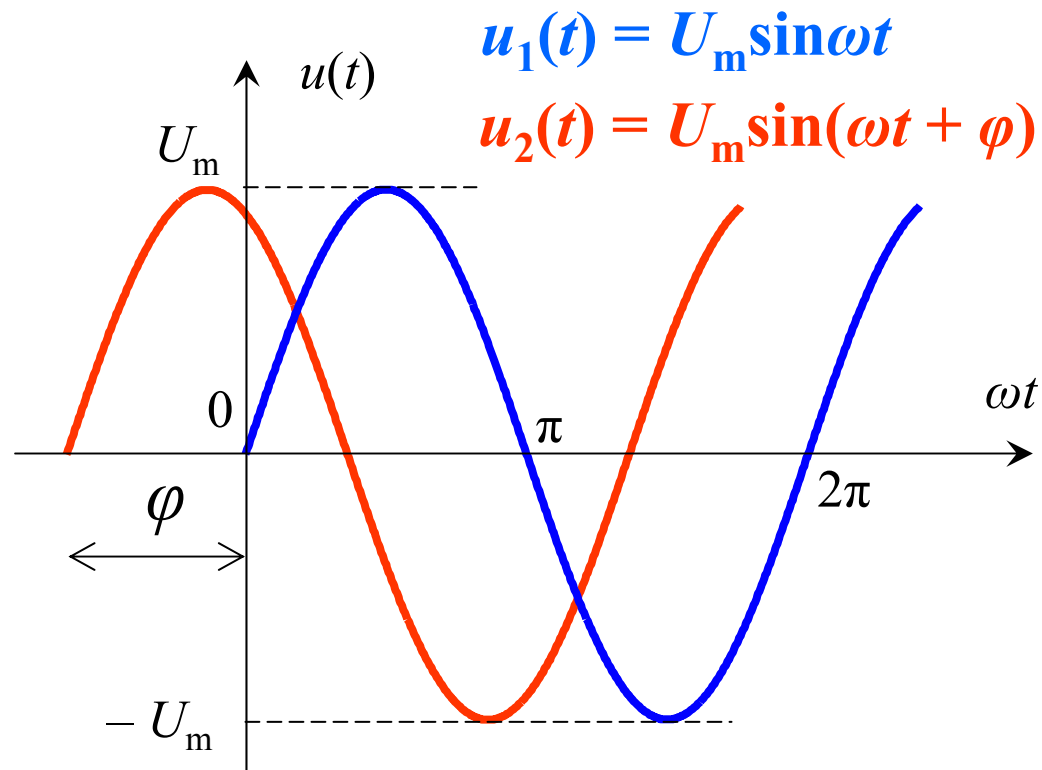




Sóng sin (4)

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

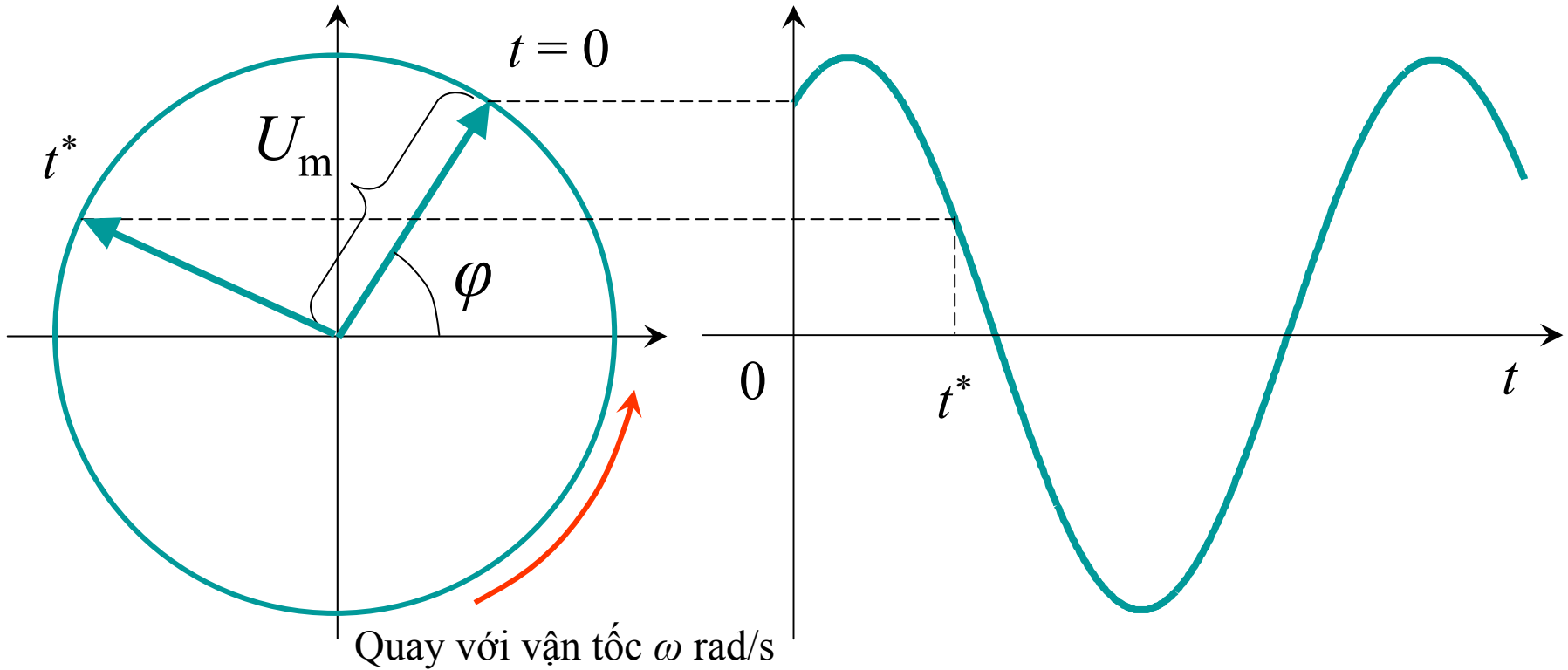
- φ : pha ban đầu
- u_2 sớm pha so với u_1 , hoặc
- u_1 chậm pha so với u_2
- Nếu $\varphi \neq 0 \rightarrow u_1$ lệch pha với u_2
- Nếu $\varphi = 0 \rightarrow u_1$ đồng pha với u_2





Sóng sin (5)

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$



vector_quay_00



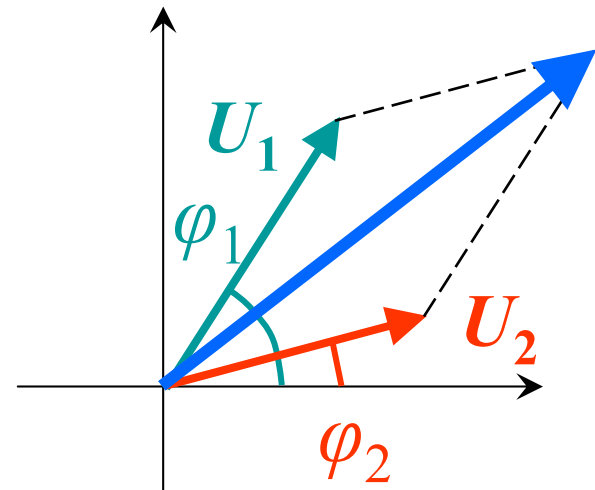
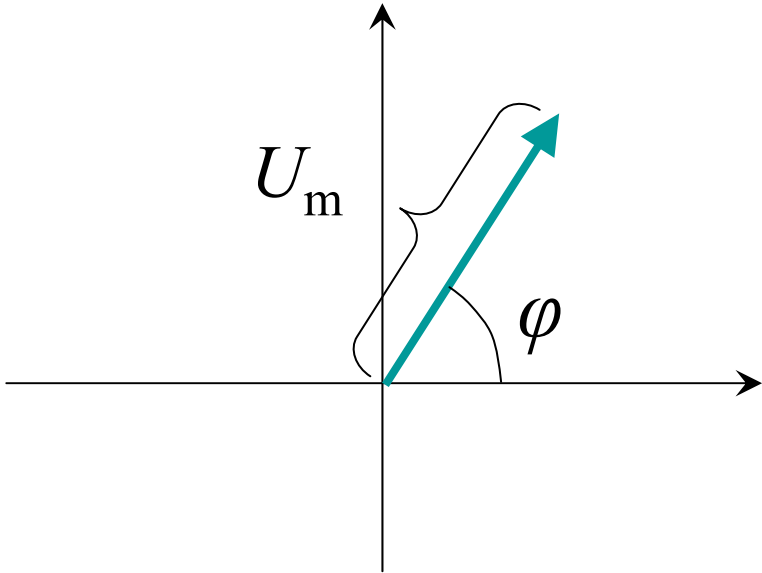
Sóng sin (6)

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$u_1(t) = U_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$u_2(t) = U_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

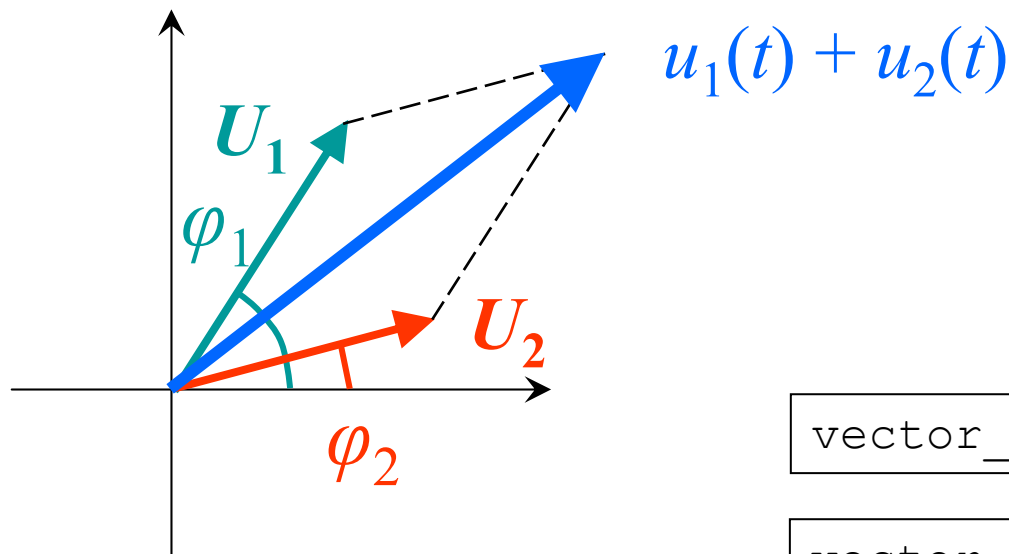
$$u_1(t) + u_2(t)$$



Biên độ & góc pha là đặc trưng của một sóng sin



Sóng sin (7)



vector_quay_01

vector_quay_02

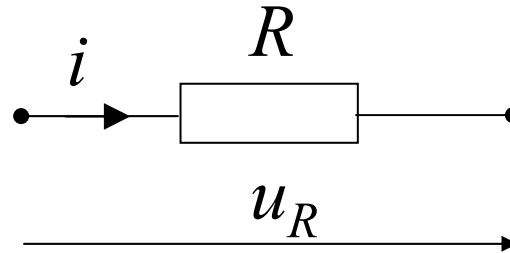
Chú ý: Phép cộng các sóng sin bằng véctơ quay chỉ đúng khi các sóng sin có **cùng** tần số

Mạch xoay chiều

- Sóng sin
- **Phản ứng của các phần tử cơ bản**
- Số phức
- Biểu diễn sóng sin bằng số phức
- Phức hoá các phần tử cơ bản
- Phân tích mạch xoay chiều
- Công suất trong mạch xoay chiều
- Hồ cảm
- Phân tích mạch điện bằng máy tính

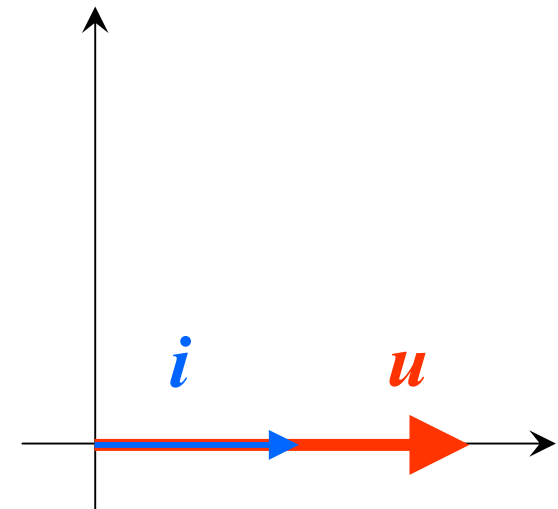


Phản ứng của các phần tử cơ bản (1)



$$\left. \begin{aligned} i &= I_m \sin \omega t \\ u &= Ri \end{aligned} \right\} \rightarrow u = RI_m \sin \omega t$$

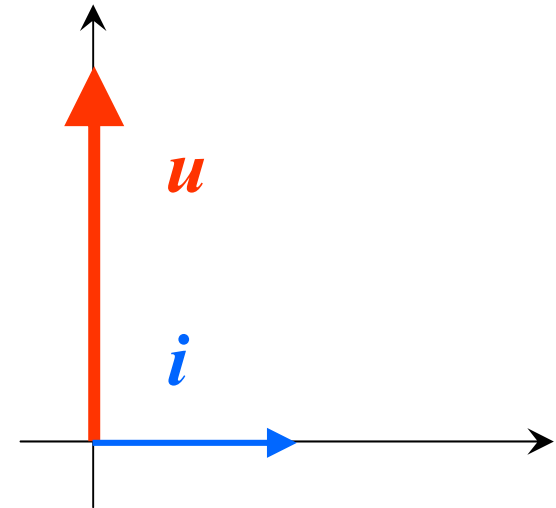
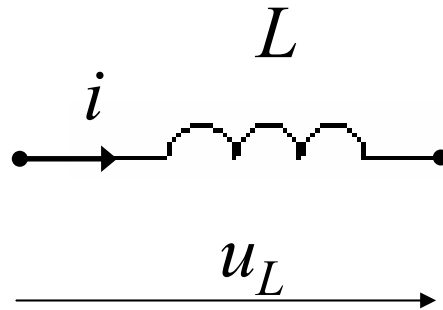
$$= U_{Rm} \sin \omega t$$



$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow u_r = RI_m \sin(\omega t + \varphi)$$



Phản ứng của các phần tử cơ bản (2)



$$i = I_m \sin \omega t$$

$$u = L \frac{di}{dt}$$

$$\rightarrow u = \omega L I_m \cos \omega t$$

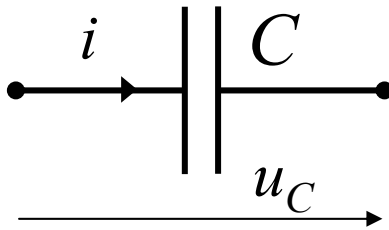
$$= \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$= U_{Lm} \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow u_L = \omega L I_m \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$$



Phản ứng của các phần tử cơ bản (3)

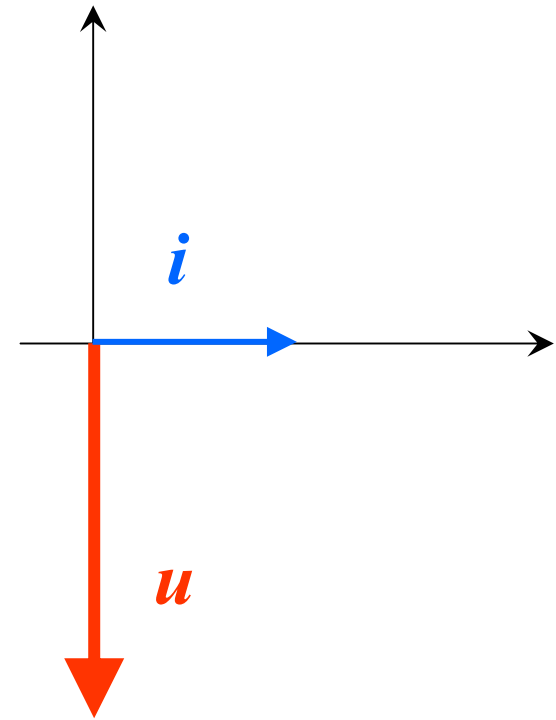


$$i = I_m \sin \omega t$$

$$u = \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

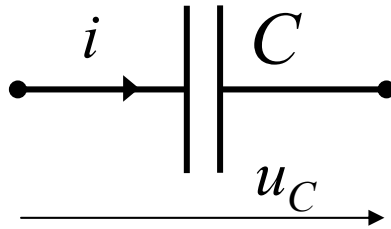
$$= \frac{I_m}{\omega C} \int_0^t \sin(\omega t) d(\omega t) = -\frac{I_m}{\omega C} \cos \omega t \Big|_0^t$$

$$= -\frac{I_m}{\omega C} \cos \omega t = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - 90^\circ) = U_m \sin(\omega t - 90^\circ)$$





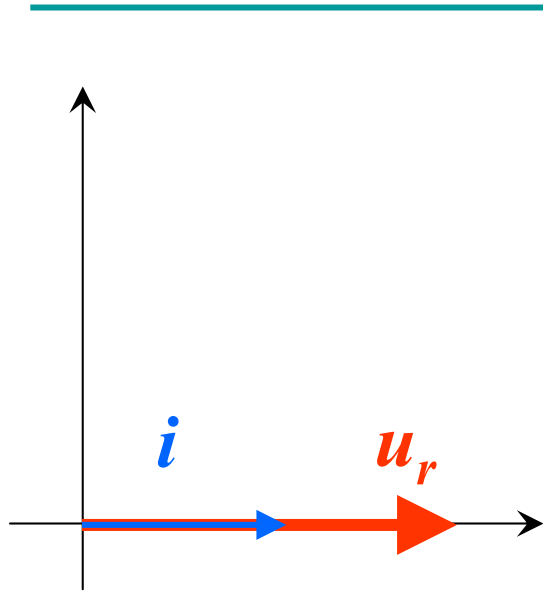
Phản ứng của các phần tử cơ bản (4)



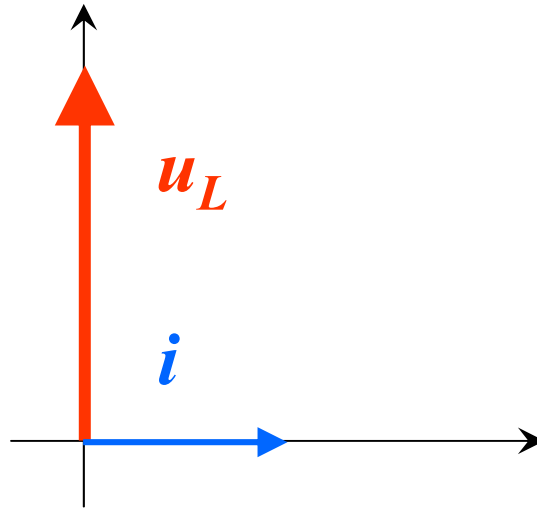
$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow u_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi - 90^\circ)$$

Phản ứng của các phần tử cơ bản (5)

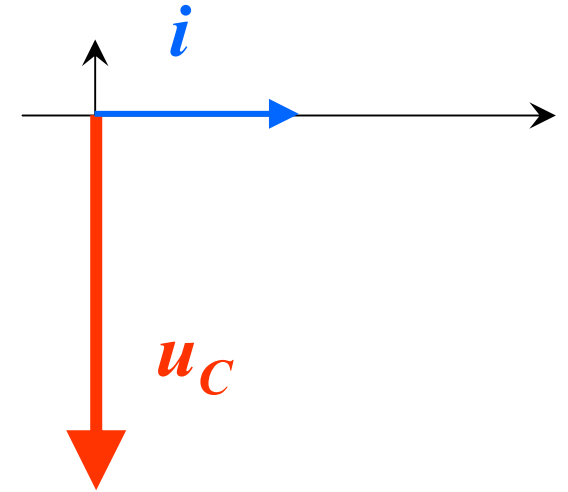
$$i = I_m \sin \omega t$$



$$u_r = RI_m \sin \omega t$$



$$u_L = \omega LI_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

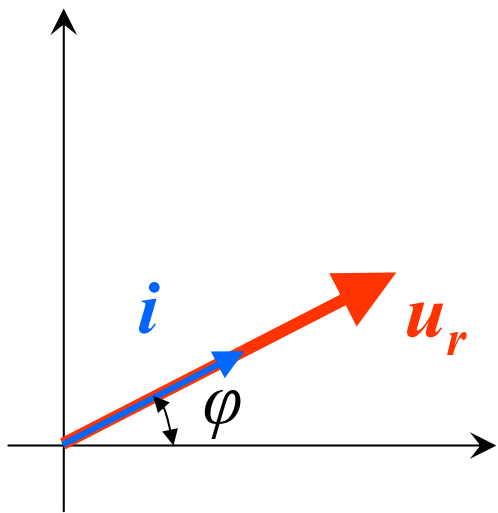


$$u_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - 90^\circ)$$

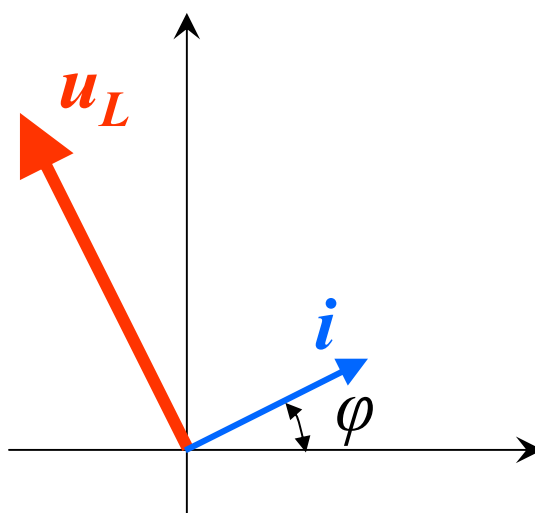


Phản ứng của các phần tử cơ bản (6)

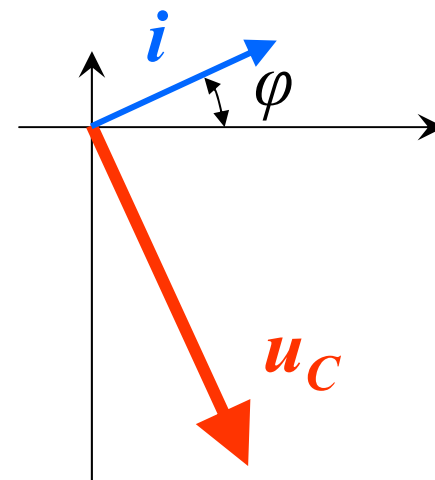
$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$



$$u_r = RI_m \sin(\omega t + \varphi)$$



$$u_L = \omega LI_m \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$$

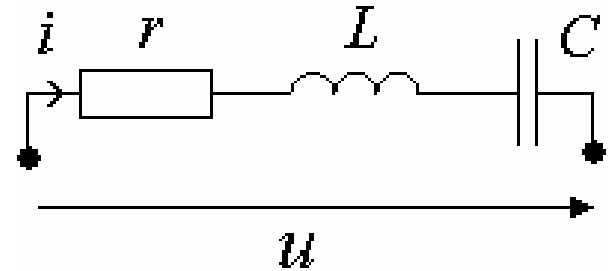


$$u_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi - 90^\circ)$$

VD1 Phản ứng của các phần tử cơ bản (7)

$$i(t) = 5\sin 100t \text{ A}; r = 200 \text{ } \Omega; L = 3 \text{ H};$$

$$C = 20 \text{ } \mu\text{F}; \quad u = ?$$



$$u = u_r + u_L + u_C$$

$$u_r = rI_m \sin \omega t = 200.5 \sin 100t$$

$$u_L = \omega LI_m \sin(\omega t + 90^\circ) = 100.3.5 \sin(100t + 90^\circ)$$

$$u_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - 90^\circ) = \frac{5}{100.2.10^{-5}} \sin(100t - 90^\circ)$$

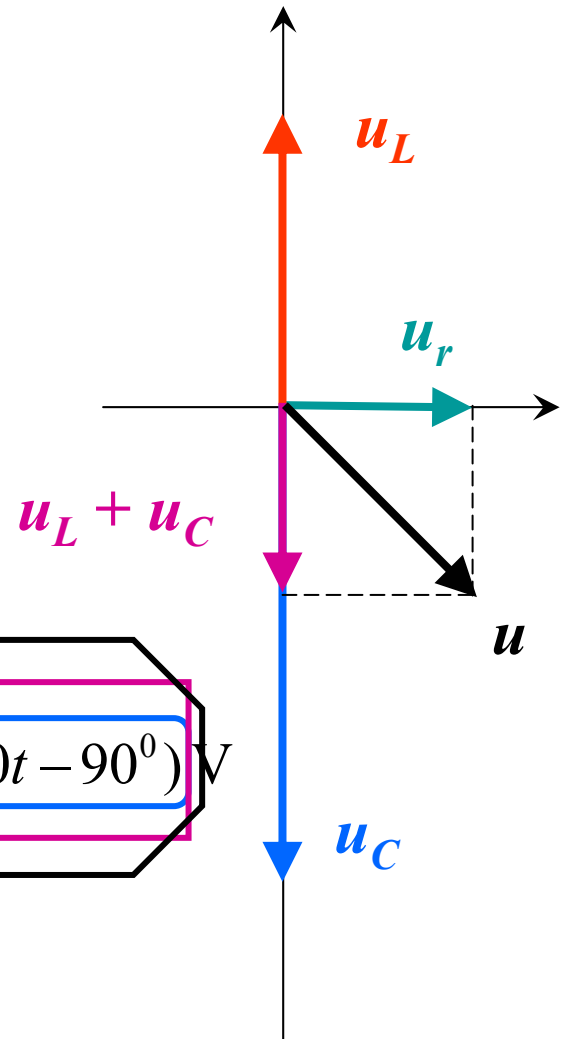
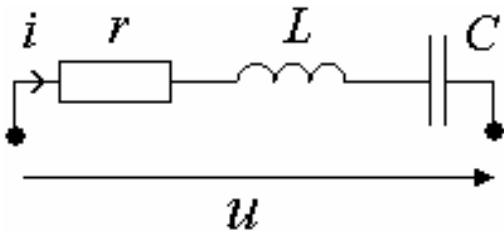
$$\rightarrow u = 1000 \sin 100t + 1500 \sin(100t + 90^\circ) + 2500 \sin(100t - 90^\circ) \text{ V}$$



VD1 Phản ứng của các phần tử cơ bản (8)

$$i(t) = 5\sin 100t \text{ A}; r = 200 \Omega; L = 3 \text{ H};$$

$$C = 20 \mu\text{F}; \quad u = ?$$

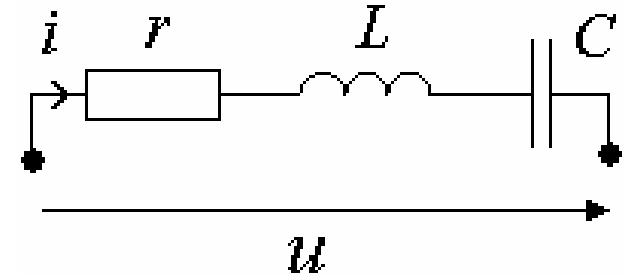
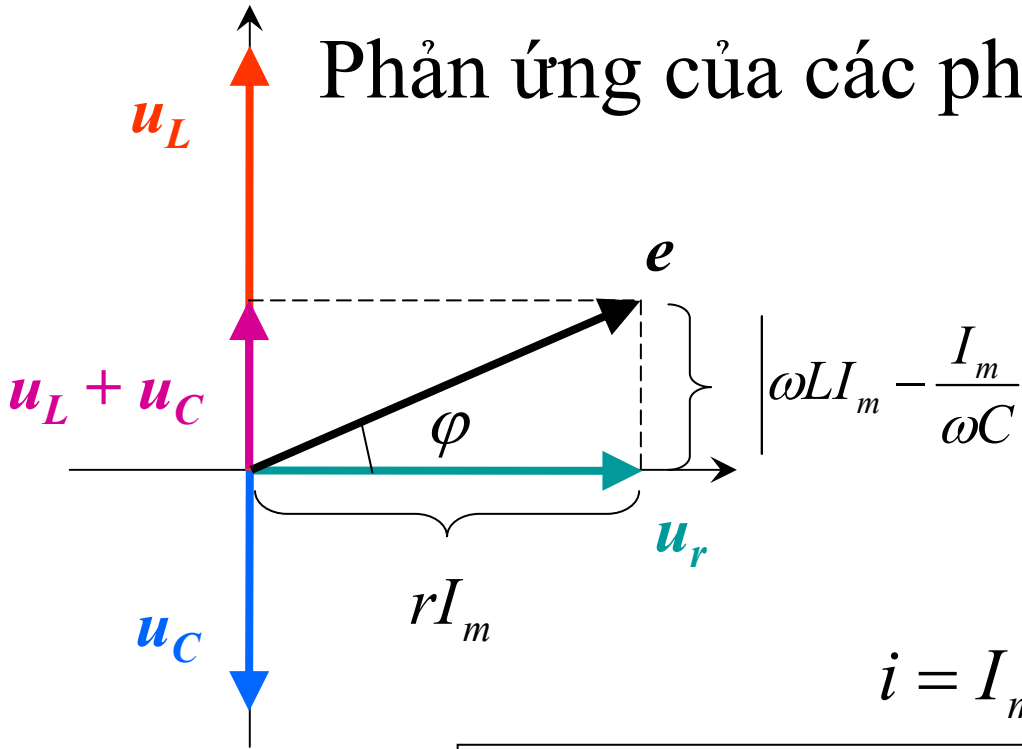


$$u = 1000 \sin 100t + 1500 \sin(100t + 90^\circ) + 2500 \sin(100t - 90^\circ) \text{ V}$$

$$= 1000\sqrt{2} \sin(100t - 45^\circ) \text{ V}$$



Phản ứng của các phần tử cơ bản (9)



$$i = I_m \sin \omega t$$

$$\rightarrow u = \sqrt{(rI_m)^2 + \left(\omega LI_m - \frac{I_m}{\omega C} \right)^2} \sin(\omega t + \varphi)$$

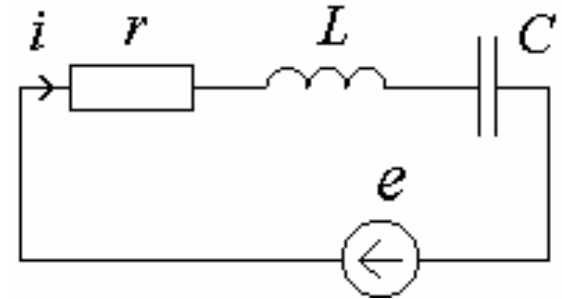
$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}$$



VD2 Phản ứng của các phần tử cơ bản (10)

$$e(t) = 100\sin 100t \text{ V}; r = 200 \Omega; L = 3 \text{ H};$$

$$C = 20 \mu\text{F}; \quad i = ?$$

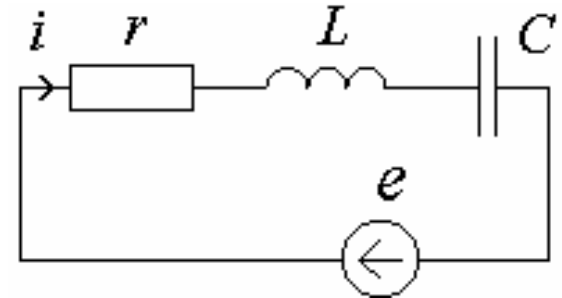


$$\left. \begin{aligned} u_r + u_L + u_C &= e \\ u_r &= ri \\ u_L &= Li' \\ u_C &= \frac{1}{C} \int idt \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \rightarrow ri + Li' + \frac{1}{C} \int idt &= e \\ \rightarrow ri' + Li'' + \frac{i}{C} &= e' = 100 \cdot 100 \cos 100t \\ &= 10^4 \cos 100t \\ \rightarrow i &= I_m \sin(100t + \varphi) \end{aligned}$$



VD2 Phản ứng của các phần tử cơ bản (11)

$$e(t) = 100\sin 100t \text{ V}; r = 200 \Omega; L = 3 \text{ H}; \\ C = 20 \mu\text{F}; \quad i = ?$$



$$i = I_m \sin(100t + \varphi)$$

$$u_r = rI_m \sin(100t + \varphi)$$

$$u_L = \omega LI_m \sin(100t + \varphi + 90^\circ)$$

$$u_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(100t + \varphi - 90^\circ)$$

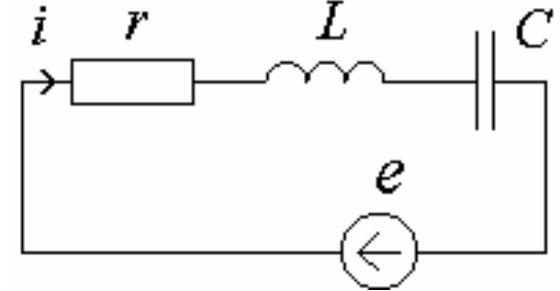
$$u_r + u_L + u_C = e$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow rI_m \sin(100t + \varphi) + \\ &+ \omega LI_m \sin(100t + \varphi + 90^\circ) + \\ &+ \frac{I_m}{\omega C} \sin(100t + \varphi - 90^\circ) = \\ &= 100 \sin 100t \end{aligned}$$



VD2 Phản ứng của các phần tử cơ bản (12)

$$e(t) = 100\sin 100t \text{ V}; r = 200 \Omega; L = 3 \text{ H}; \\ C = 20 \mu\text{F}; \quad i = ?$$



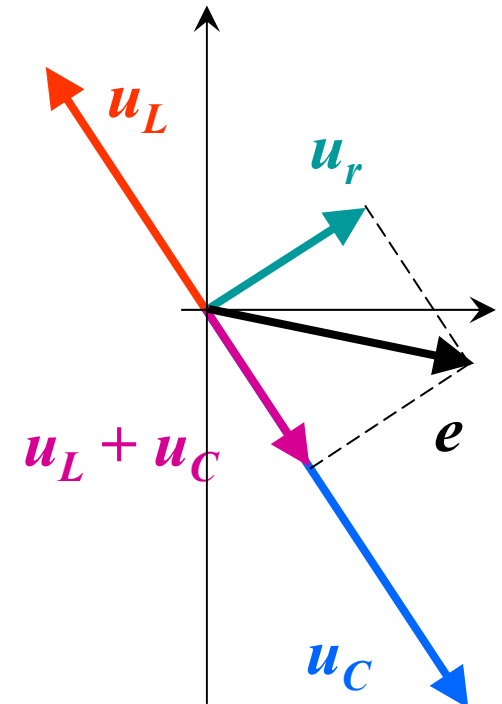
$$rI_m \sin(100t + \varphi) + \omega LI_m \sin(100t + \varphi + 90^\circ) + \frac{I_m}{\omega C} \sin(100t + \varphi - 90^\circ) = 100 \sin 100t$$

$$\rightarrow 200I_m \sin(100t + \varphi) + 300I_m \sin(100t + \varphi + 90^\circ) + \\ + 500I_m \sin(100t + \varphi - 90^\circ) = 100 \sin 100t$$

$$\rightarrow (200I_m)^2 + (300I_m - 500I_m)^2 = 100^2$$

$$\rightarrow I_m = 1/\sqrt{8} = 0,35 \text{ A}$$

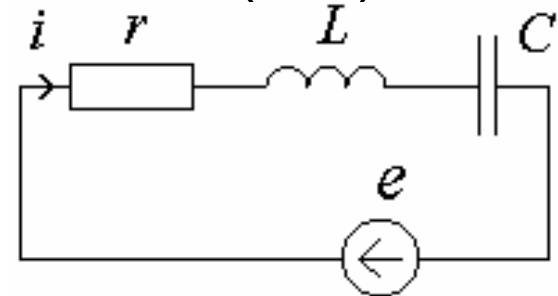
$$\rightarrow i = 0,35 \sin(100t + \varphi) \text{ A}$$





VD2 Phản ứng của các phần tử cơ bản (13)

$$e(t) = 100\sin 100t \text{ V}; r = 200 \Omega; L = 3 \text{ H}; \\ C = 20 \mu\text{F}; \quad i = ?$$

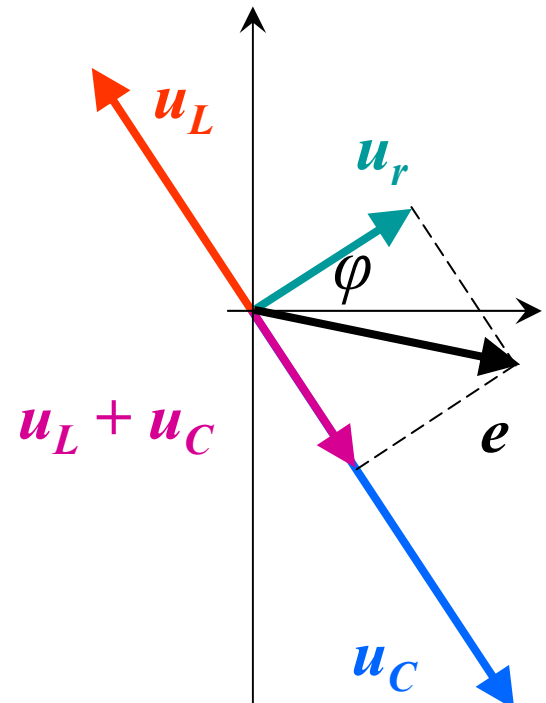


$$rI_m \sin(100t + \varphi) + \omega LI_m \sin(100t + \varphi + 90^\circ) + \frac{I_m}{\omega C} \sin(100t + \varphi - 90^\circ) = 100 \sin 100t$$

$$\rightarrow 200I_m \sin(100t + \varphi) + 300I_m \sin(100t + \varphi + 90^\circ) + \\ + 500I_m \sin(100t + \varphi - 90^\circ) = 100 \sin 100t$$

$$\rightarrow \varphi = \arctg \frac{500I_m - 300I_m}{200I_m} = \arctg 1 = 45^\circ$$

$$\rightarrow i = 0,35 \sin(100t + 45^\circ) \text{ A}$$

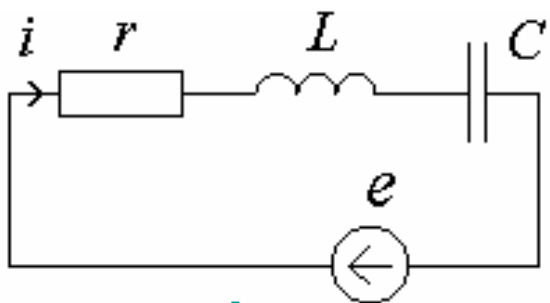




VD2 Phản ứng của các phần tử cơ bản (14)

$$e(t) = 100\sin 100t \text{ V}; r = 200 \Omega; L = 3 \text{ H};$$

$$C = 20 \mu\text{F}; \quad i = ?$$

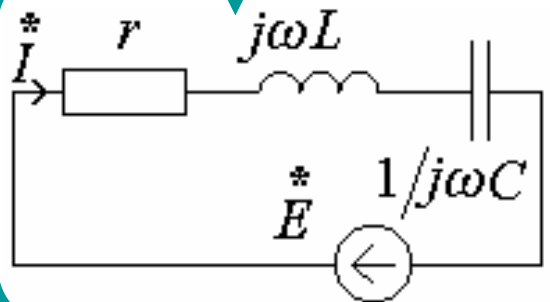


$$ri + Li' + \frac{1}{C} \int idt = e$$

$$\rightarrow i = I_m \sin(100t + \varphi)$$

Biểu diễn véctor

$$\rightarrow i = 0,35 \sin(100t + 45^\circ) \text{ A}$$

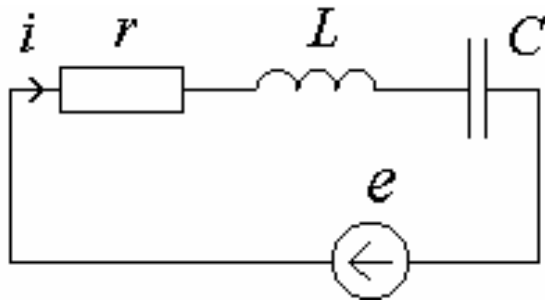


$$r\dot{I} + j100L\dot{I} + \frac{\dot{I}}{j100C} = \dot{E}$$

$$\rightarrow \dot{I} = \frac{\dot{E}}{r + j100L + \frac{1}{j100C}} \rightarrow i = 0,35 \sin(100t + 45^\circ) \text{ A}$$



Mạch xoay chiều

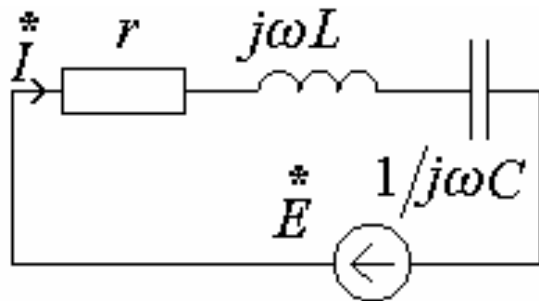


$$\rightarrow ri + Li' + \frac{1}{C} \int idt = e$$

(phương trình vi phân)



(dùng **số phức** để phức hoá mạch điện xoay chiều)



$$\rightarrow r\dot{I} + j\omega L\dot{I} - \frac{\dot{I}}{j\omega C} = \dot{E}$$

(phương trình đại số tuyến tính phức)

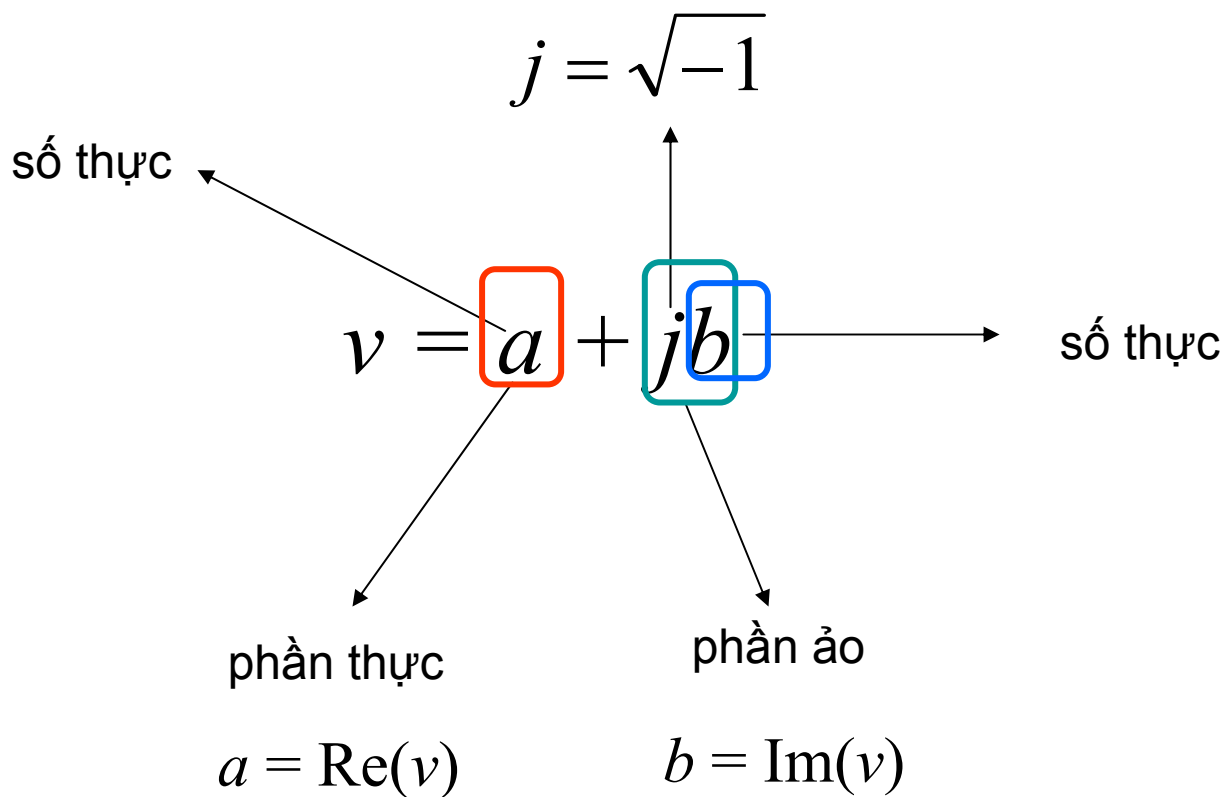
- Một mạch điện xoay chiều có thể được mô hình hoá bằng một (hệ) phương trình vi (tích) phân
- Để phân tích mạch điện chúng ta phải giải (hệ) phương trình vi (tích) phân
- Nếu có thể chuyển việc giải phương trình vi (tích phân) về việc giải phương trình đại số tuyến tính thì nói chung việc phân tích mạch điện sẽ đơn giản hơn
- → dùng số phức để phức hoá mạch điện
- từ mạch điện phức hoá → (hệ) phương trình đại số tuyến tính phức)
- → dùng số phức để đơn giản hoá việc phân tích mạch điện xoay chiều

Mạch xoay chiều

- Sóng sin
- Phản ứng của các phần tử cơ bản
- **Số phức**
- Biểu diễn sóng sin bằng số phức
- Phức hoá các phần tử cơ bản
- Phân tích mạch xoay chiều
- Công suất trong mạch xoay chiều
- Hồ cảm
- Phân tích mạch điện bằng máy tính



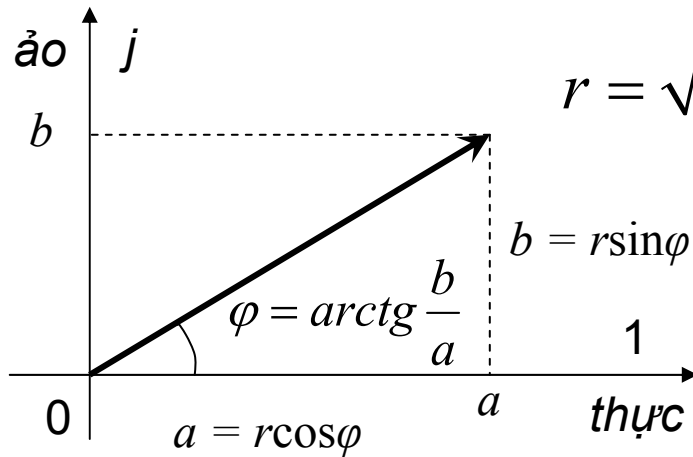
Số phức (1)





Số phức (2)

$$v = a + jb$$



$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = |v|$$

Mô đun của số phức v

$$a + jb \quad \leftrightarrow \quad \underline{r/\varphi} \quad \leftrightarrow \quad re^{j\varphi}$$

$$e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi \text{ (ct. Euler)}$$

Số phức (3)

$$(a + jb) + (c + jd) = (a + c) + j(b + d)$$

$$(a + jb) - (c + jd) = (a - c) + j(b - d)$$

$$(a + jb)(c + jd) = ac + jbc + jad + j^2bd = (ac - bd) + j(bc + ad)$$

$$\frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{ac + jbc - jad - j^2bd}{c^2 - (jd)^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + j \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}$$

Số phức (4)

$$(a + jb)(c + jd) = ac + jbc + jad + j^2bd = (ac - bd) + j(bc + ad)$$

$$\frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{ac + jbc - jad - j^2bd}{c^2 - (jd)^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + j \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}$$

$$\left. \begin{aligned} a + jb &\leftrightarrow r_1 / \varphi_1 \\ c + jd &\leftrightarrow r_2 / \varphi_2 \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{aligned} (a + jb)(c + jd) &\leftrightarrow \boxed{(r_1 / \varphi_1)(r_2 / \varphi_2) = (r_1 r_2) / \varphi_1 + \varphi_2} \\ \frac{a + jb}{c + jd} &\leftrightarrow \boxed{\frac{r_1 / \varphi_1}{r_2 / \varphi_2} = \frac{r_1}{r_2} / \varphi_1 - \varphi_2} \end{aligned} \right.$$

Số phức (5)

$$\frac{1}{\underline{r/\varphi}} = \frac{1}{r} \underline{/ -\varphi}$$

$$(\underline{r/\varphi})^2 = (r)^2 \underline{/ 2\varphi}$$

$$\sqrt{\underline{r/\varphi}} = \sqrt{r} \underline{/ \varphi / 2}$$

$$v = a + jb = \underline{r/\varphi}$$

→ Liên hợp phức của v : $v = \hat{v} = a - jb = \underline{r / -\varphi} = r e^{-j\varphi}$



Số phức (6)

- Cho

$$x = 3 + j4$$

$$y = 5 - j6$$

- Tính:

$$x + y$$

$$x - y$$

$$xy$$

$$x/y$$

$$x^2$$

$$\sqrt{x}$$

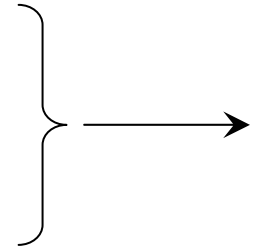
Liên hợp phức

Mạch xoay chiều

- Sóng sin
- Phản ứng của các phần tử cơ bản
- Số phức
- **Biểu diễn sóng sin bằng số phức**
- Phức hoá các phần tử cơ bản
- Phân tích mạch xoay chiều
- Công suất trong mạch xoay chiều
- Hồ cảm
- Phân tích mạch điện bằng máy tính

Biểu diễn sóng sin bằng số phức (1)

Bán kính & góc pha biểu diễn được một số phức
Biên độ & góc pha biểu diễn được một sóng sin



→ Dùng số phức để biểu diễn sóng sin

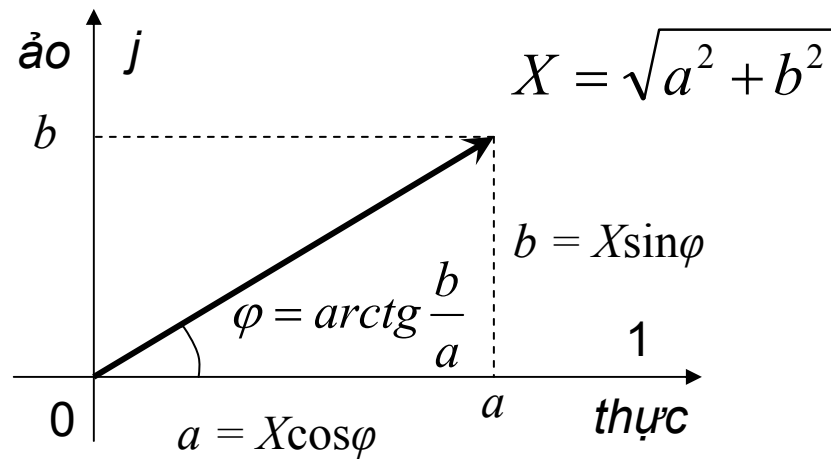
$$x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi) = X \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \leftrightarrow \dot{X} = X / \underline{\varphi}$$

$$x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi) \leftrightarrow \dot{X} = X / \underline{\varphi}$$



Biểu diễn sóng sin bằng số phức (2)

$$x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi) \leftrightarrow \dot{X} = X \underline{\underline{\varphi}} = a + jb$$



Biểu diễn sóng sin bằng số phức (3)

- Ví dụ 1:

$$4\sin(20t + 40^\circ) \quad \leftrightarrow \quad ?$$

$$6\sin(314t - 120^\circ) \quad \leftrightarrow \quad ?$$

$$-5\cos(100t + 20^\circ) \quad \leftrightarrow \quad ?$$

$$3 + j4 \quad \leftrightarrow \quad ?$$

$$\underline{12/30^\circ} \quad \leftrightarrow \quad ?$$

$$\underline{-24/60^\circ} \quad \leftrightarrow \quad ?$$

Biểu diễn sóng sin bằng số phức (4)

- Ví dụ 2:
- Cho

$$i_1(t) = 4\sin(\omega t + 30^\circ) \text{ A}$$

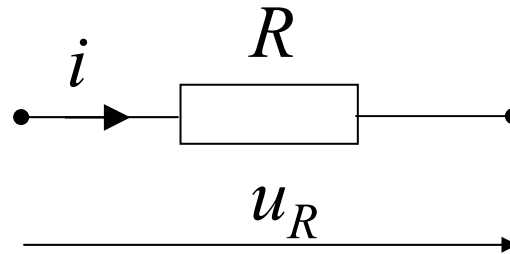
$$i_2(t) = 5\sin(\omega t - 30^\circ) \text{ A}$$
- Tính $i_1(t) + i_2(t) ?$

Mạch xoay chiều

- Sóng sin
- Phản ứng của các phần tử cơ bản
- Số phức
- Biểu diễn sóng sin bằng số phức
- **Phức hoá các phần tử cơ bản**
- Phân tích mạch xoay chiều
- Công suất trong mạch xoay chiều
- Hồ cảm
- Phân tích mạch điện bằng máy tính



Phức hoá các phần tử cơ bản (1)



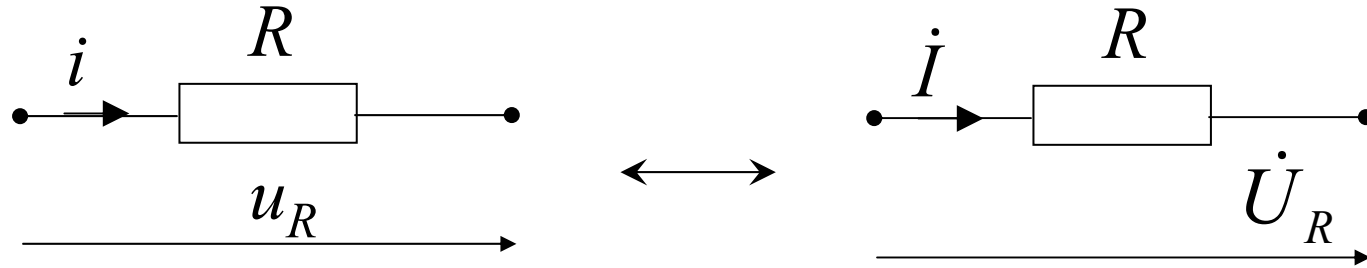
$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow u_r = RI_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$i \leftrightarrow \underline{\dot{I}} = I / \varphi$$

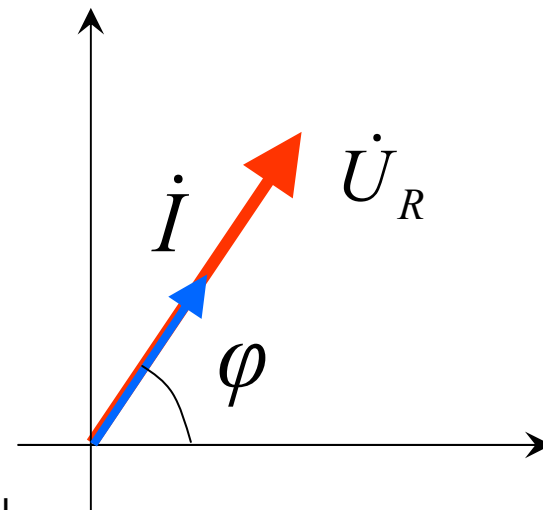
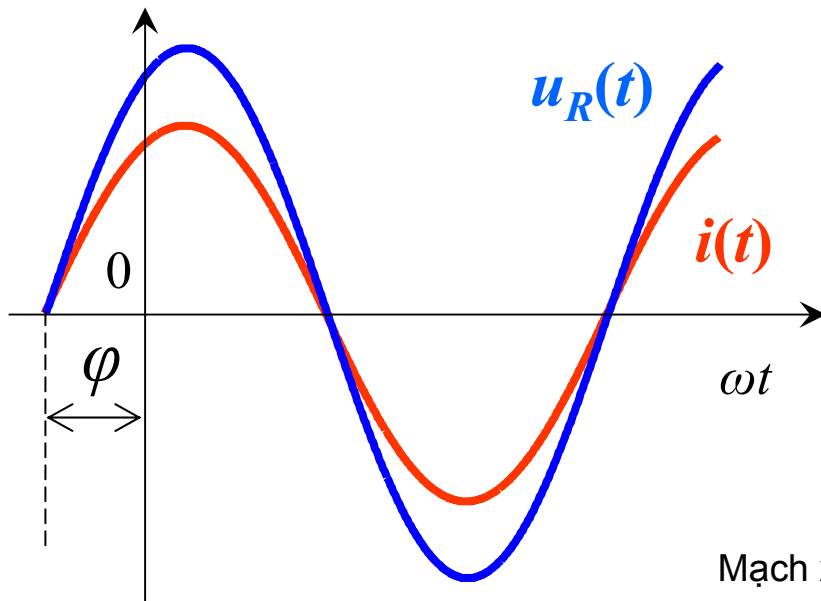
$$\rightarrow \underline{\dot{U}}_R = RI / \varphi = R \underline{\dot{I}}$$



Phức hoá các phần tử cơ bản (2)

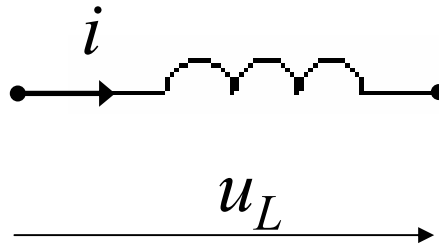


$$u_R = RI_m \sin(\omega t + \varphi) \leftrightarrow \dot{U}_R = RI \angle \varphi = RI$$



Mạch xoay chiều

Phức hoá các phần tử cơ bản (3)



$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow u_L = \omega L I_m \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$$

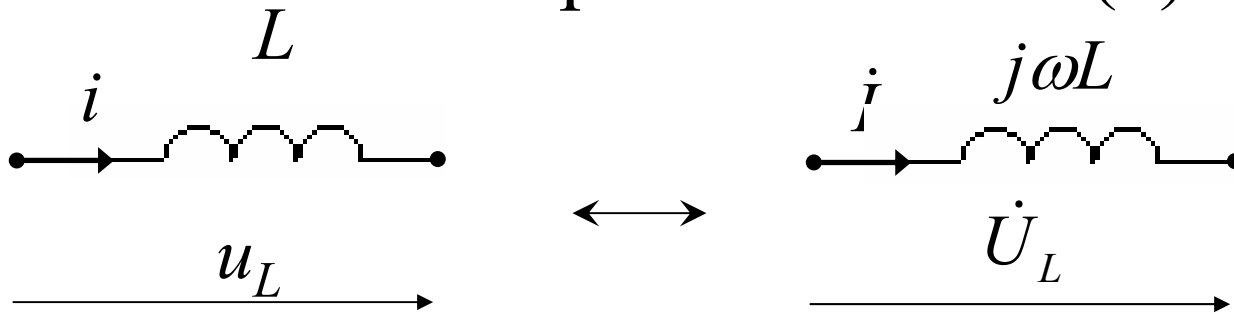
$$\underline{r/\varphi} \leftrightarrow r e^{j\varphi} \rightarrow \omega L I_m \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ) \leftrightarrow \dot{U}_L = \omega L I e^{j(\varphi+90^\circ)}$$

$$\left. \begin{aligned} \omega L I e^{j(\varphi+90^\circ)} &= \omega L I e^{j\varphi} e^{j90^\circ} \\ I e^{j\varphi} &= \underline{I/\varphi} \end{aligned} \right\} \rightarrow \omega L I e^{j(\varphi+90^\circ)} = \omega L \left(\underline{I/\varphi} \right) e^{j90^\circ} \left. \vphantom{\begin{aligned} \omega L I e^{j(\varphi+90^\circ)} &= \omega L I e^{j\varphi} e^{j90^\circ} \\ I e^{j\varphi} &= \underline{I/\varphi} \end{aligned}} \right\} \rightarrow$$

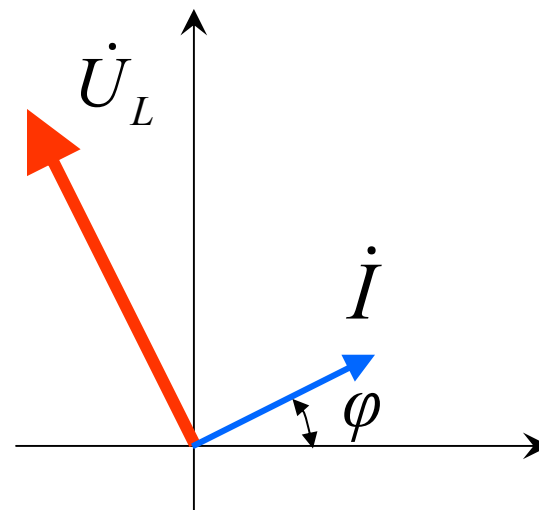
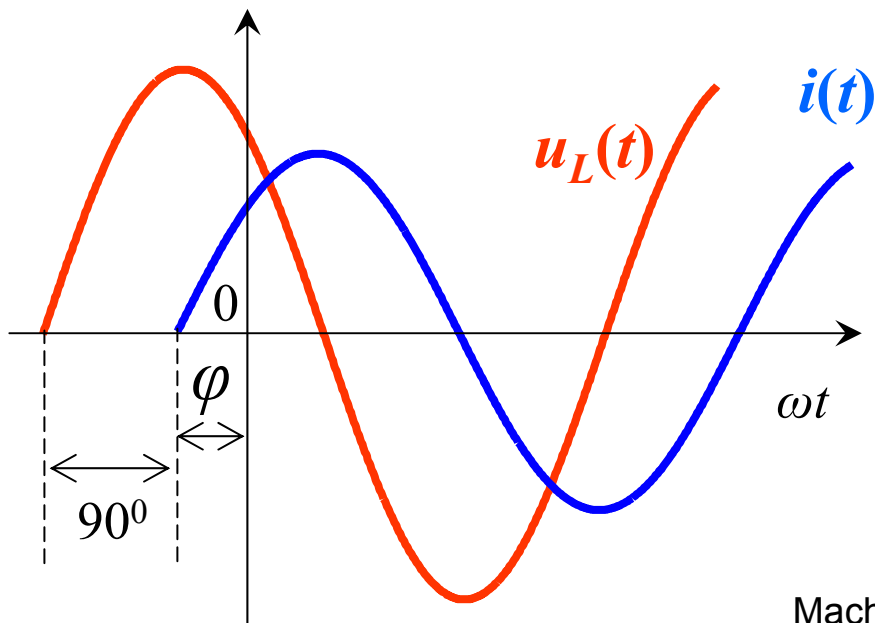
$$\rightarrow \dot{U}_L = j\omega L \underline{I/\varphi} = j\omega L \dot{I}$$



Phức hoá các phần tử cơ bản (4)



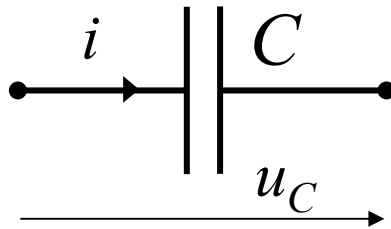
$$u_L = \omega L I_m \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ) \leftrightarrow \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}$$



Mạch xoay chiều



Phức hoá các phần tử cơ bản (5)



$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow u_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi - 90^\circ)$$

$$r \angle \varphi \leftrightarrow r e^{j\varphi} \rightarrow \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi - 90^\circ) \leftrightarrow \dot{U}_C = \frac{I}{\omega C} e^{j(\varphi - 90^\circ)}$$

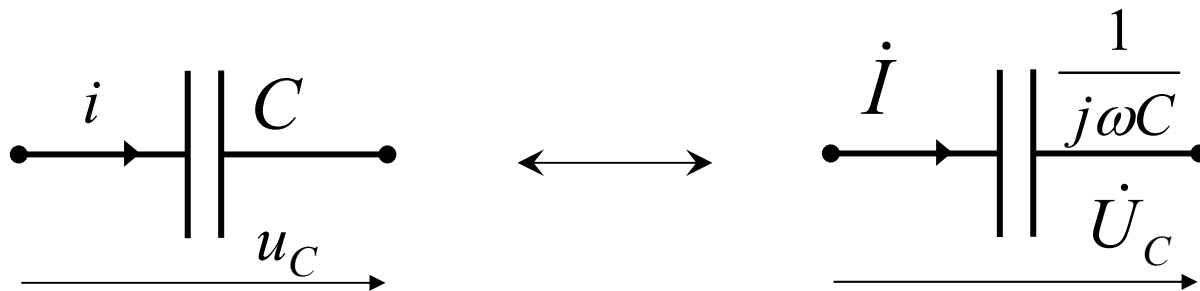
$$\left. \begin{aligned} \frac{I}{\omega C} e^{j(\varphi - 90^\circ)} &= \frac{1}{\omega C} I e^{j\varphi} e^{-j90^\circ} \\ I e^{j\varphi} &= \underline{I/\varphi} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{I}{\omega C} e^{j(\varphi - 90^\circ)} = \frac{\underline{I/\varphi}}{\omega C} e^{-j90^\circ} \left. \begin{aligned} &= -j = \frac{1}{j} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \dot{U}_C = \frac{\underline{I/\varphi}}{j\omega C} = \frac{\underline{i}}{j\omega C}$$

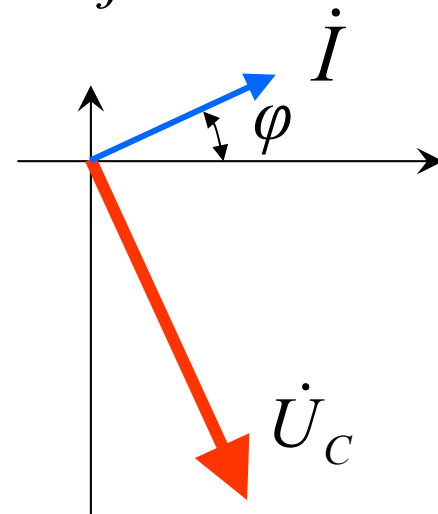
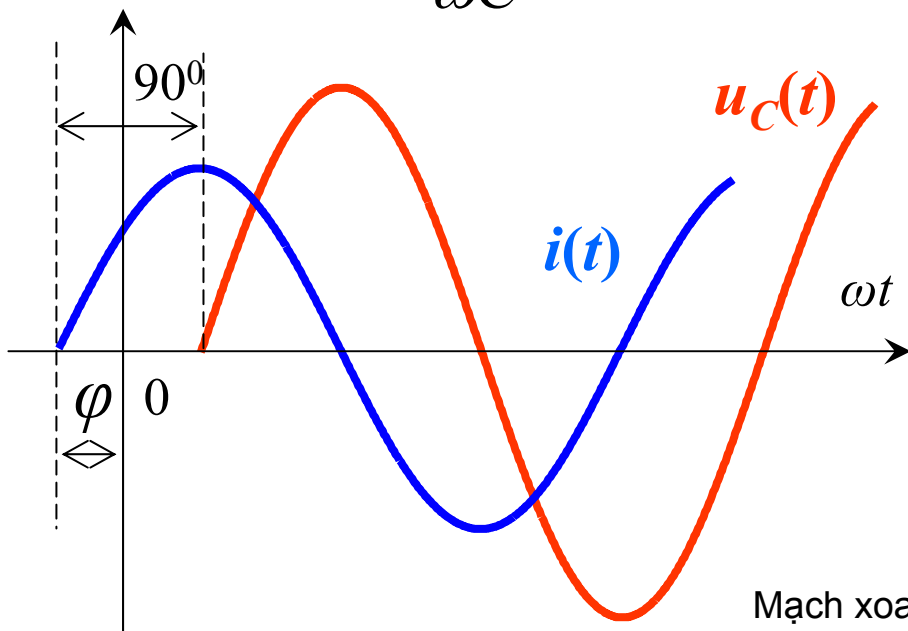
Mạch xoay chiều



Phức hoá các phần tử cơ bản (6)



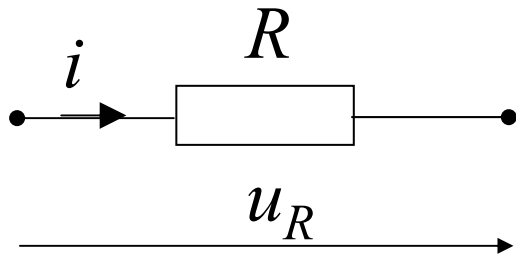
$$u_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi - 90^\circ) \leftrightarrow \dot{U}_C = \frac{\dot{I}}{j\omega C}$$



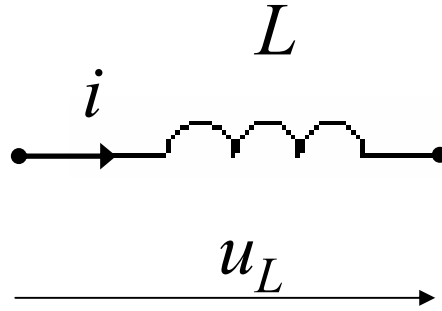
Mạch xoay chiều



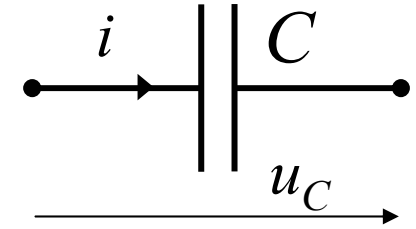
Phức hoá các phần tử cơ bản (7)



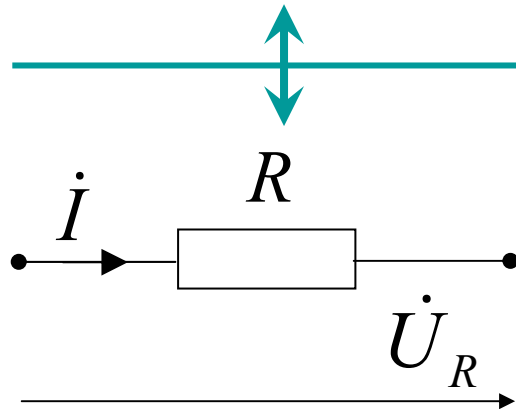
$$u_r = RI_m \sin(\omega t + \varphi)$$



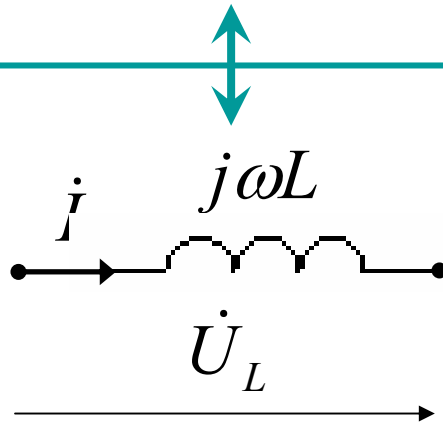
$$u_L = \omega LI_m \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$$



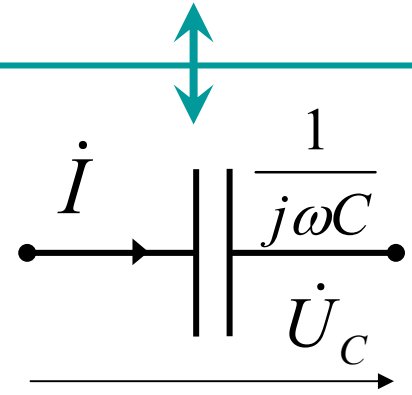
$$u_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi - 90^\circ)$$



$$\dot{U}_R = R\dot{I}$$



$$\dot{U}_L = j\omega L\dot{I}$$

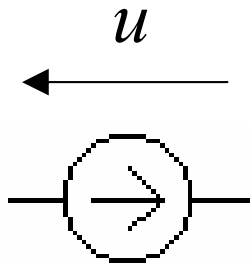


$$\dot{U}_C = \frac{\dot{I}}{j\omega C}$$

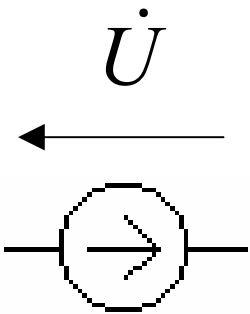
Mạch xoay chiều



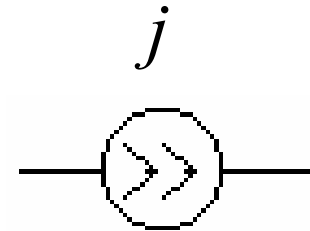
Phức hoá các phần tử cơ bản (8)



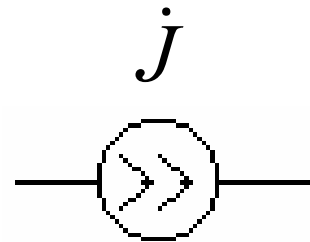
$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$



$$\dot{U} = U / \underline{\varphi}$$



$$j = J_m \sin(\omega t + \varphi)$$



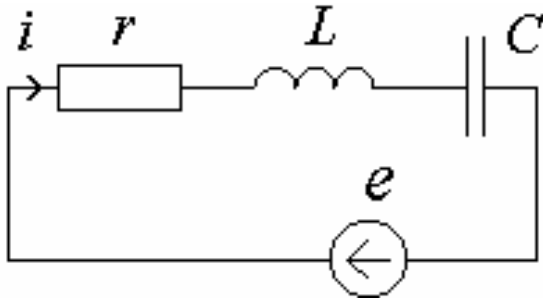
$$\dot{J} = J / \underline{\varphi}$$

Mạch xoay chiều

- Sóng sin
- Phản ứng của các phần tử cơ bản
- Số phức
- Biểu diễn sóng sin bằng số phức
- Phức hoá các phần tử cơ bản
- **Phân tích mạch xoay chiều**
- Công suất trong mạch xoay chiều
- Hồ cảm
- Phân tích mạch điện bằng máy tính



Mạch xoay chiều

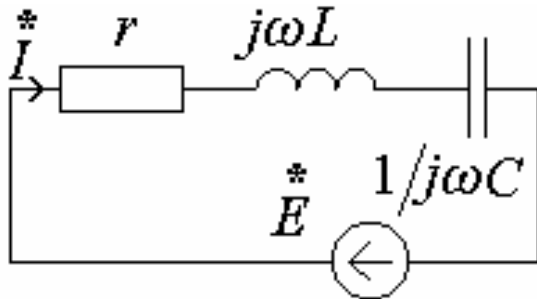


$$\rightarrow ri + Li' + \frac{1}{C} \int idt = e$$

(phương trình vi phân)



(dùng **số phức** để phức hoá mạch điện xoay chiều)



$$\rightarrow r\dot{I} + j\omega L\dot{I} + \frac{\dot{I}}{j\omega C} = \dot{E}$$

(phương trình đại số tuyến tính phức)

Mạch xoay chiều

- *Mạch một chiều:*
 - không có các phép tính vi tích phân
 - → chỉ giải (hệ) phương trình đại số
- *Mạch xoay chiều:*
 - (hầu hết) có các phép tính vi tích phân
 - → cần giải (hệ) phương trình vi tích phân
 - → phức tạp
- *Giải pháp cho mạch xoay chiều:*
 - dùng số phức để phức hoá mạch điện xoay chiều
 - → biến (hệ) phương trình vi tích phân thành (hệ) phương trình đại số
 - → đơn giản hơn

Phân tích mạch xoay chiều

- Phức hoá mạch xoay chiều
- Nội dung:
 - Định luật Ohm
 - Định luật Kirchhoff
 - Dòng nhánh
 - Thế đỉnh
 - Dòng vòng
 - Biến đổi tương đương
 - Ma trận
 - Nguyên lý xếp chồng
 - Định lý Thevenin
 - Định lý Norton

Định luật Ohm (1)

$$\begin{aligned}
 \dot{U}_R = R\dot{I} &\quad \rightarrow \quad \frac{\dot{U}_R}{\dot{I}} = R \\
 \dot{U}_L = j\omega L\dot{I} &\quad \rightarrow \quad \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}} = j\omega L \\
 \dot{U}_C = \frac{\dot{I}}{j\omega C} &\quad \rightarrow \quad \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}} = \frac{1}{j\omega C}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \dot{U}_R = R\dot{I} \\ \dot{U}_L = j\omega L\dot{I} \\ \dot{U}_C = \frac{\dot{I}}{j\omega C} \end{aligned}} \right\} \rightarrow \boxed{\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z} \rightarrow \dot{U} = Z\dot{I}$$

Z: tổng trở (Ω)

Tổng dẫn (S): $Y = \frac{1}{Z}$

Tổng trở (tổng dẫn) là một số phức, nhưng không phải là véctơ quay

Định luật Ohm (2)

$$\boxed{\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z}$$

$$\frac{\dot{U}_R}{\dot{I}} = R \quad \rightarrow \quad Z_R = R$$

$$Y_R = \frac{1}{R}$$

$$\frac{\dot{U}_L}{\dot{I}} = j\omega L \quad \rightarrow \quad Z_L = j\omega L$$

$$Y_L = \frac{1}{j\omega L} = \frac{-j}{\omega L}$$

$$\frac{\dot{U}_C}{\dot{I}} = \frac{1}{j\omega C} \quad \rightarrow \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C}$$

$$Y_C = j\omega C$$

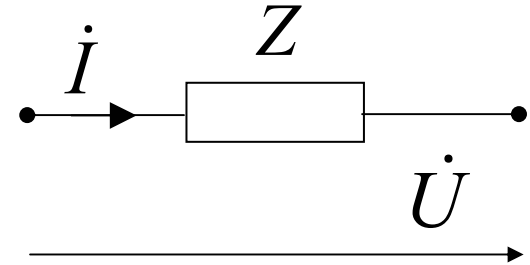
Định luật Ohm (3)

| | | |
|-----------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| | $Z_L = j\omega L$ | $Z_C = \frac{-j}{\omega C}$ |
| $\omega = 0$ | $Z_L = 0$ Ngắn mạch | $Z_C \rightarrow \infty$ Hở mạch |
| $\omega \rightarrow \infty$ | $Z_L \rightarrow \infty$ Hở mạch | $Z_C = 0$ Ngắn mạch |



Định luật Ohm (4)

$$Z = R + jX$$



R : điện trở

X : điện kháng

$X > 0$: điện kháng cảm

$X < 0$: điện kháng dung

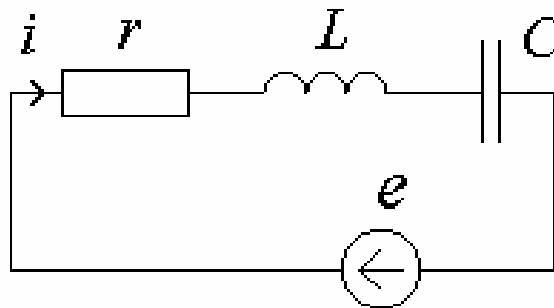
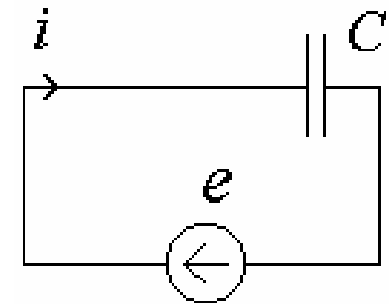
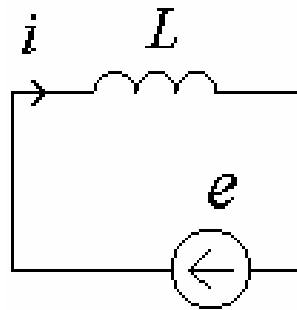
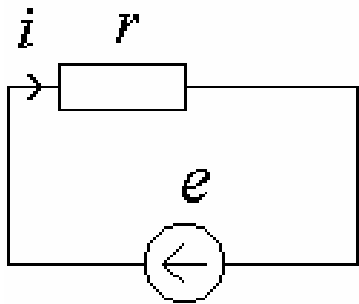


VD

Định luật Ohm (5)

$$e(t) = 100\sin 100t \text{ V}; r = 200 \Omega; L = 3 \text{ H};$$

$$C = 20 \mu\text{F}; \quad i = ?$$



Mạch xoay chiều

Phân tích mạch xoay chiều

- Định luật Ohm
- **Định luật Kirchhoff**
- Dòng nhánh
- Thế đỉnh
- Dòng vòng
- Biến đổi tương đương
- Ma trận
- Nguyên lý xếp chồng
- Định lý Thevenin
- Định lý Norton

Định luật Kirchhoff (1)

- Trong một vòng kín:

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = 0 \quad (1)$$

- Trong mạch xoay chiều, các điện áp đều có dạng hình sin, nên (1) có dạng:

$$U_{m1}\sin(\omega t + \varphi_1) + U_{m2}\sin(\omega t + \varphi_2) + \dots + U_{mn}\sin(\omega t + \varphi_n) = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dots + \dot{U}_n = 0} \quad (\text{KA})$$

Định luật Kirchhoff (2)

- Tại một đỉnh:

$$i_1 + i_2 + \dots + i_n = 0 \quad (1)$$

- Trong mạch xoay chiều, các dòng điện đều có dạng hình sin, nên (1) có dạng:

$$I_{m1} \sin(\omega t + \varphi_1) + I_{m2} \sin(\omega t + \varphi_2) + \dots + I_{mn} \sin(\omega t + \varphi_n) = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots + \dot{I}_n = 0} \quad (\text{KD})$$

Phân tích mạch xoay chiều

- Định luật Ohm & định luật Kirchhoff đúng đối với các tín hiệu phức hoá
- Các bước phân tích mạch điện xoay chiều:
 1. Phức hoá mạch điện (phức hoá các phần tử mạch)
 2. Phân tích mạch điện bằng các phương pháp phân tích mạch một chiều
 3. Chuyển tín hiệu phức hoá sang tín hiệu tức thời

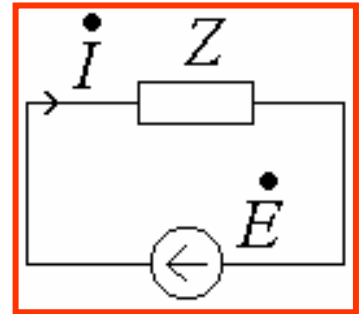
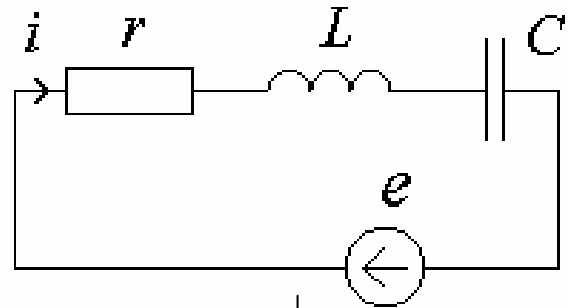


VD Phân tích mạch xoay chiều

$$e(t) = 100\sin 100t \text{ V}; r = 200 \Omega; L = 3 \text{ H};$$

$$C = 20 \mu\text{F}; \quad i = ?$$

1. Phức hoá mạch điện (phức hoá các phần tử mạch)
2. Phân tích mạch điện bằng các phương pháp phân tích mạch một chiều
3. Chuyển tín hiệu phức hoá sang tín hiệu tức thời



$$Z = r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = 200 + j100 \cdot 3 - j \frac{1}{100 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}$$

$$= 200 - j200 = 282,84 / -45^\circ \Omega$$

$$e(t) \leftrightarrow \dot{E} = \frac{100}{\sqrt{2}} / 0^\circ = 70,71 / 0^\circ \text{ V}$$

$$\rightarrow \dot{I} = \frac{\dot{E}}{Z} = \frac{70,71 / 0^\circ}{282,84 / -45^\circ} = 0,25 / 45^\circ \text{ A}$$

$$\rightarrow i(t) = 0,25\sqrt{2} \sin(100t + 45^\circ) = 0,35 \sin(100t + 45^\circ) \text{ A}$$

Phân tích mạch xoay chiều

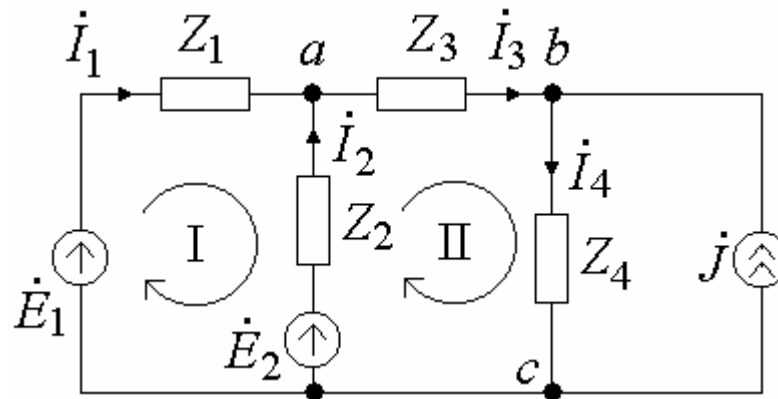
- Định luật Ohm
- Định luật Kirchhoff
- **Dòng nhánh**
- Thế đỉnh
- Dòng vòng
- Biến đổi tương đương
- Ma trận
- Nguyên lý xếp chồng
- Định lý Thevenin
- Định lý Norton

Dòng nhánh (1)

- Ấn số là các dòng điện của các nhánh
- Số lượng ấn số = số lượng nhánh (trừ nguồn dòng) của mạch
- Lập hệ phương trình bằng cách
 - Áp dụng KD cho n_{KD} đỉnh, và
 - Áp dụng KA cho n_{KA} vòng



Dòng nhánh (2)



$$n_{\text{KD}} = \text{số_đỉnh} - 1 = 3 - 1 = 2 \rightarrow \text{viết 2 p/tr theo KD}$$

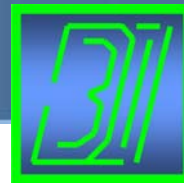
$$a: \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$

$$b: \dot{I}_3 - \dot{I}_4 + \dot{J} = 0$$

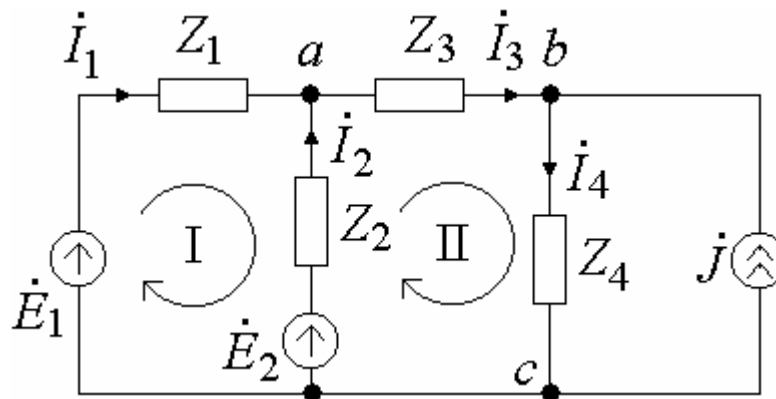
$$n_{\text{KA}} = \text{số_nhánh} - \text{số_đỉnh} + 1 = 4 - 3 + 1 = 2 \rightarrow \text{viết 2 p/tr theo KA}$$

$$\text{I: } Z_1 \dot{I}_1 - Z_2 \dot{I}_2 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2$$

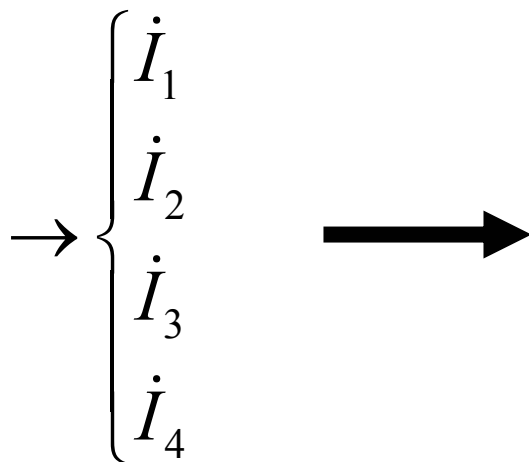
$$\text{II: } Z_2 \dot{I}_2 + Z_3 \dot{I}_3 + Z_4 \dot{I}_4 = \dot{E}_2$$



Dòng nhánh (3)



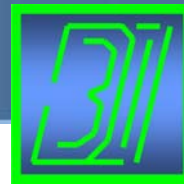
$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ \dot{I}_3 - \dot{I}_4 = -j \\ Z_1 \dot{I}_1 - Z_2 \dot{I}_2 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ Z_2 \dot{I}_2 + Z_3 \dot{I}_3 + Z_4 \dot{I}_4 = \dot{E}_2 \end{cases}$$



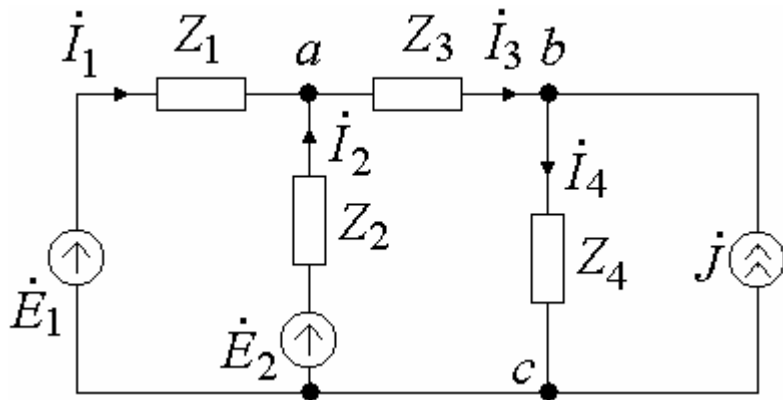
- Dòng
- Áp
- Công suất
- ...

Phân tích mạch xoay chiều

- Định luật Ohm
- Định luật Kirchhoff
- Dòng nhánh
- **Thế đỉnh**
- Dòng vòng
- Biến đổi tương đương
- Ma trận
- Nguyên lý xếp chồng
- Định lý Thevenin
- Định lý Norton



Thế đỉnh (1)



$$\dot{\phi}_c = 0$$

1. Chọn một đỉnh làm gốc
2. Tính các tổng dẫn riêng và các tổng dẫn tương hỗ
3. Tính các nguồn dòng đổ vào n_{KD} đỉnh
4. Lập hệ phương trình
5. Giải hệ phương trình để tìm các thế đỉnh

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) \dot{\phi}_a - \frac{1}{Z_3} \dot{\phi}_b = \frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \frac{\dot{E}_2}{Z_2} \\ -\frac{1}{Z_3} \dot{\phi}_a + \left(\frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} \right) \dot{\phi}_b = j \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{\phi}_a \\ \dot{\phi}_b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1 - \dot{\phi}_a}{Z_1} \\ \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2 - \dot{\phi}_a}{Z_2} \\ \dot{I}_3 = \frac{\dot{\phi}_a - \dot{\phi}_b}{Z_3} \\ \dot{I}_4 = \frac{\dot{\phi}_b}{Z_4} \end{cases}$$



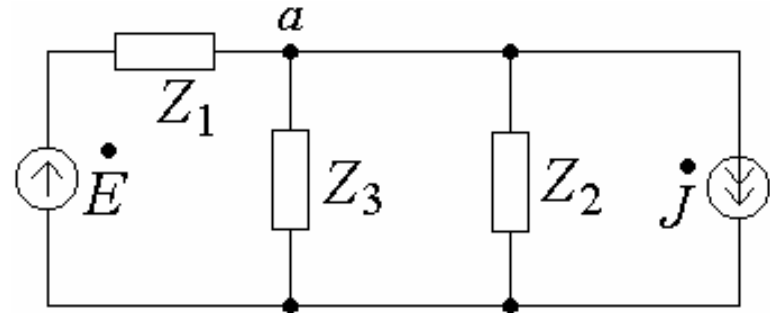
VD

Thế đỉnh (2)

$$\dot{E} = 20 / -45^\circ \text{ V}; \quad \dot{J} = 5 / 60^\circ \text{ A}$$

$$Z_1 = 12 \Omega; \quad Z_2 = j10 \Omega; \quad Z_3 = -j16 \Omega$$

Tính các i ?

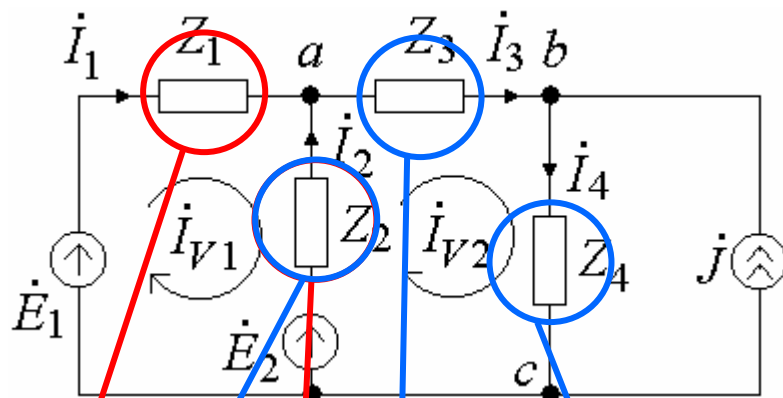


Phân tích mạch xoay chiều

- Định luật Ohm
- Định luật Kirchhoff
- Dòng nhánh
- Thế đỉnh
- **Dòng vòng**
- Biến đổi tương đương
- Ma trận
- Nguyên lý xếp chồng
- Định lý Thevenin
- Định lý Norton



Dòng vòng (1)



Giả sử nguồn dòng đi qua Z_4

$$\begin{cases} Z_1 \dot{I}_{V1} + Z_2 (\dot{I}_{V1} - \dot{I}_{V2}) = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ Z_2 (\dot{I}_{V2} - \dot{I}_{V1}) + Z_3 \dot{I}_{V2} + Z_4 (\dot{I}_{V2} + j) = \dot{E}_2 \end{cases}$$

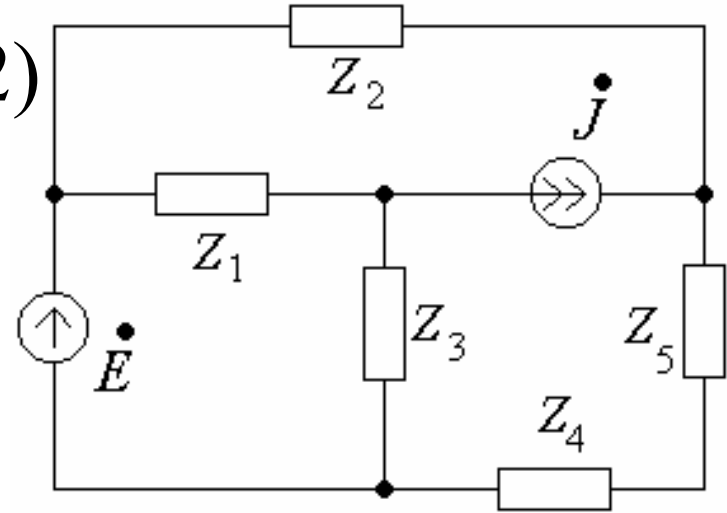
$$\Leftrightarrow \begin{cases} (Z_1 + Z_2) \dot{I}_{V1} - Z_2 \dot{I}_{V2} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ -Z_2 \dot{I}_{V1} + (Z_2 + Z_3 + Z_4) \dot{I}_{V2} = \dot{E}_2 - Z_4 j \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{I}_{V1} \\ \dot{I}_{V2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{I}_{V1} \\ \dot{I}_2 = \dot{I}_{V2} - \dot{I}_{V1} \\ \dot{I}_3 = \dot{I}_{V2} \\ \dot{I}_4 = \dot{I}_{V2} + j \end{cases}$$



VD

Dòng vòng (2)

$\dot{E} = 200 \angle 0^\circ \text{ V}; \dot{J} = 10 \angle 30^\circ \text{ A}$
 $Z_1 = Z_2 = 20 + j10 \ \Omega; Z_3 = 15 \ \Omega;$
 $Z_4 = 10 - j5 \ \Omega; Z_5 = 5 + j10 \ \Omega;$
 Tính các i ?



Phân tích mạch xoay chiều

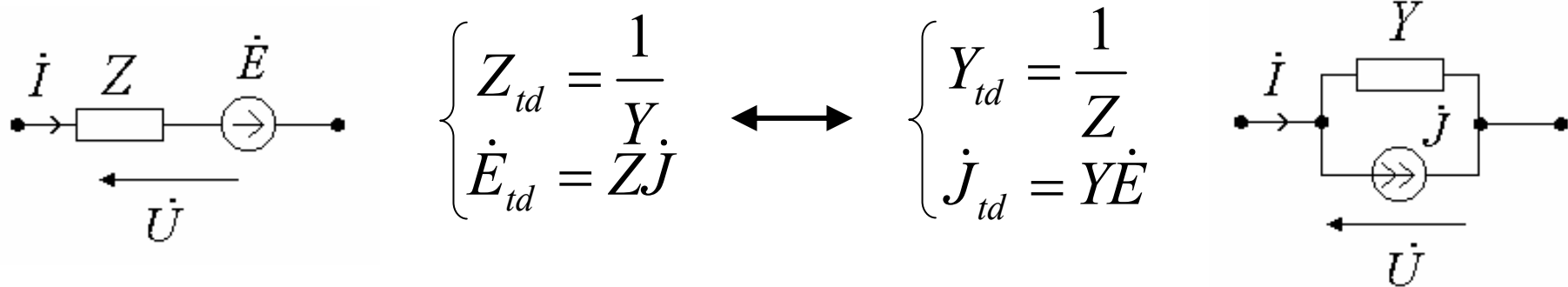
- Định luật Ohm
- Định luật Kirchhoff
- Dòng nhánh
- Thế đỉnh
- Dòng vòng
- **Biến đổi tương đương**
- Ma trận
- Nguyên lý xếp chồng
- Định lý Thevenin
- Định lý Norton

Biến đổi tương đương (1)

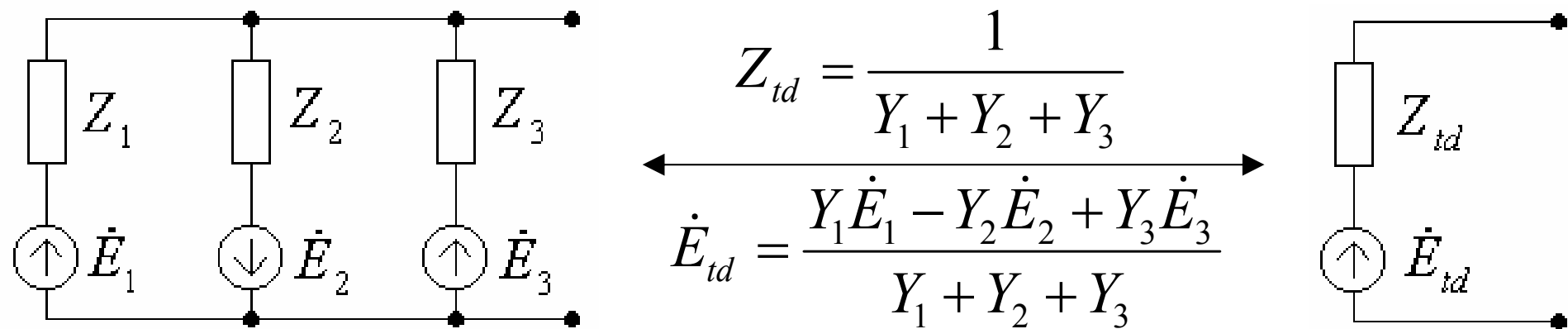
- Các phần tử thụ động nối tiếp $Z_{td} = \sum Z_k$
- Các phần tử thụ động song song $\frac{1}{Z_{td}} = \sum \frac{1}{Z_k}$
- Các nguồn áp nối tiếp $\dot{E}_{td} = \sum \dot{E}_k$
- Các nguồn dòng song song $\dot{J}_{td} = \sum \dot{J}_k$

Biến đổi tương đương (2)

- Biến đổi $\dot{E}, Z \leftrightarrow \dot{J}, Y$



- Biến đổi Millman



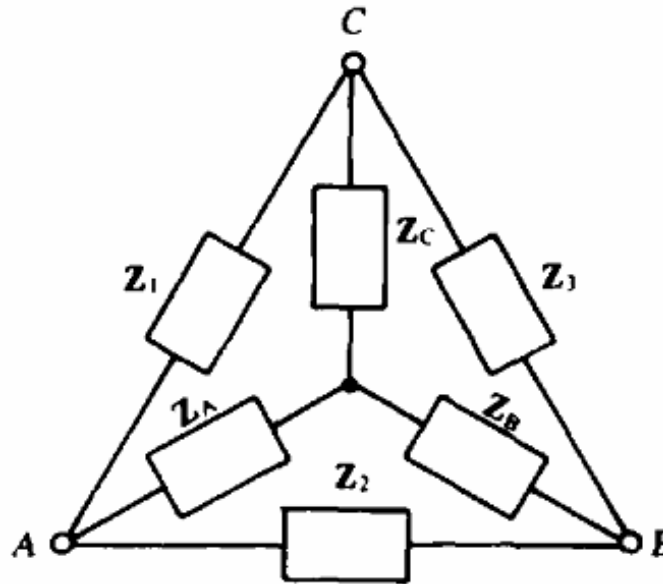


Biến đổi tương đương (3)

$$Z_A = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$Z_B = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$Z_C = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$



$$Z_1 = Z_A + Z_C + \frac{Z_A Z_C}{Z_B}$$

$$Z_2 = Z_A + Z_B + \frac{Z_A Z_B}{Z_C}$$

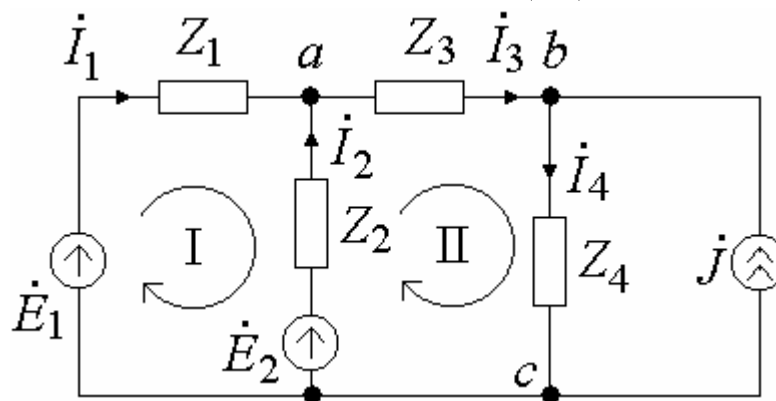
$$Z_3 = Z_B + Z_C + \frac{Z_B Z_C}{Z_A}$$

Phân tích mạch xoay chiều

- Định luật Ohm
- Định luật Kirchhoff
- Dòng nhánh
- Thế đỉnh
- Dòng vòng
- Biến đổi tương đương
- **Ma trận**
- Nguyên lý xếp chồng
- Định lý Thevenin
- Định lý Norton



Ma trận (1)



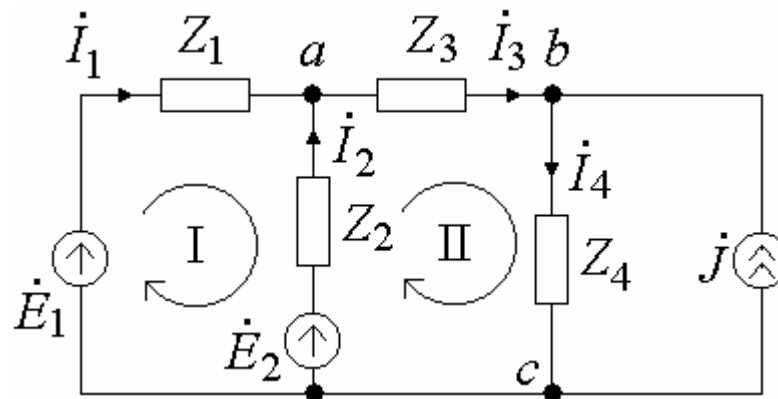
$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ \dot{I}_3 - \dot{I}_4 = -j \\ Z_1 \dot{I}_1 - Z_2 \dot{I}_2 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ Z_2 \dot{I}_2 + Z_3 \dot{I}_3 + Z_4 \dot{I}_4 = \dot{E}_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ Z_1 & -Z_2 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & Z_3 & Z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -j \\ \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ \dot{E}_2 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{A}\dot{\mathbf{I}} = \mathbf{B}$$

Mạch xoay chiều



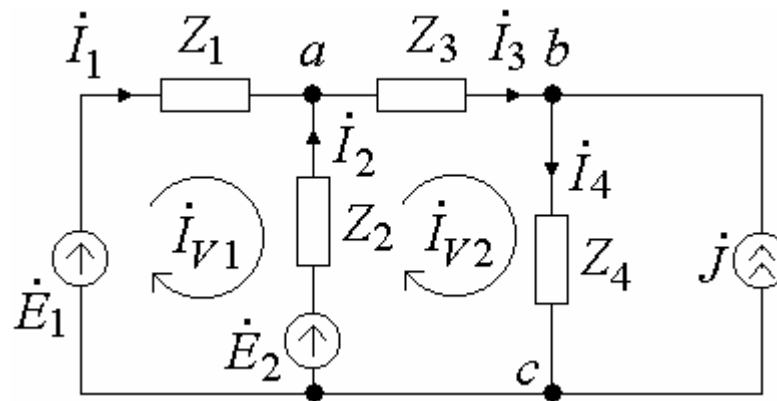
Ma trận (2)



$$\begin{array}{c} \text{a} \\ \text{b} \\ \text{I} \\ \text{II} \end{array} \begin{array}{c} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ Z_1 & -Z_2 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & Z_3 & Z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -j \\ \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ \dot{E}_2 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \text{a} \\ \text{b} \\ \text{I} \\ \text{II} \end{array}$$



Ma trận (2)



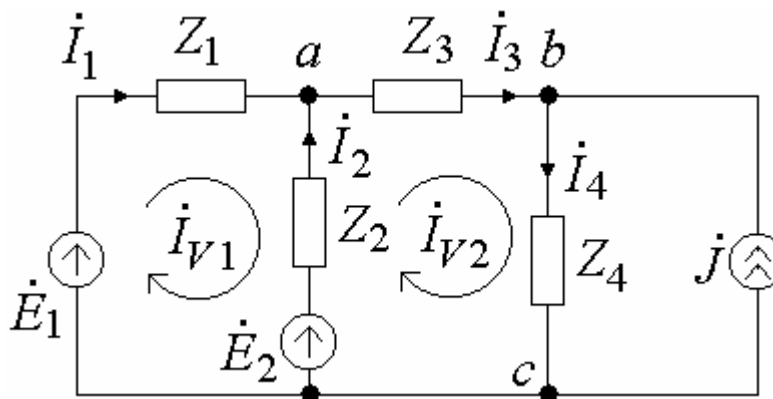
Giả sử nguồn dòng đi qua Z_4

$$\begin{cases} (Z_1 + Z_2)\dot{I}_{V1} - Z_2\dot{I}_{V2} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ -Z_2\dot{I}_{V1} + (Z_2 + Z_3 + Z_4)\dot{I}_{V2} = \dot{E}_2 - Z_4\dot{J} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_3 + Z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{v1} \\ \dot{I}_{v2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ \dot{E}_2 - Z_4\dot{J} \end{bmatrix}$$



Ma trận (6)



Giả sử nguồn dòng đi qua Z_4

Tất cả các tổng trở có mặt trên đường đi của I_{V1}

Tất cả các “nguồn áp” có mặt trên đường đi của dòng vòng:

- nguồn áp \dot{E} : cùng chiều thì (+), ngược chiều thì (-)
- “nguồn áp” $Z_4 \dot{J}$: cùng chiều thì (-), ngược chiều thì (+)

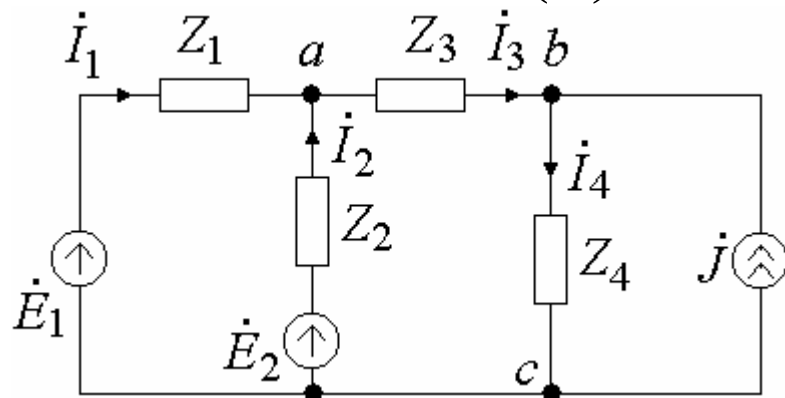
$$\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_3 + Z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{v1} \\ \dot{I}_{v2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ \dot{E}_2 - Z_4 \dot{J} \end{bmatrix}$$

Tất cả các tổng trở chung của \dot{I}_{V1} & \dot{I}_{V2} ; nếu cùng chiều thì (+), ngược chiều thì (-)

Tất cả các tổng trở có mặt trên đường đi của \dot{I}_{V2}



Ma trận (3)



$$\dot{\phi}_c = 0$$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}\right)\dot{\phi}_a - \frac{1}{Z_3}\dot{\phi}_b = \frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \frac{\dot{E}_2}{Z_2} \\ -\frac{1}{Z_3}\dot{\phi}_a + \left(\frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4}\right)\dot{\phi}_b = j \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} & -\frac{1}{Z_3} \\ -\frac{1}{Z_3} & \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_a \\ \dot{\phi}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{E}_1}{Z_1} + \frac{\dot{E}_2}{Z_2} \\ j \end{bmatrix}$$

Phân tích mạch xoay chiều

- Định luật Ohm
- Định luật Kirchhoff
- Dòng nhánh
- Thế đỉnh
- Dòng vòng
- Biến đổi tương đương
- Ma trận
- **Nguyên lý xếp chồng**
- Định lý Thevenin
- Định lý Norton

Xếp chồng (1)

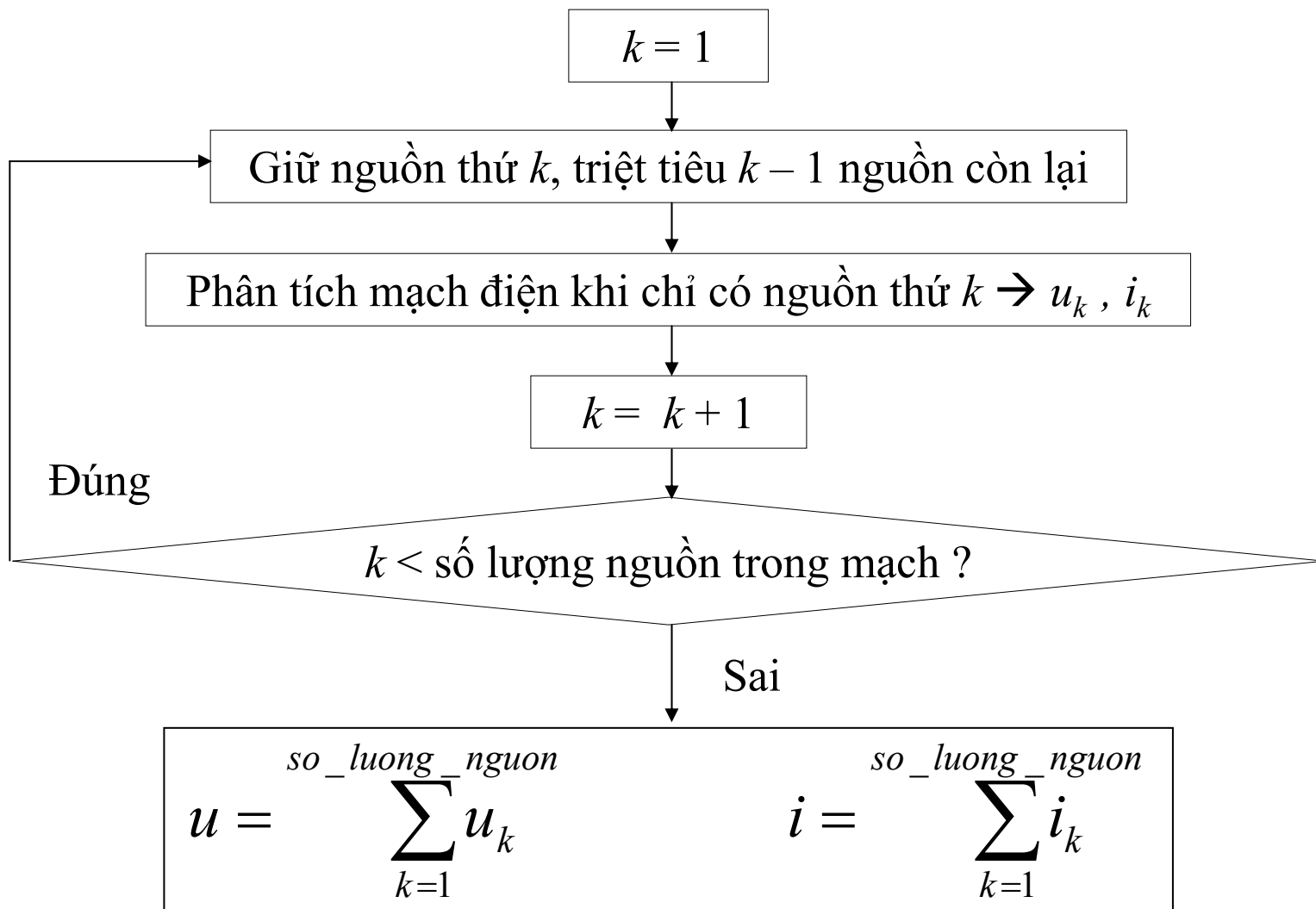
- Áp dụng cho mạch điện có từ 2 nguồn trở lên
- Đã được dùng trong phân tích mạch một chiều, mục đích: có thể làm cho cấu trúc mạch trở nên đơn giản hơn
- Lợi ích của nguyên lý này trong phân tích mạch xoay chiều:
 - Có thể làm cho cấu trúc mạch trở nên đơn giản hơn
 - Rất tiện dụng khi phân tích mạch có nhiều nguồn có tần số khác nhau

vector_quay_02

Chú ý: tuyệt đối **không được cộng** (trong miền phức) các tín hiệu sin có tần số khác nhau



Xếp chồng (2)



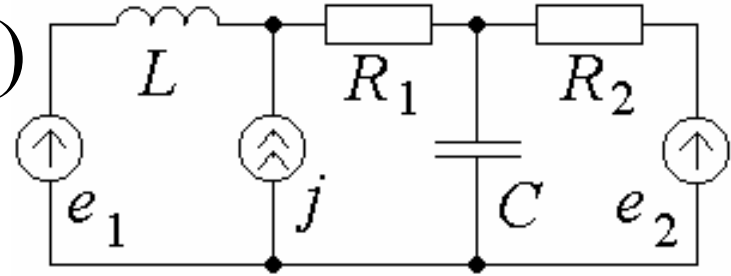
Mạch xoay chiều



VD

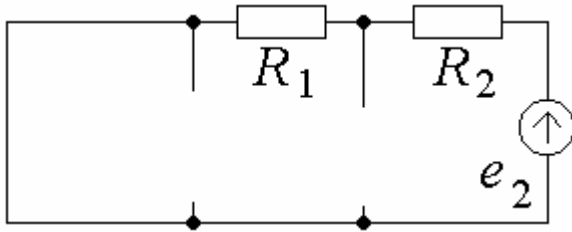
Xếp chồng (3)

$e_1 = 10\sin 10t$ V; $j = 4\sin(50t + 30^\circ)$ V; $e_2 = 6$ V (DC);
 $L = 1$ H; $R_1 = 1 \Omega$; $R_2 = 5 \Omega$; $C = 0,01$ F; $u_{R1} = ?$



Bước 1

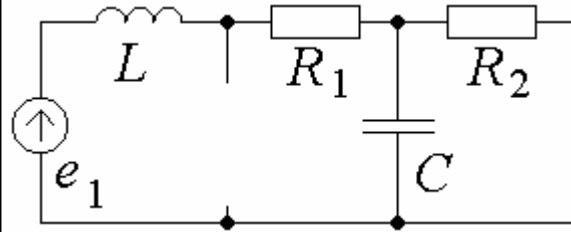
1.1 Triệt tiêu e_1 & j



1.2 Tính $u_{R1|e2}$

Bước 2

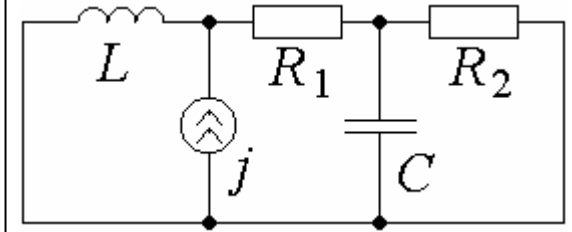
2.1 Triệt tiêu e_2 & j



2.2 Tính $u_{R1|e1}$

Bước 3

3.1 Triệt tiêu e_1 & e_2



3.2 Tính $u_{R1|j}$

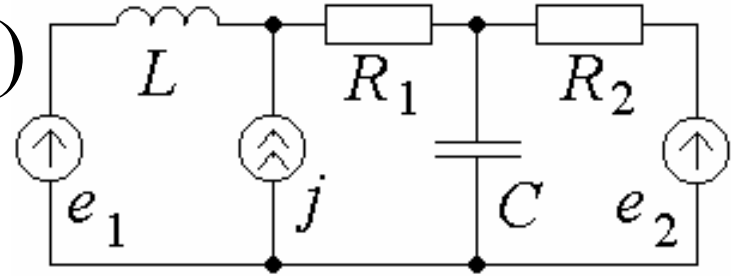
Bước 4: $u_{R1} = -u_{R1|e2} + u_{R1|e1} + u_{R1|j}$



VD

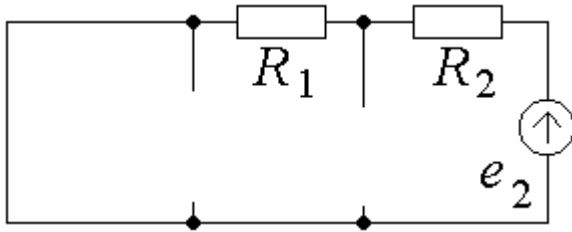
Xếp chồng (4)

$e_1 = 10\sin 10t$ V; $j = 4\sin(50t + 30^\circ)$ V; $e_2 = 6$ V (DC);
 $L = 1$ H; $R_1 = 1 \Omega$; $R_2 = 5 \Omega$; $C = 0,01$ F; $u_{R1} = ?$



Bước 1

1.1 Triệt tiêu e_1 & j



1.2 Tính $u_{R1}|_{e2}$

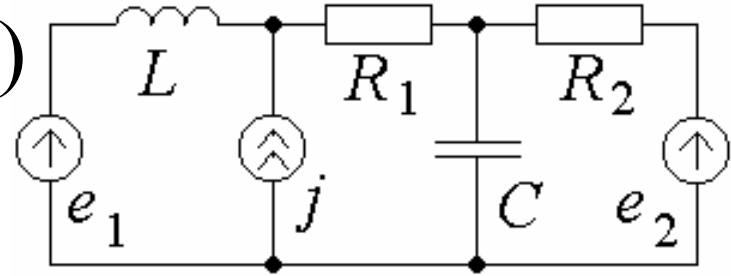
$$i|_{e2} = \frac{e_2}{R_1 + R_2} = \frac{6}{1+5} = 1A$$

$$u_{R1}|_{e2} = R_1 i|_{e2} = 1.1 = 1V$$

VD

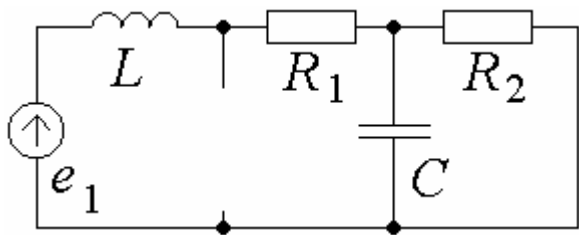
Xếp chồng (5)

$e_1 = 10\sin 10t$ V; $j = 4\sin(50t + 30^\circ)$ V; $e_2 = 6$ V (DC);
 $L = 1$ H; $R_1 = 1 \Omega$; $R_2 = 5 \Omega$; $C = 0,01$ F; $u_{R1} = ?$

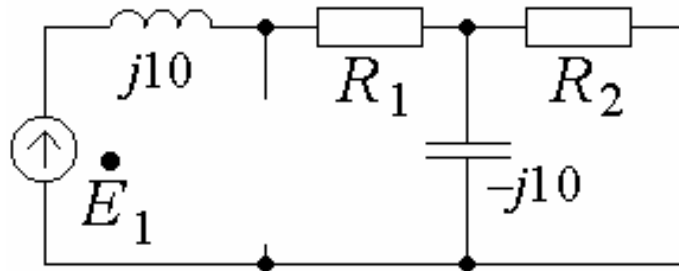


Bước 2

2.1 Triệt tiêu e_2 & j



2.2 Tính $u_{R1}|_{e1}$



$$Z = Z_L + R_1 + \frac{R_2 Z_C}{R_2 + Z_C}$$

$$= j10 + 1 + \frac{5(-j10)}{5 - j10}$$

$$= 5 + j8 = 9,43 / 58^\circ \Omega$$

$$\dot{I}_{R1}|_{\dot{E}1} = \frac{\dot{E}_1}{Z} = \frac{7,07 / 0}{9,43 / 58^\circ} = 0,75 / -58^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_{R1}|_{\dot{E}1} = R_1 \dot{I}_{R1}|_{\dot{E}1} = 1 \cdot 0,75 / -58^\circ = 0,75 / -58^\circ \text{ V}$$

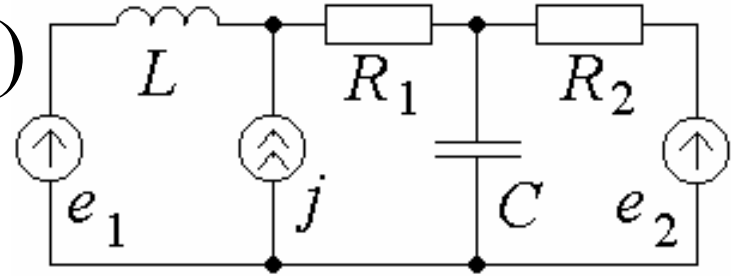
$$\rightarrow u_{R2}|_{e1} = 1,06 \sin(10t - 58^\circ) \text{ V}$$



VD

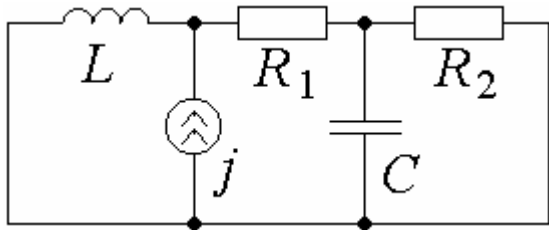
Xếp chồng (6)

$e_1 = 10\sin 10t$ V; $j = 4\sin(50t + 30^\circ)$ V; $e_2 = 6$ V (DC);
 $L = 1$ H; $R_1 = 1 \Omega$; $R_2 = 5 \Omega$; $C = 0,01$ F; $u_{R1} = ?$

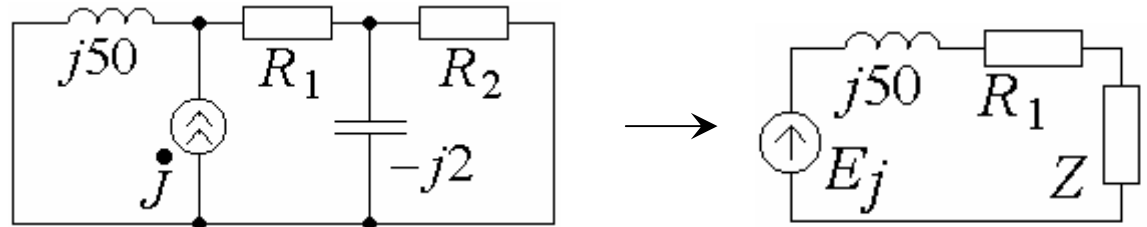


Bước 3

3.1 Triệt tiêu e_1 & e_2



3.2 Tính $u_{R1}|_j$



$$\dot{E}_j = Z_L \dot{J} = (j50)(2,83 / 30^\circ) = 141,42 / 120^\circ \text{ V}$$

$$Z = \frac{R_2 Z_C}{R_2 + Z_C} = \frac{5(-j2)}{5 - j2} = 0,69 - j1,72 \Omega$$

$$\dot{I}|_j = \frac{\dot{E}_j}{j50 + R_1 + Z} = \frac{141,42 / 120^\circ}{j50 + 1 + 0,69 - j1,72} = 2,93 / 32^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_{R1}|_j = R_1 \dot{I}|_j = 1 \cdot 2,93 / 32^\circ = 2,93 / 32^\circ \text{ V}$$

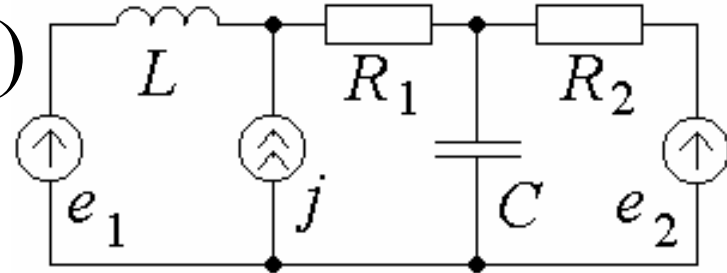
$$\rightarrow u_{R1}|_j = 4,14 \sin(50t + 32^\circ) \text{ V}$$



VD

Xếp chồng (7)

$e_1 = 10\sin 10t$ V; $j = 4\sin(50t + 30^\circ)$ V; $e_2 = 6$ V (DC);
 $L = 1$ H; $R_1 = 1 \Omega$; $R_2 = 5 \Omega$; $C = 0,01$ F; $u_{R1} = ?$



$$u_{R1} = -u_{R1}|_{e2} + u_{R1}|_{e1} + u_{R1}|_j$$

$$u_{R1}|_{e2} = R_1 i|_{e2} = 1 \cdot 1 = 1 \text{ V}$$

$$u_{R1}|_{e1} = 1,06 \sin(10t - 58^\circ) \text{ V}$$

$$u_{R1}|_j = 4,14 \sin(50t + 32^\circ) \text{ V}$$

$$\rightarrow u_{R1} = -1 + 1,06 \sin(10t - 58^\circ) + 4,14 \sin(50t + 32^\circ) \text{ V}$$



Phân tích mạch xoay chiều

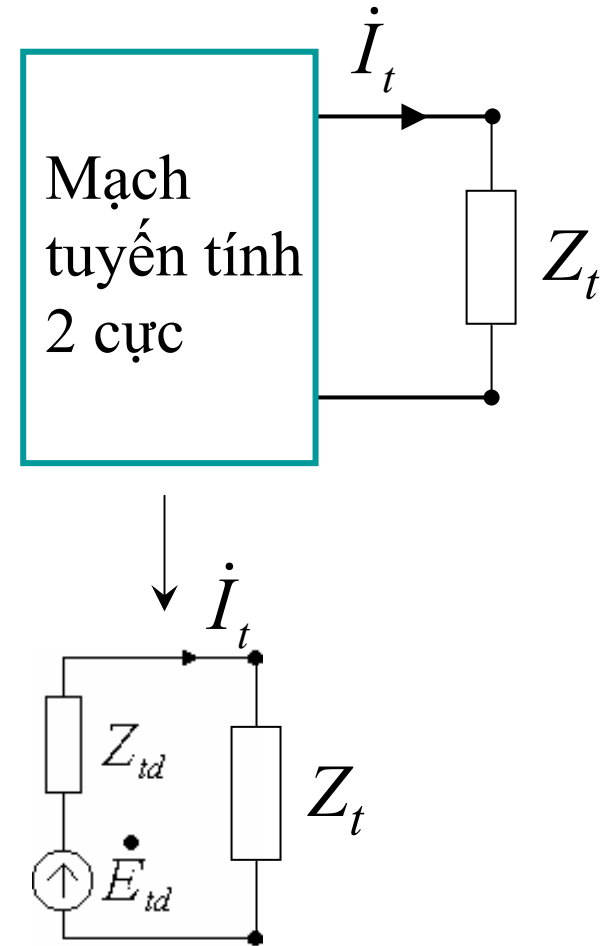
- Định luật Ohm
- Định luật Kirchhoff
- Dòng nhánh
- Thế đỉnh
- Dòng vòng
- Biến đổi tương đương
- Ma trận
- Nguyên lý xếp chồng
- **Định lý Thevenin**
- Định lý Norton

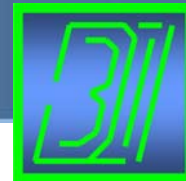


Thevenin (1)

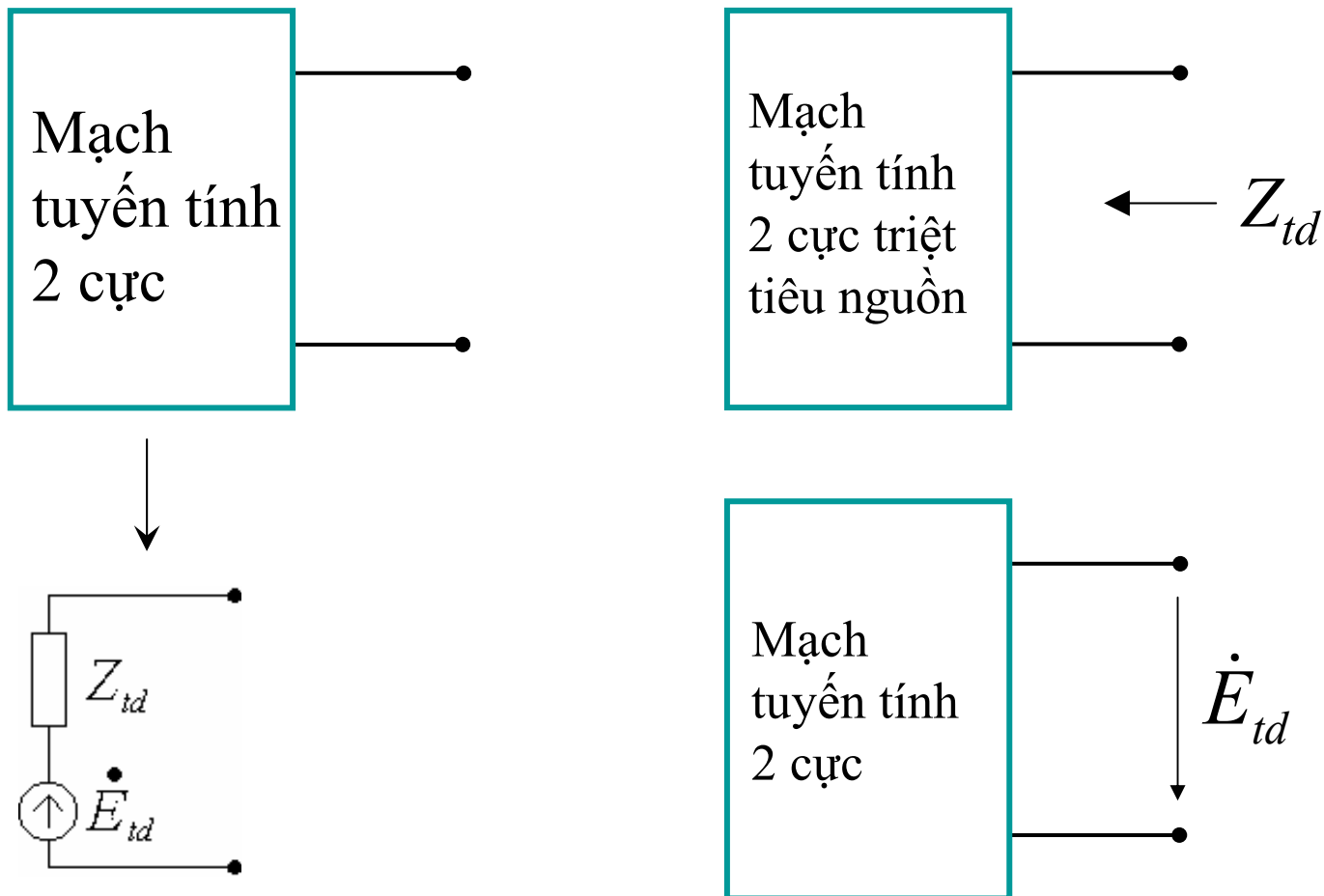
- Một mạch tuyến tính 2 cực có thể được thay thế bằng một mạch tương đương gồm có nguồn áp \dot{E}_{td} & tổng trở Z_{td} , trong đó:
 - \dot{E}_{td} : nguồn áp hở mạch trên 2 cực
 - Z_{td} : tổng trở trên hai cực khi triệt tiêu các nguồn

$$\dot{I}_t = \frac{\dot{E}_{td}}{Z_{td} + Z_t}$$





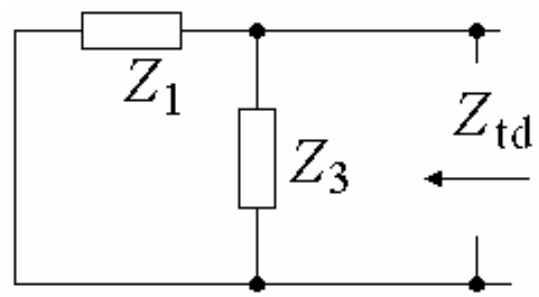
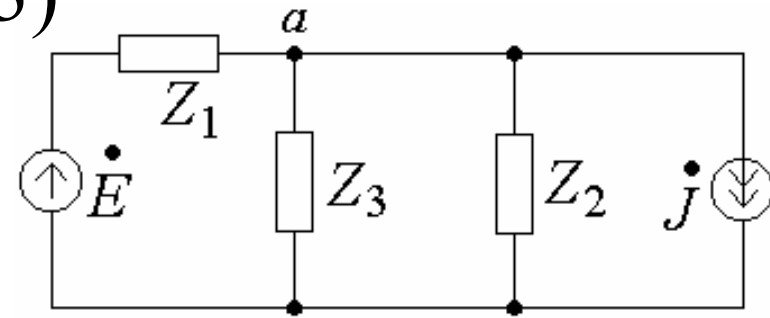
Thevenin (2)



VD

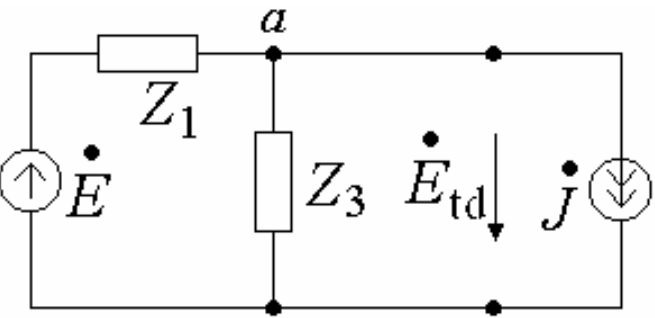
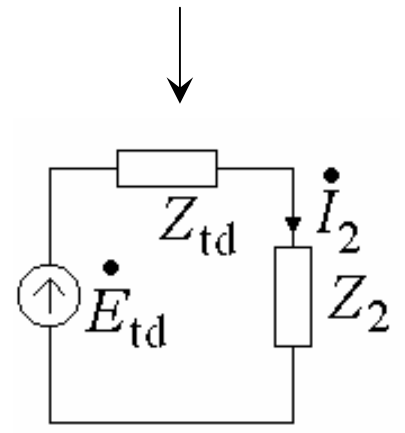
Thevenin (3)

$\dot{E} = 20 \angle -45^\circ \text{ V}; \quad j = 5 \angle 60^\circ \text{ A}$
 $Z_1 = 12 \Omega; \quad Z_2 = j10 \Omega; \quad Z_3 = -j16 \Omega$
 Tính i_2 bằng mạng Thevenin



$$Z_{td} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3} = \frac{12(-j16)}{12 - j16} = 7,68 - j5,76 \Omega$$

$$\dot{E}_{td} = \dot{\phi}_a = \frac{\dot{E} - j}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3}} = \frac{20 \angle -45^\circ - 5 \angle 60^\circ}{\frac{1}{12} + \frac{1}{-j16}} = 54,38 \angle -140,4^\circ \text{ V}$$



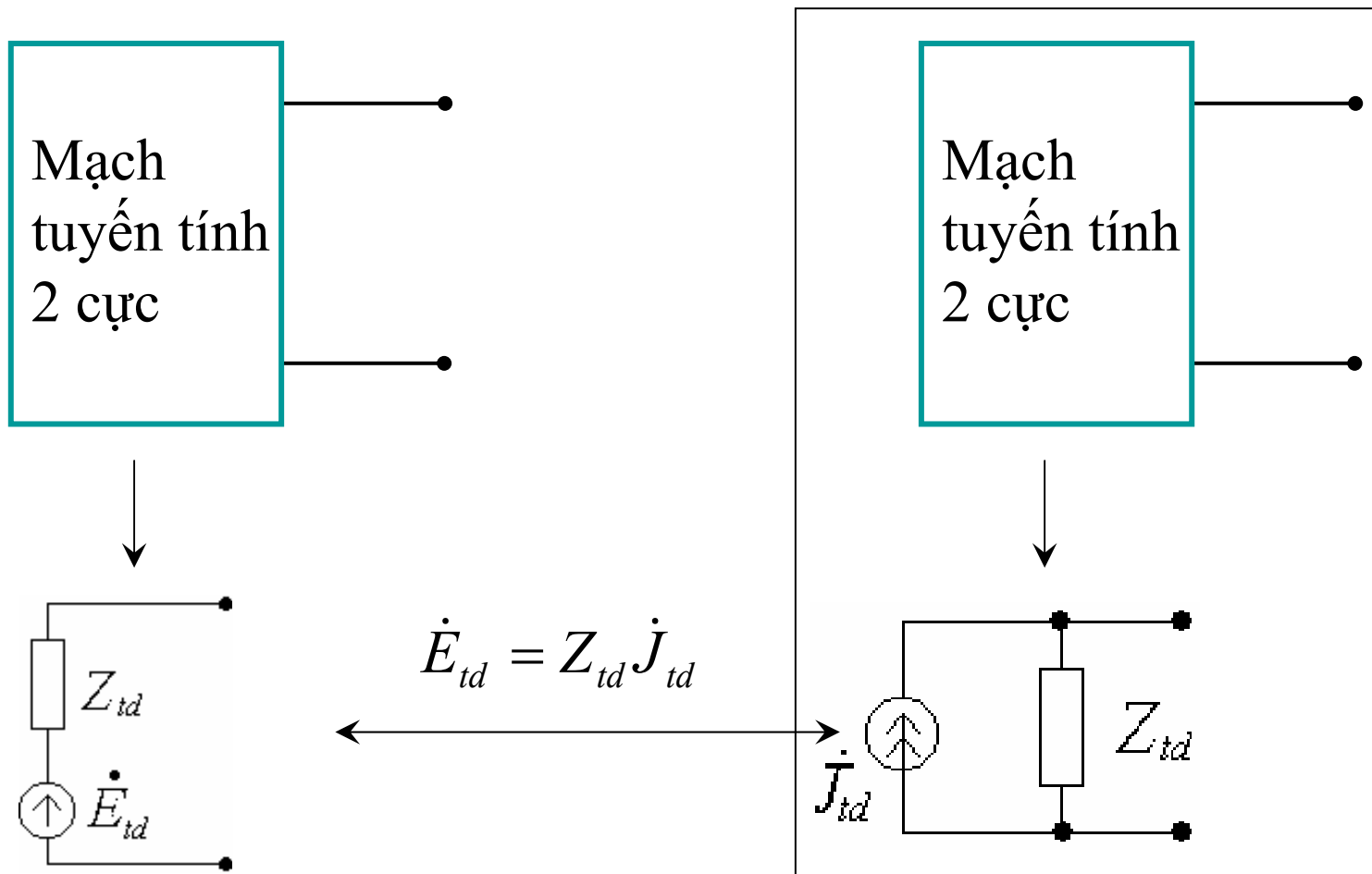
$$i_2 = \frac{\dot{E}_{td}}{Z_{td} + Z_2} = \frac{54,38 \angle -140,4^\circ}{7,68 - j5,76 + j10} = 6,20 \angle -169,3^\circ \text{ A}$$

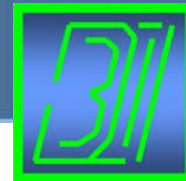
Phân tích mạch xoay chiều

- Định luật Ohm
- Định luật Kirchhoff
- Dòng nhánh
- Thế đỉnh
- Dòng vòng
- Biến đổi tương đương
- Ma trận
- Nguyên lý xếp chồng
- Định lý Thevenin
- **Định lý Norton**

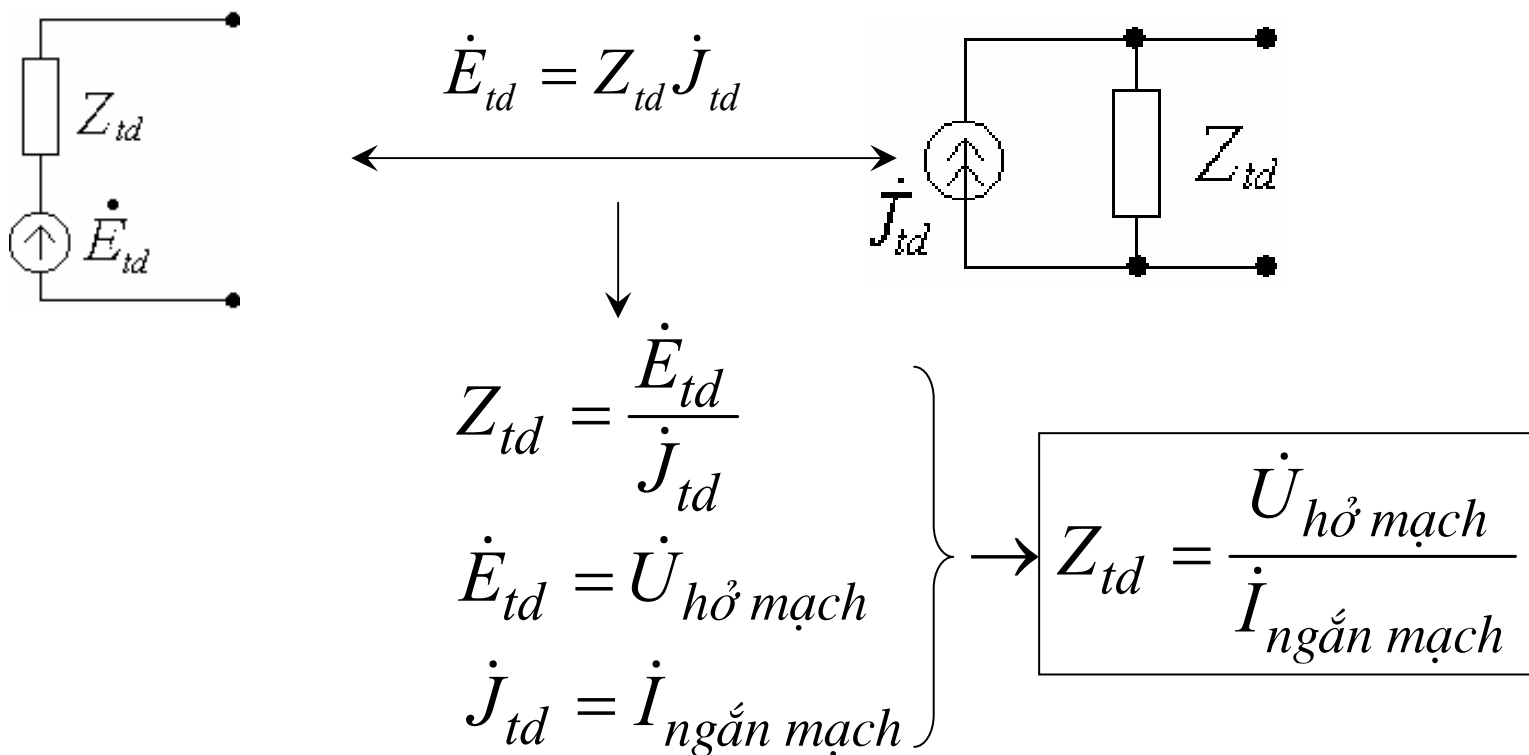


Norton





Thevenin & Norton



(Cách thứ 2 để tính tổng trở tương đương của sơ đồ Thevenin)

Phân tích mạch xoay chiều

- Định luật Ohm
- Định luật Kirchhoff
- Dòng nhánh
- Thế đỉnh
- Dòng vòng
- Biến đổi tương đương
- Ma trận
- Nguyên lý xếp chồng
- Định lý Thevenin
- Định lý Norton

Mạch xoay chiều

- Sóng sin
- Phản ứng của các phần tử cơ bản
- Số phức
- Biểu diễn sóng sin bằng số phức
- Phức hoá các phần tử cơ bản
- Phân tích mạch xoay chiều
- **Công suất trong mạch xoay chiều**
- Hồ cảm
- Phân tích mạch điện bằng máy tính

Công suất trong mạch xoay chiều

- Công suất là một đại lượng quan trọng
- Tất cả các thiết bị điện (dân dụng & công nghiệp) đều có thông số về công suất
- Nội dung:
 - Công suất tức thời & công suất tác dụng
 - Truyền công suất cực đại
 - Trị hiệu dụng
 - Công suất biểu kiến
 - Hệ số công suất
 - Công suất phức
 - Bảo toàn công suất
 - Cải thiện hệ số công suất
 - Trị hiệu dụng & công suất của tín hiệu đa hài

Công suất tức thời (1)

- Công suất tức thời:

$$p(t) = u(t).i(t)$$

- Đó là tốc độ hấp thụ năng lượng của một phần tử mạch
- Nếu

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

- Thì

$$p(t) = U_m I_m \sin(\omega t + \varphi_u) \sin(\omega t + \varphi_i)$$

Công suất tức thời (2)

$$p(t) = U_m I_m \sin(\omega t + \varphi_u) \sin(\omega t + \varphi_i) \left. \vphantom{p(t)} \right\} \rightarrow$$

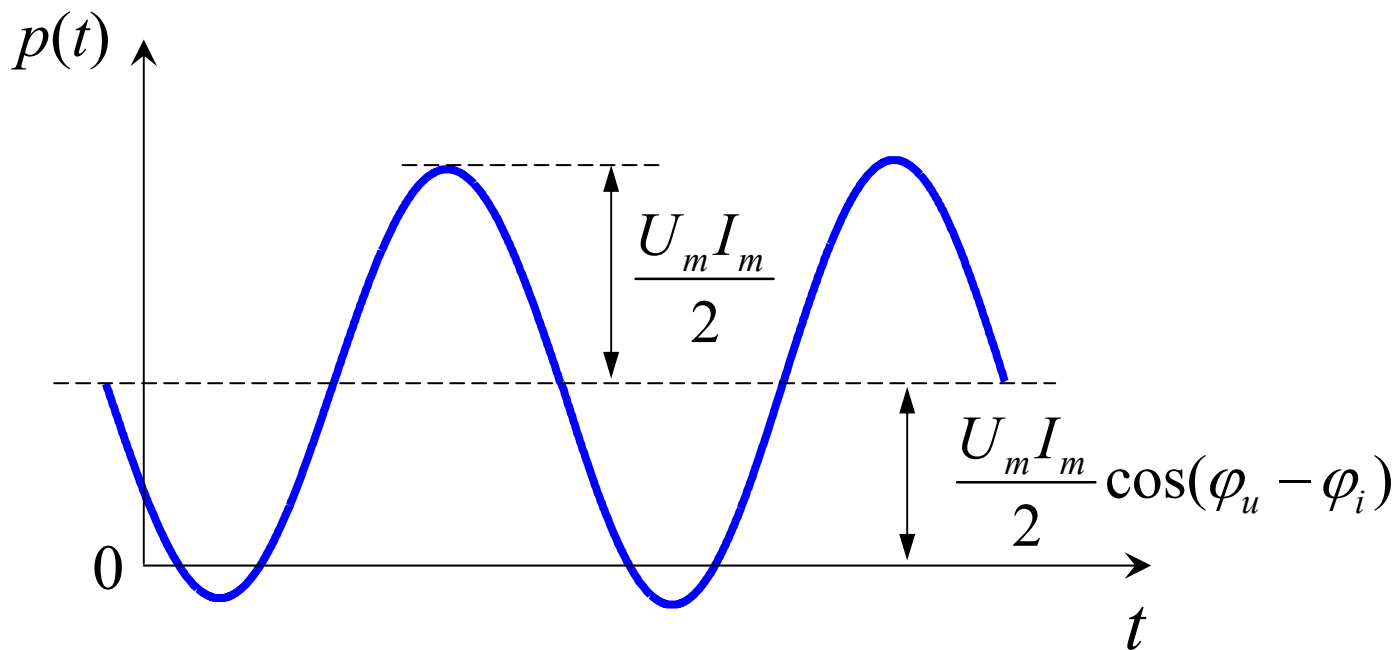
$$\sin A \sin B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) - \cos(A + B)]$$

$$\begin{aligned} \rightarrow p(t) &= \frac{U_m I_m}{2} [\cos(\varphi_u - \varphi_i) - \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)] \\ &= \underbrace{\frac{U_m I_m}{2} \cos(\varphi_u - \varphi_i)}_{\text{Hằng số}} - \underbrace{\frac{U_m I_m}{2} \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)}_{\text{Sin}} \end{aligned}$$



Công suất tức thời (3)

$$p(t) = \frac{U_m I_m}{2} \cos(\varphi_u - \varphi_i) - \frac{U_m I_m}{2} \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$$



Công suất tác dụng (1)

- Khó đo công suất tức thời
- Trong thực tế người ta đo công suất tác dụng (bằng oátmét, wattmeter)
- *Công suất tác dụng*: trung bình của công suất tức thời trong một chu kỳ

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

Công suất tác dụng (2)

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

$$p(t) = \frac{U_m I_m}{2} \cos(\varphi_u - \varphi_i) - \frac{U_m I_m}{2} \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$$

$$\rightarrow P = \frac{1}{2} U_m I_m \cos(\varphi_u - \varphi_i) \frac{1}{T} \int_0^T dt - \frac{1}{2} U_m I_m \frac{1}{T} \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) dt$$

Trong một chu kỳ, giá trị trung bình của thành phần xoay chiều bằng zero

$$\rightarrow P = \frac{1}{2} U_m I_m \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

Công suất tác dụng (3)

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \frac{U_m}{\sqrt{2}} \angle \varphi_u \\ \dot{I} &= \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle \varphi_i \rightarrow \hat{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle -\varphi_i \end{aligned} \right\} \rightarrow \dot{U}\hat{I} = \frac{U_m I_m}{2} \angle \varphi_u - \varphi_i$$

$$\frac{U_m I_m}{2} \angle \varphi_u - \varphi_i = \frac{1}{2} U_m I_m \cos(\varphi_u - \varphi_i) + j \frac{1}{2} U_m I_m \sin(\varphi_u - \varphi_i)$$

$$P = \frac{1}{2} U_m I_m \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

$$\rightarrow \boxed{P = \operatorname{Re}\{\dot{U}\hat{I}\}}$$

Công suất tác dụng (4)

$$P = \operatorname{Re}\{\dot{U}\hat{I}\} = \frac{1}{2}U_m I_m \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

$$\varphi_u = \varphi_i \quad \rightarrow \quad P = \frac{1}{2}U_m I_m \cos(0) = \frac{1}{2}U_m I_m = \frac{1}{2}I_m^2 R = I^2 R$$

$$\varphi_u - \varphi_i = \pm 90^\circ \quad \rightarrow \quad P = \frac{1}{2}U_m I_m \cos(90^\circ) = 0$$

(Công suất tác dụng của cuộn cảm hoặc tụ điện bằng zero)

Công suất tác dụng (5)

- Ví dụ:

$$u(t) = 150\sin(314t - 30^\circ) \text{ V}$$

$$i(t) = 10\sin(314t + 45^\circ) \text{ A}$$

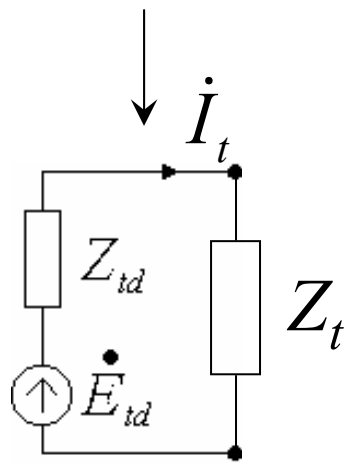
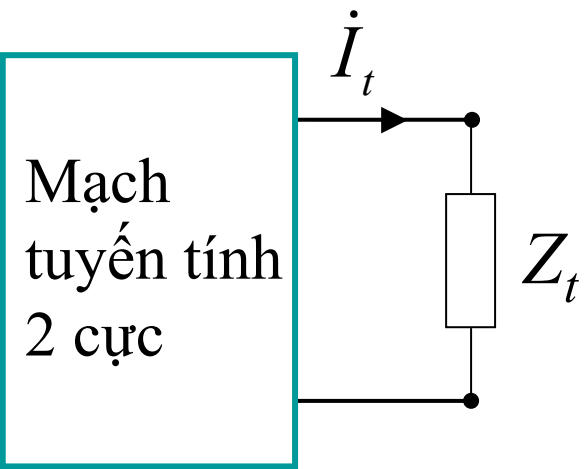
Tính công suất tác dụng P .

Công suất trong mạch xoay chiều

- Công suất tức thời & công suất tác dụng
- **Truyền công suất cực đại**
- Trị hiệu dụng
- Công suất biểu kiến
- Hệ số công suất
- Công suất phức
- Bảo toàn công suất
- Cải thiện hệ số công suất
- Trị hiệu dụng & công suất của tín hiệu đa hài



Truyền công suất cực đại (1)



$$P_t = I_t^2 R_t$$

$$\dot{I}_t = \frac{\dot{E}_{td}}{Z_{td} + Z_t} \rightarrow I_t = \frac{E_{td}}{|Z_{td} + Z_t|}$$

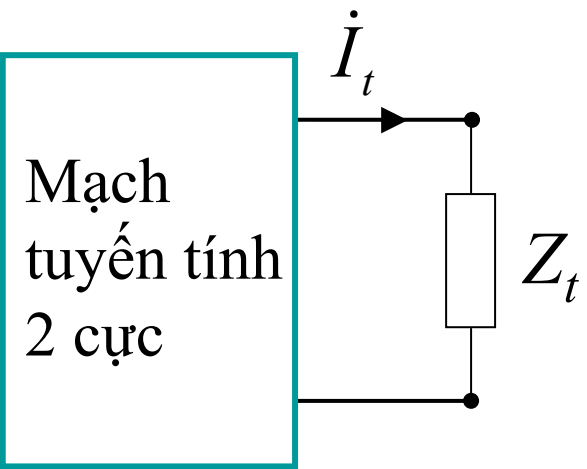
$$\left. \begin{aligned} Z_{td} &= R_{td} + jX_{td} \\ Z_t &= R_t + jX_t \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\begin{aligned} \rightarrow Z_{td} + Z_t &= R_{td} + jX_{td} + R_t + jX_t \\ &= (R_{td} + R_t) + j(X_{td} + X_t) \end{aligned}$$

$$\rightarrow |Z_{td} + Z_t| = \sqrt{(R_{td} + R_t)^2 + (X_{td} + X_t)^2}$$



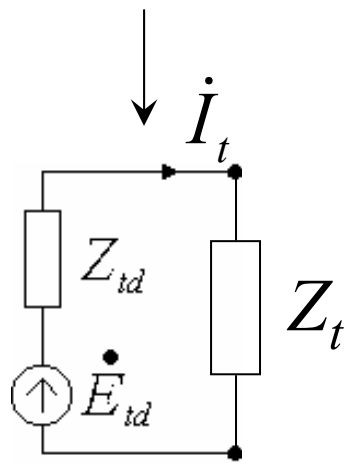
Truyền công suất cực đại (2)



$$P_t = I_t^2 R_t$$

$$I_t = \frac{E_{td}}{|Z_{td} + Z_t|}$$

$$|Z_{td} + Z_t| = \sqrt{(R_{td} + R_t)^2 + (X_{td} + X_t)^2}$$



$$\rightarrow P_t = \frac{E_{td}^2 R_t}{(R_{td} + R_t)^2 + (X_{td} + X_t)^2}$$

Truyền công suất cực đại (3)

$$P_t = \frac{E_{td}^2 R_t}{(R_{td} + R_t)^2 + (X_{td} + X_t)^2}$$

Điều kiện để P_t đạt cực đại:

$$\begin{cases} \frac{\partial P_t}{\partial R_t} = 0 \\ \frac{\partial P_t}{\partial X_t} = 0 \end{cases}$$

Truyền công suất cực đại (4)

$$\begin{cases} \frac{\partial P_t}{\partial X_t} = 0 \rightarrow \frac{\partial P_t}{\partial X_t} = E_{td}^2 \frac{R_t (X_{td} + X_t)}{[(R_{td} + R_t)^2 + (X_{td} + X_t)^2]^2} = 0 \\ \frac{\partial P_t}{\partial R_t} = 0 \rightarrow \frac{\partial P_t}{\partial R_t} = E_{td}^2 \frac{(R_{td} + R_t)^2 + (X_{td} + X_t)^2 - 2R_t (R_{td} + R_t)}{2[(R_{td} + R_t)^2 + (X_{td} + X_t)^2]^2} = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} X_t = -X_{td} \\ R_t = \sqrt{R_{td}^2 + (X_{td} + X_t)^2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X_t = -X_{td} \\ R_t = R_{td} \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{Z_t = \hat{Z}_{td}}$$

Để truyền công suất cực đại, tổng trở tải phải bằng liên hợp phức của tổng trở Thevenin

Truyền công suất cực đại (5)

$$\left. \begin{aligned}
 P_t &= \frac{E_{td}^2 R_t}{(R_{td} + R_t)^2 + (X_{td} + X_t)^2} \\
 \begin{cases} X_t = -X_{td} \\ R_t = R_{td} \end{cases}
 \end{aligned} \right\} \rightarrow P_{t \max} = \frac{E_{td}^2}{4R_{td}}$$

Truyền công suất cực đại (6)

Để truyền công suất cực đại, tổng trở tải phải bằng liên hợp phức của tổng trở Thevenin

$$Z_t = \hat{Z}_{td}$$

Nếu $Z_t = R_t$? $\rightarrow X_t = 0$

$$\frac{\partial P_t}{\partial R_t} = 0 \rightarrow R_t = \sqrt{R_{td}^2 + (X_{td} + X_t)^2}$$

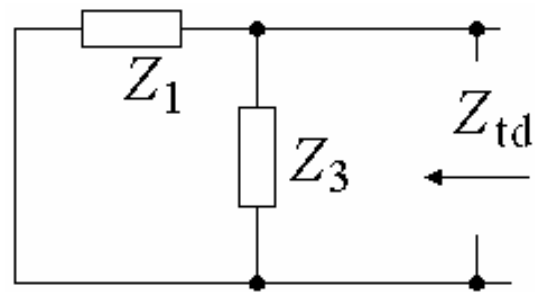
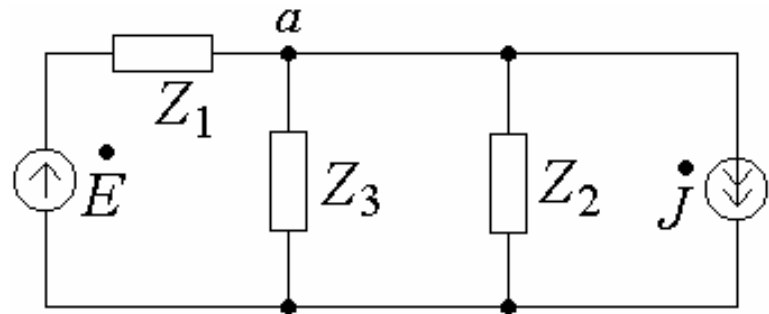
$$\rightarrow R_t = \sqrt{R_{td}^2 + X_{td}^2} = |Z_{td}|$$



VD

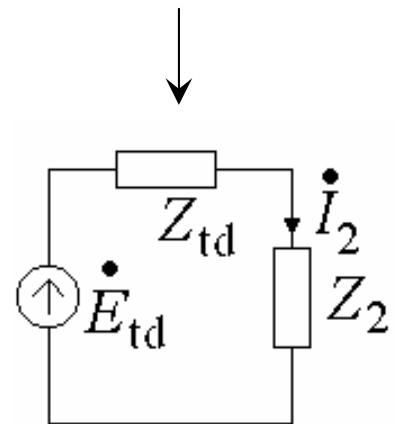
Truyền công suất cực đại (7)

$\dot{E} = 20 \angle -45^\circ \text{ V}; \quad \dot{J} = 5 \angle 60^\circ \text{ A}$
 $Z_1 = 12 \Omega; \quad Z_3 = -j16 \Omega$
 Tính Z_2 để nó nhận được công suất cực đại?
 Công suất đó bằng bao nhiêu?



$$Z_{td} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3} = \frac{12(-j16)}{12 - j16} = 7,68 - j5,76 \Omega$$

$$\rightarrow Z_2 = \hat{Z}_{td} = 7,68 + j5,76 \Omega$$



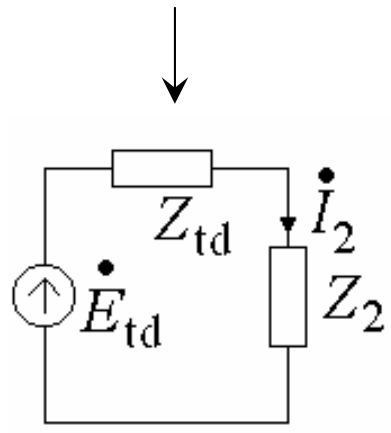
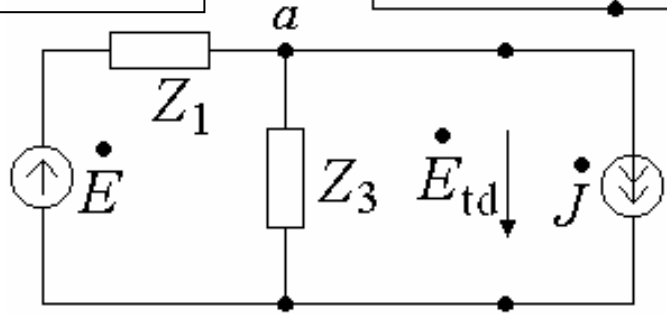
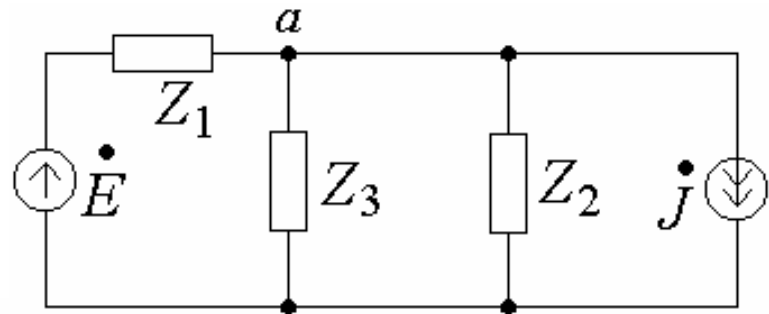
$$Z_t = \hat{Z}_{td}$$



VD

Truyền công suất cực đại (8)

$\dot{E} = 20 \angle -45^\circ \text{ V}; \quad \dot{J} = 5 \angle 60^\circ \text{ A}$
 $Z_1 = 12 \Omega; \quad Z_3 = -j16 \Omega$
 Tính Z_2 để nó nhận được công suất cực đại?
 Công suất đó bằng bao nhiêu?



$$P_{t\max} = \frac{E_{td}^2}{4R_{td}}$$

$$\dot{E}_{td} = \dot{\varphi}_a = \frac{\frac{\dot{E}}{Z_1} - \dot{J}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3}} = \frac{\frac{20 \angle -45^\circ}{12} - 5 \angle 60^\circ}{\frac{1}{12} + \frac{1}{-j16}} = 54,38 \angle -140,4^\circ \text{ V}$$

$$\rightarrow E_{td} = 54,38 \text{ V} \rightarrow P_{t\max} = \frac{E_{td}^2}{4R_{td}} = \frac{54,38^2}{4 \cdot 7,68} = 96,26 \text{ W}$$

$$Z_{td} = 7,68 - j5,76 \Omega$$

Công suất trong mạch xoay chiều

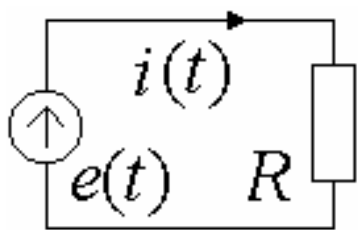
- Công suất tức thời & công suất tác dụng
- Truyền công suất cực đại
- **Trị hiệu dụng**
- Công suất biểu kiến
- Hệ số công suất
- Công suất phức
- Bảo toàn công suất
- Cải thiện hệ số công suất
- Trị hiệu dụng & công suất của tín hiệu đa hài

Trị hiệu dụng (1)

- Xuất phát từ nhu cầu đo/đánh giá tác dụng của một nguồn áp/nguồn dòng trong việc cung cấp công suất cho một điện trở (tải thuần trở)
- *Định nghĩa:* Trị hiệu dụng của một dòng điện chu kỳ là độ lớn một dòng điện một chiều, công suất mà dòng điện một chiều này cung cấp cho một điện trở bằng công suất mà dòng điện chu kỳ cung cấp cho điện trở đó
- Có thể viết tắt trị hiệu dụng là rms (root-mean-square)
- Gọi tắt là dòng hiệu dụng (& áp hiệu dụng)
- Ký hiệu: I & U [của dòng chu kỳ $i(t)$ & áp chu kỳ $u(t)$]

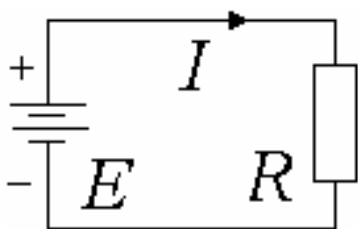


Trị hiệu dụng (2)



$$\rightarrow P = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 R dt = \frac{R}{T} \int_0^T i^2 dt$$

$$\rightarrow I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$



$$\rightarrow P = I^2 R$$

Tương tự: $U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}$

root-mean-square

Tổng quát:

$$X = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt}$$

Trị hiệu dụng (3)

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

$$i(t) = I_m \sin \omega t$$

$$\rightarrow I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [I_m \sin \omega t]^2 dt}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt}$$

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} \int_0^T dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

VD 1

Trị hiệu dụng (4)

- Tính trị hiệu dụng của $u(t) = 311 \sin 314t$ V

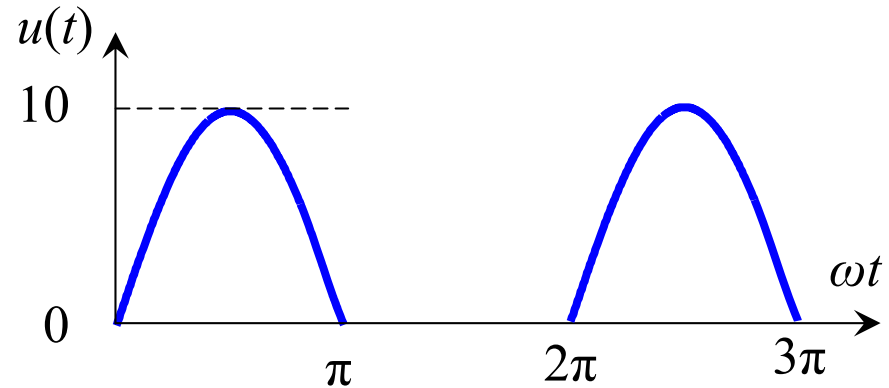


VD 2

Trị hiệu dụng (5)

$u(t)$ là sóng chỉnh lưu nửa chu kỳ, $U = ?$

$$u(t) = \begin{cases} 10 \sin t \text{ V}, & 0 < t < \pi \\ 0, & \pi < t < 2\pi \end{cases}$$



$$U^2 = \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^\pi (10 \sin t)^2 dt + \int_\pi^{2\pi} 0^2 dt \right]$$

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow \\ \sin^2 t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2t) \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow U^2 = \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{100}{2} (1 - \cos 2t) dt = \frac{50}{2\pi} \left(t - \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_0^\pi = \frac{50}{2\pi} \left(\pi - \frac{1}{2} \sin 2\pi - 0 \right) = 25$$

$$\rightarrow U = 5 \text{ V}$$

Công suất trong mạch xoay chiều

- Công suất tức thời & công suất tác dụng
- Truyền công suất cực đại
- Trị hiệu dụng
- **Công suất biểu kiến**
- Hệ số công suất
- Công suất phức
- Bảo toàn công suất
- Cải thiện hệ số công suất
- Trị hiệu dụng & công suất của tín hiệu đa hài

Công suất biểu kiến (1)

$$P = \frac{1}{2} U_m I_m \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$P = UI \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

(P : công suất tác dụng)

$$\text{Đặt } S = UI$$

(S : công suất biểu kiến)

$$\rightarrow P = S \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

Công suất biểu kiến (2)

- Tích của trị hiệu dụng của điện áp & trị hiệu dụng của dòng điện
- $S = UI$
- Đơn vị: VA (vôn-ampe, volt-ampere)
- *Chú ý*: đơn vị của công suất tác dụng P là W (oát, watt)

Công suất trong mạch xoay chiều

- Công suất tức thời & công suất tác dụng
- Truyền công suất cực đại
- Trị hiệu dụng
- Công suất biểu kiến
- **Hệ số công suất**
- Công suất phức
- Bảo toàn công suất
- Cải thiện hệ số công suất
- Trị hiệu dụng & công suất của tín hiệu đa hài

Hệ số công suất (1)

$$P = S \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

- Hệ số công suất: $pf = \cos(\varphi_u - \varphi_i)$
- pf : power factor
- Dấu của $(\varphi_u - \varphi_i)$ không ảnh hưởng đến pf
- $0 \leq pf \leq 1$
- $\varphi_u - \varphi_i$: góc hệ số công suất
- Tải thuần trở: $\varphi_u - \varphi_i = 0 \rightarrow pf = 1 \rightarrow P = S = UI$
- Tải thuần điện kháng: $\varphi_u - \varphi_i = \pm 90^\circ \rightarrow pf = 0 \rightarrow P = 0$
- pf của tải điện kháng cảm gọi là pf chậm pha
- pf của tải điện kháng dung gọi là pf sớm pha

VD Hệ số công suất (2)

$$u(t) = 100\sin(314t + 30^\circ) \text{ V}$$

$$i(t) = 5\sin(314t - 15^\circ) \text{ A}$$

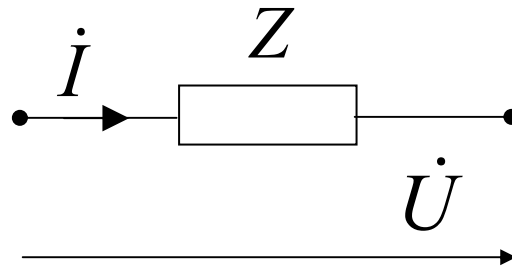
Tính S , pf

Công suất trong mạch xoay chiều

- Công suất tức thời & công suất tác dụng
- Truyền công suất cực đại
- Trị hiệu dụng
- Công suất biểu kiến
- Hệ số công suất
- **Công suất phức**
- Bảo toàn công suất
- Cải thiện hệ số công suất
- Trị hiệu dụng & công suất của tín hiệu đa hài

Công suất phức (1)

- Công suất phức chứa mọi thông tin liên quan đến công suất của một tải
- Đơn vị: VA (vôn-ampe, giống đơn vị của công suất biểu kiến)



$$S = U\hat{I}$$

Công suất phức (2)

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{S} &= \dot{U}\hat{I} \\ \dot{U} &= U \underline{\angle \varphi_u} \\ \hat{I} &= I \underline{\angle \varphi_i} \end{aligned} \right\} \rightarrow \mathbf{S} = \left(U \underline{\angle \varphi_u} \right) \left(I \underline{\angle -\varphi_i} \right) = UI \underline{\angle \varphi_u - \varphi_i} \\ = UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) + jUI \sin(\varphi_u - \varphi_i) \left. \vphantom{\begin{aligned} \mathbf{S} &= \dot{U}\hat{I} \\ \dot{U} &= U \underline{\angle \varphi_u} \\ \hat{I} &= I \underline{\angle \varphi_i} \end{aligned}} \right\} \rightarrow \\ S &= UI$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \mathbf{S} &= S \cos(\varphi_u - \varphi_i) + jS \sin(\varphi_u - \varphi_i) \\ &= P + jQ \end{aligned}$$

P : công suất tác dụng (W)

Q : công suất phản kháng (VAR, volt-ampere reactive)

Công suất phức (3)

- Công suất tác dụng $P = UI\cos(\varphi_u - \varphi_i)$
- Công suất phản kháng: $Q = UI\sin(\varphi_u - \varphi_i)$
- $\sin(\varphi_u - \varphi_i)$ gọi là hệ số phản kháng, thường ký hiệu là rf (reactive factor)
- P là công suất có ích
- Q là phép đo sự trao đổi năng lượng giữa nguồn & phần điện kháng của tải

Công suất phức (4)

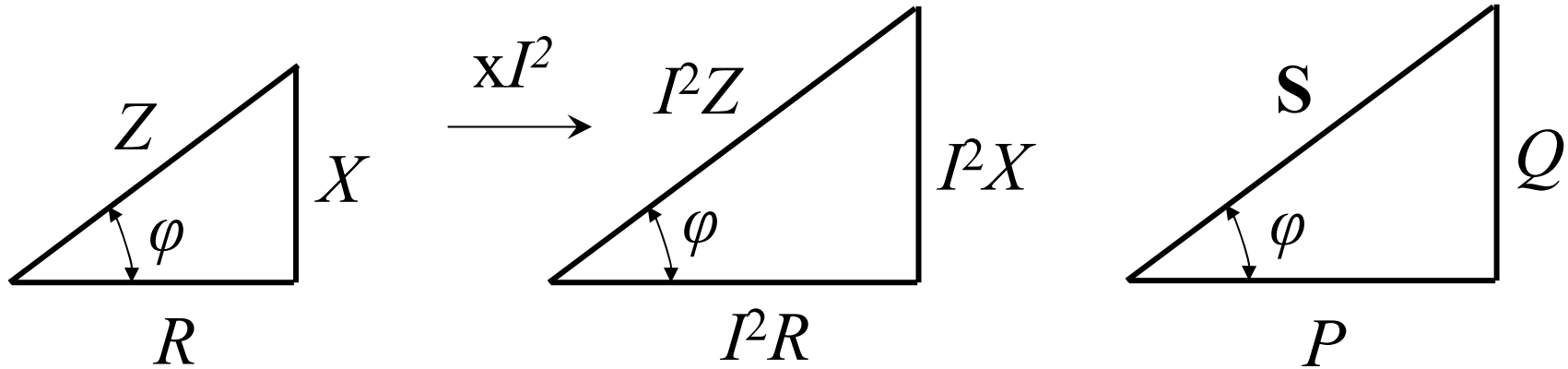
$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{S} = \dot{U}\hat{I} \\ \dot{U} = Z\dot{I} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \mathbf{S} = Z\dot{I}\hat{I} = ZI^2 \\ Z = R + jX \end{array} \right\} \rightarrow \mathbf{S} = (R + jX)I^2 = I^2R + jI^2X \\ = P + jQ$$

$$P = \text{Re}(\mathbf{S}) = \text{Re}(\dot{U}\hat{I}) = I^2R$$

$$Q = \text{Im}(\mathbf{S}) = \text{Im}(\dot{U}\hat{I}) = I^2X$$



Công suất phức (5)



Tam giác tổng trở

Tam giác công suất

Công suất phức (6)

$$\mathbf{S} = P + jQ = \dot{U}\hat{I} = UI \angle(\varphi_u - \varphi_i)$$

$$S = |\mathbf{S}| = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$P = \text{Re}(\mathbf{S}) = S \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

$$Q = \text{Im}(\mathbf{S}) = S \sin(\varphi_u - \varphi_i)$$

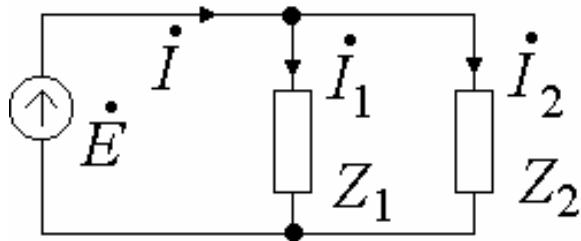
$$pf = \frac{P}{S} = \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

Công suất trong mạch xoay chiều

- Công suất tức thời & công suất tác dụng
- Truyền công suất cực đại
- Trị hiệu dụng
- Công suất biểu kiến
- Hệ số công suất
- Công suất phức
- **Bảo toàn công suất**
- Cải thiện hệ số công suất
- Trị hiệu dụng & công suất của tín hiệu đa hài

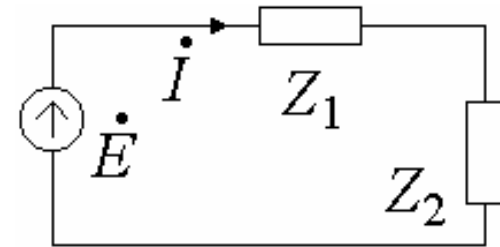


Bảo toàn công suất (1)



$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \dot{U}\hat{I} = \dot{U}(\hat{I}_1 + \hat{I}_2) \\ &= \dot{U}\hat{I}_1 + \dot{U}\hat{I}_2 \\ &= \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 \end{aligned}$$



$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \dot{U}\hat{I} = (\dot{U}_1 + \dot{U}_2)\hat{I} \\ &= \dot{U}_1\hat{I} + \dot{U}_2\hat{I} \\ &= \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 \end{aligned}$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \dots + \mathbf{S}_n$$

Bảo toàn công suất (2)

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \dots + \mathbf{S}_n$$

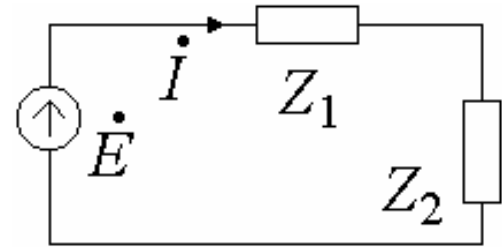
- Công suất phức của nguồn = tổng công suất phức của tải
- Công suất tác dụng của nguồn = tổng công suất tác dụng của tải
- Công suất phản kháng của nguồn = tổng công suất phản kháng của tải
- Công suất biểu kiến của nguồn \neq tổng công suất biểu kiến của tải



VD

Bảo toàn công suất (1)

$$\begin{aligned} \dot{E} &= 220 \angle 0^\circ \text{ V} \\ Z_1 &= 4 + j2 \Omega \\ Z_2 &= 15 - j10 \Omega \end{aligned}$$



Công suất trong mạch xoay chiều

- Công suất tức thời & công suất tác dụng
- Truyền công suất cực đại
- Trị hiệu dụng
- Công suất biểu kiến
- Hệ số công suất
- Công suất phức
- Bảo toàn công suất
- **Cải thiện hệ số công suất**
- Trị hiệu dụng & công suất của tín hiệu đa hài

Cải thiện hệ số công suất (1)

- Hệ số công suất càng lớn càng tốt
- Dòng I để đưa công suất P (cho trước) tới tải tỉ lệ nghịch với hệ số công suất tải:

$$P = UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) \rightarrow I = \frac{P}{U \cos(\varphi_u - \varphi_i)}$$

- Với một công suất P cho trước, hệ số công suất càng nhỏ thì dòng I tới tải càng lớn; dòng lớn hơn mức cần thiết sẽ làm tăng tổn thất điện áp & tăng tổn thất công suất trên đường dây & thiết bị truyền tải điện
- Hệ số công suất càng lớn càng tốt $\rightarrow (\varphi_u - \varphi_i)$ càng nhỏ càng tốt

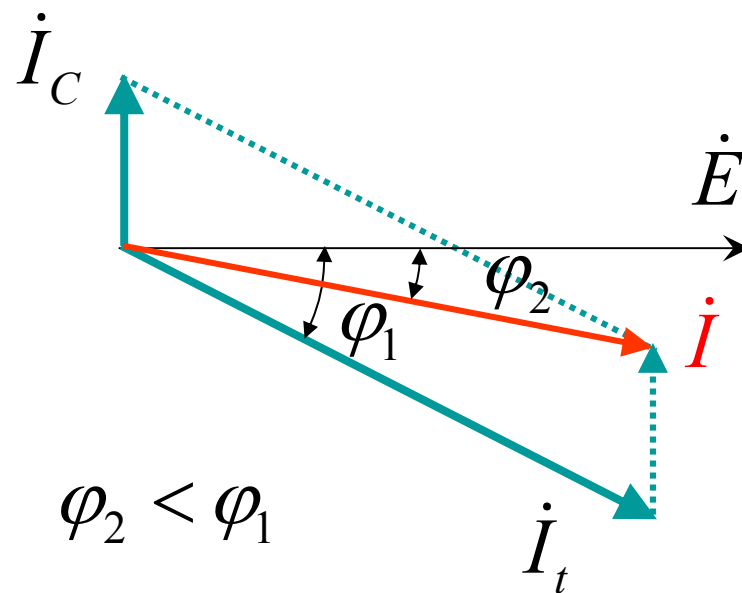
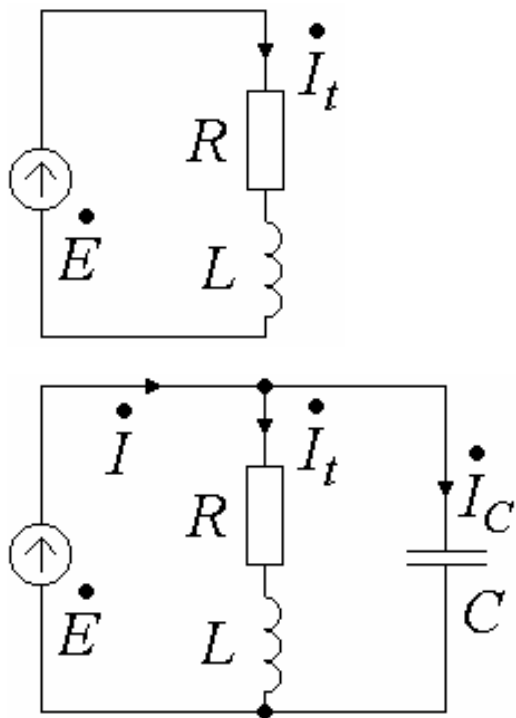
Cải thiện hệ số công suất (2)

- Hầu hết các tải dân dụng (máy giặt, máy điều hoà, tủ lạnh, ...) đều có tính cảm kháng
- Các tải này được mô hình hoá bằng một điện trở nối tiếp với một cuộn cảm
- Cải thiện hệ số công suất là quá trình tăng hệ số công suất mà không làm thay đổi điện áp & dòng điện ban đầu của tải
- Thường được thực hiện bằng cách nối tải song song với một tụ điện (tụ bù)
- Có thể hiểu là điện dung chặn bớt dòng chạy trên đường dây, nói cách khác là một phần của dòng điện đáng ra phải chạy trên đường dây (nếu không có tụ) chạy qua chạy lại giữa tụ và tải



Cải thiện hệ số công suất (3)

- $(\varphi_u - \varphi_i)$ càng nhỏ càng tốt
- Thường được thực hiện bằng cách nối tải song song với một tụ điện (tụ bù)



Cải thiện hệ số công suất (4)

- Mắc thêm tụ song song \rightarrow giảm góc lệch pha giữa dòng & áp \rightarrow tăng hệ số công suất
- Muốn tăng hệ số công suất từ $\cos\varphi_1$ lên $\cos\varphi_2$ thì $C = ?$
- (vẫn phải đảm bảo P được giữ nguyên)

Cải thiện hệ số công suất (5)

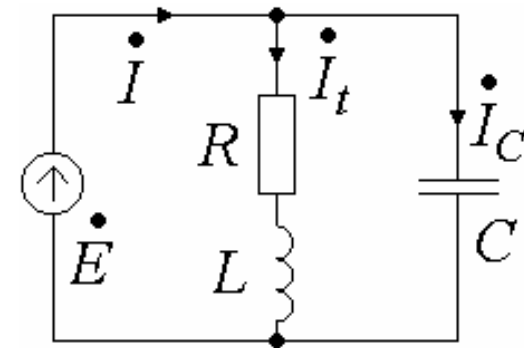
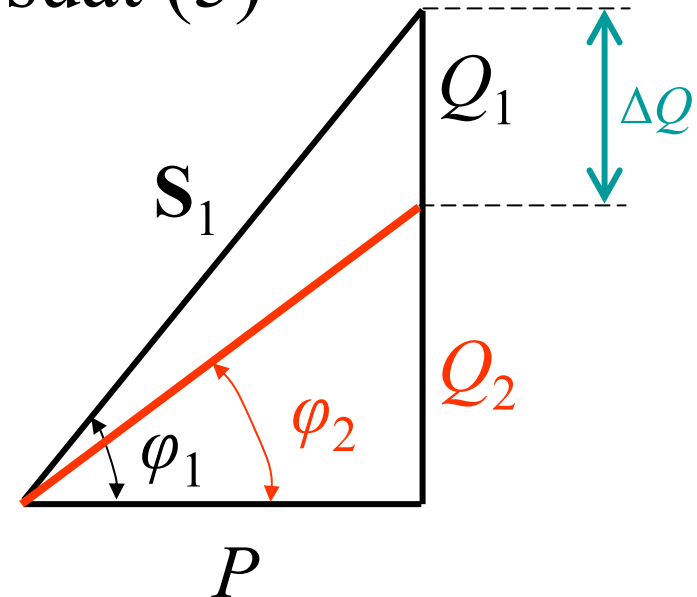
$$Q_1 = P \operatorname{tg} \varphi_1, \quad Q_2 = P \operatorname{tg} \varphi_2$$

Công suất phản kháng cần bổ sung:

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2$$

$$\Delta Q = \frac{E^2}{X} = \omega C E^2 \rightarrow C = \frac{\Delta Q}{\omega E^2}$$

$$C = \frac{Q_1 - Q_2}{\omega E^2} = \frac{P \operatorname{tg} \varphi_1 - P \operatorname{tg} \varphi_2}{\omega E^2} = P \frac{\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2}{\omega E^2}$$



Công suất trong mạch xoay chiều

- Công suất tức thời & công suất tác dụng
- Truyền công suất cực đại
- Trị hiệu dụng
- Công suất biểu kiến
- Hệ số công suất
- Công suất phức
- Bảo toàn công suất
- Cải thiện hệ số công suất
- **Trị hiệu dụng & công suất của tín hiệu đa hài**

Trị hiệu dụng của tín hiệu đa hài (1)

- Tín hiệu đa hài: tổng của các sóng sin có tần số khác nhau (kể cả tần số zero (một chiều))
- Ví dụ: $x(t) = 5 - 10\sin 50t + 25\sin(10t - 45^\circ)$

$$X = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt}$$

$$\begin{aligned} x^2 &= \left[5 - 10\sin 50t + 25\sin(10t - 45^\circ) \right]^2 \\ &= 5^2 + (10\sin 50t)^2 + \left[25\sin(10t - 45^\circ) \right]^2 - \\ &\quad - 2.5.10\sin 50t + 2.5.25\sin(10t - 45^\circ) - 2(10\sin 50t)[25\sin(10t - 45^\circ)] \end{aligned}$$

Trị hiệu dụng của tín hiệu đa hài (2)

$$x^2 = 5^2 + (10 \sin 50t)^2 + [25 \sin(10t - 45^\circ)]^2 -$$

$$-2.5.10 \sin 50t + 2.5.25 \sin(10t - 45^\circ) - 2(10 \sin 50t)[25 \sin(10t - 45^\circ)]$$

$$\rightarrow \frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T 5^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T (10 \sin 50t)^2 dt +$$

$$+ \frac{1}{T} \int_0^T [25 \sin(10t - 45^\circ)]^2 dt -$$

$$- \frac{1}{T} \int_0^T 2.5.10 \sin 50t dt + \frac{1}{T} \int_0^T 2.5.25 \sin(10t - 45^\circ) dt -$$

$$- \frac{1}{T} \int_0^T 2(10 \sin 50t)[25 \sin(10t - 45^\circ)] dt$$

Trị hiệu dụng của tín hiệu đa hài (3)

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt &= \frac{1}{T} \int_0^T 5^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T (10 \sin 50t)^2 dt + \\ &+ \frac{1}{T} \int_0^T [25 \sin(10t - 45^\circ)]^2 dt - \\ &- \frac{1}{T} \int_0^T 2.5.10 \sin 50t dt + \frac{1}{T} \int_0^T 2.5.25 \sin(10t - 45^\circ) dt - \\ &- \frac{1}{T} \int_0^T 2(10 \sin 50t)[25 \sin(10t - 45^\circ)] dt \end{aligned} = 0$$

$$\rightarrow \frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T 5^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T (10 \sin 50t)^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T [25 \sin(10t - 45^\circ)]^2 dt$$

Trị hiệu dụng của tín hiệu đa hài (4)

$$x(t) = 5 - 10\sin 50t + 25\sin(10t - 45^\circ)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T 5^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T (10\sin 50t)^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T [25\sin(10t - 45^\circ)]^2 dt$$

$$\rightarrow X = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T 5^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T (10\sin 50t)^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T [25\sin(10t - 45^\circ)]^2 dt}$$

Trị hiệu dụng của tín hiệu đa hài (5)

$$x(t) = 5 - 10\sin 50t + 25\sin(10t - 45^\circ) = x_0 - x_1 + x_2$$

$$\rightarrow X = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T 5^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T (10 \sin 50t)^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T [25 \sin(10t - 45^\circ)]^2 dt}$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T 5^2 dt = 5^2 \quad (\text{Trị hiệu dụng của } x_0)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T (10 \sin 50t)^2 dt = \frac{10^2}{2} \quad (\text{Trị hiệu dụng của } x_1)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T [25 \sin(10t - 45^\circ)]^2 dt = \frac{25^2}{2} \quad (\text{Trị hiệu dụng của } x_2)$$

$$\rightarrow X = \sqrt{(5)^2 + \left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{25}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{X_0^2 + X_1^2 + X_2^2}$$

Trị hiệu dụng của tín hiệu đa hài (6)

$$x(t) = x_0 - x_1 + x_2 \rightarrow X = \sqrt{X_0^2 + X_1^2 + X_2^2}$$

(Chú ý: x_0, x_1 & x_2 có tần số khác nhau)

$$x(t) = \sum_0^{N-1} x_k(t) \rightarrow X = \sqrt{\sum_0^{N-1} X_k^2}$$

$$u(t) = \sum_0^{N-1} u_k(t) \rightarrow U = \sqrt{\sum_0^{N-1} U_k^2}$$

$$i(t) = \sum_0^{N-1} i_k(t) \rightarrow I = \sqrt{\sum_0^{N-1} I_k^2}$$

Công suất của tín hiệu đa hài (1)

$$i(t) = \sum_0^{N-1} i_k(t)$$

$$P = RI^2$$

$$i(t) = \sum_0^{N-1} i_k(t) \rightarrow I = \sqrt{\sum_0^{N-1} I_k^2}$$

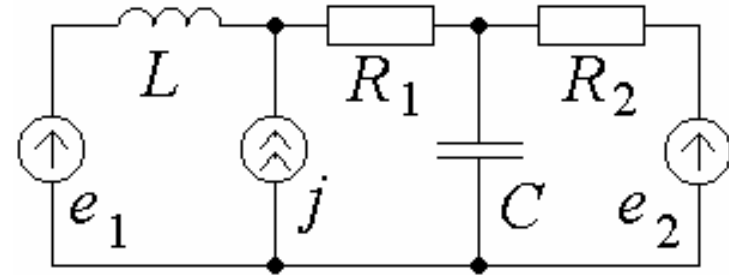
$$\rightarrow P = R \sum_0^{N-1} I_k^2 = \sum_0^{N-1} RI_k^2 = \sum_0^{N-1} P_k$$



VD

Công suất của tín hiệu đa hài (2)

$e_1 = 10\sin 10t$ V; $j = 4\sin(50t + 30^\circ)$ A; $e_2 = 6$ V (DC);
 $L = 1$ H; $R_1 = 1$ Ω ; $R_2 = 5$ Ω ; $C = 0,01$ F;
 Tính U_{R1} & P_{R1}



$$u_{R1} = -1 + 1,06 \sin(10t - 58^\circ) + 4,14 \sin(50t + 32^\circ) \text{ V}$$

$$U_{R1} = \sqrt{1^2 + \frac{1,06^2}{2} + \frac{4,14^2}{2}} = 3,18 \text{ V}$$

$$P_{R1} = \frac{U_{R1}^2}{R_1} = \frac{3,18^2}{1} = 10,13 \text{ W}$$

Mạch xoay chiều

- Sóng sin
- Phản ứng của các phần tử cơ bản
- Số phức
- Biểu diễn sóng sin bằng số phức
- Phức hoá các phần tử cơ bản
- Phân tích mạch xoay chiều
- Công suất trong mạch xoay chiều
- **Hỗ cảm**
- Phân tích mạch điện bằng máy tính

Hỗ cảm

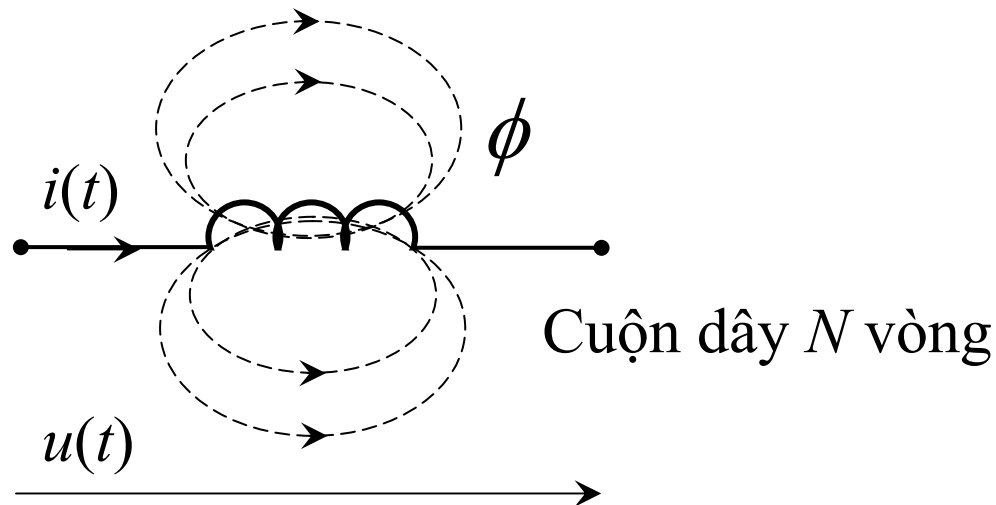
- Hiện tượng hỗ cảm: khi 2 cuộn cảm/cuộn dây đặt đủ sát nhau, dòng từ thông của 1 cuộn (do dòng điện trong cuộn này gây ra) sẽ liên kết với cuộn thứ 2, tạo ra điện áp trên cuộn đó
- Nội dung:
 - Hiện tượng hỗ cảm
 - Quy tắc dấu chấm
 - Công suất hỗ cảm
 - Phân tích mạch điện có hỗ cảm

Hiện tượng hồ cảm (1)

- Từ trước đến nay chỉ xét các mạch điện có các phần tử mạch liên kết với nhau bằng dây dẫn
- Hai phần tử (tiếp xúc với nhau hoặc không) ảnh hưởng lẫn nhau thông qua từ trường (do chúng sinh ra) gọi là có liên kết từ
- Ví dụ: máy biến áp
- Hiện tượng hồ cảm: khi 2 cuộn cảm/cuộn dây đặt đủ sát nhau, dòng từ thông của 1 cuộn (do dòng điện trong cuộn này gây ra) sẽ liên kết với cuộn thứ 2, tạo ra điện áp trên cuộn đó



Hiện tượng hồ cảm (2)



Luật Faraday: $u = N \frac{d\phi}{dt} = N \frac{d\phi}{di} \frac{di}{dt}$

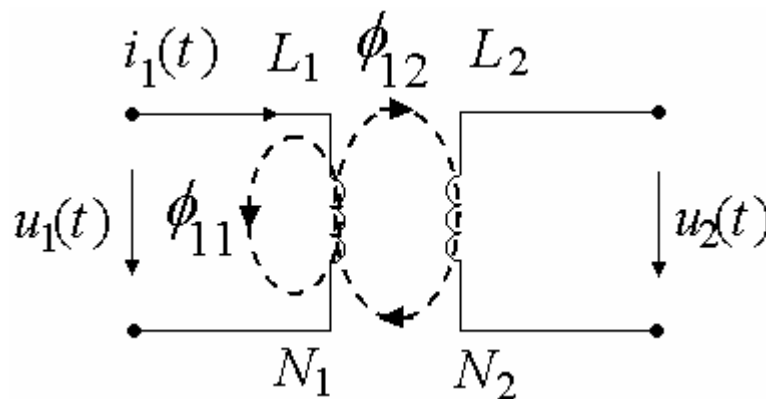
$$\rightarrow u = L \frac{di}{dt} \quad L = N \frac{d\phi}{di}$$

(tự cảm/điện cảm)



Hiện tượng hồ cảm (3)

$$i_2(t) = 0$$



$$u_2 = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12}$$

$$\begin{aligned} u_1 &= N_1 \frac{d\phi_1}{dt} \\ &= N_1 \frac{d\phi_1}{di_1} \frac{di_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_2 &= N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt} \\ &= N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1} \frac{di_1}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt} \end{aligned}$$

L_1 : tự cảm/điện cảm

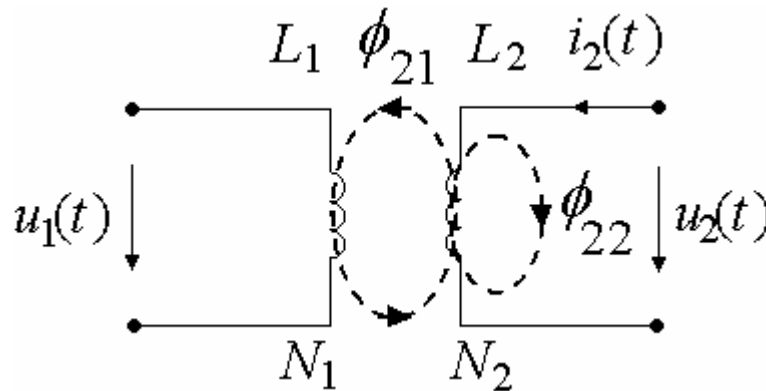
M_{21} : hồ cảm



Hiện tượng hồ cảm (4)

$$i_1(t) = 0$$

$$u_1 = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$



$$\phi_2 = \phi_{21} + \phi_{22}$$

$$u_1 = N_1 \frac{d\phi_{21}}{dt}$$

$$u_2 = N_2 \frac{d\phi_2}{dt}$$

$$= N_1 \frac{d\phi_{21}}{di_2} \frac{di_2}{dt} = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$= N_2 \frac{d\phi_2}{di_2} \frac{di_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt}$$

M_{12} : hồ cảm

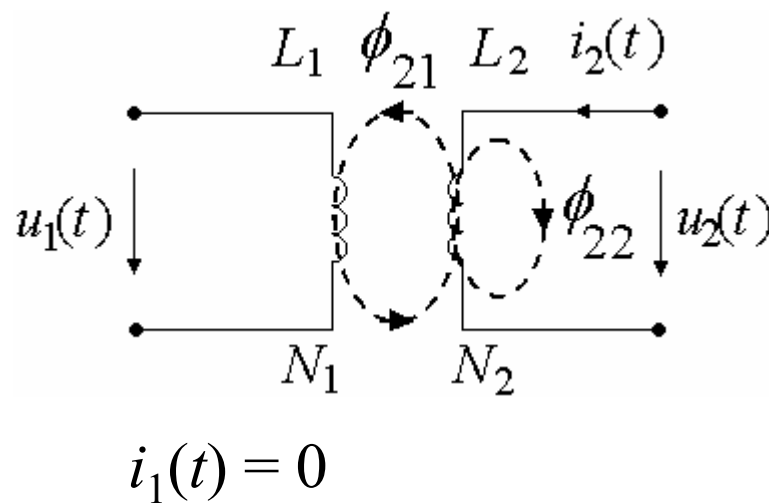
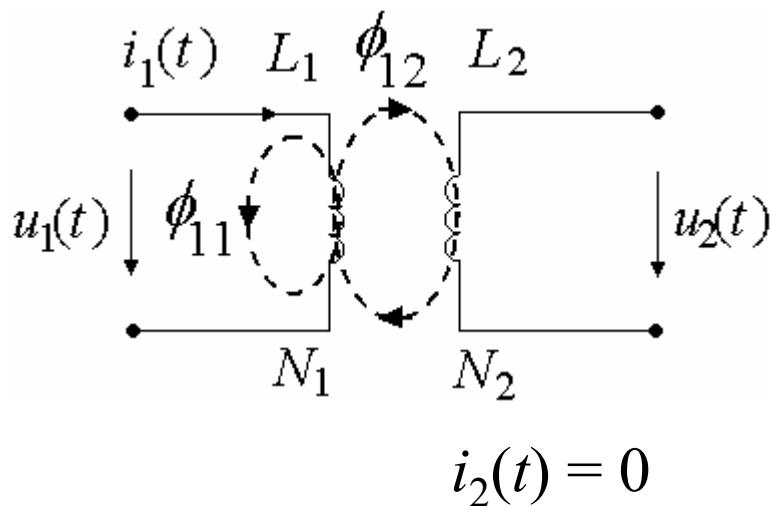
L_2 : tự cảm/điện cảm

Hiện tượng hồ cảm (5)

- $M_{12} = M_{21} = M$
- $M > 0$
- Hồ cảm (hệ số hồ cảm)
- Đơn vị: H
- Hiện tượng hồ cảm chỉ tồn tại nếu:
 - 2 cuộn dây đủ gần nhau, &
 - Nguồn kích thích biến thiên



Hiện tượng hồ cảm (6)



$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt}$$

(Điện áp tự cảm)

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt}$$

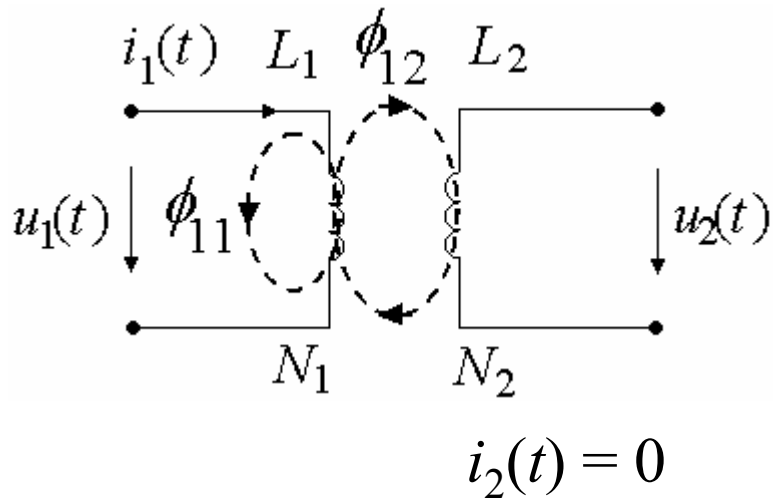
$$u_2 = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

(Điện áp hồ cảm)

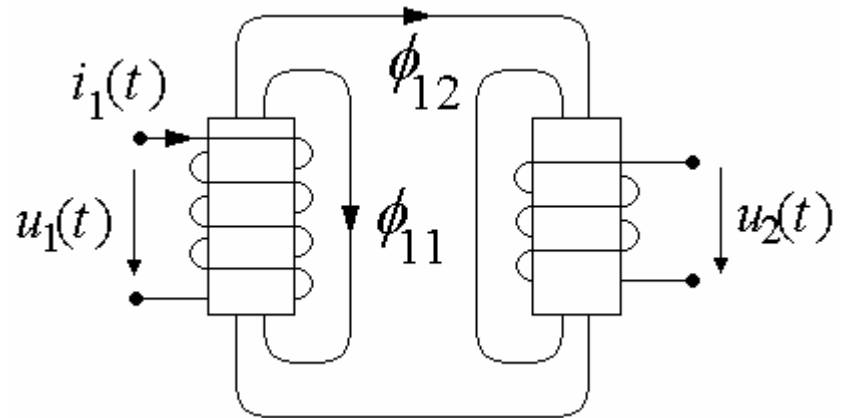
$$u_1 = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$



Hiện tượng hồ cảm (7)

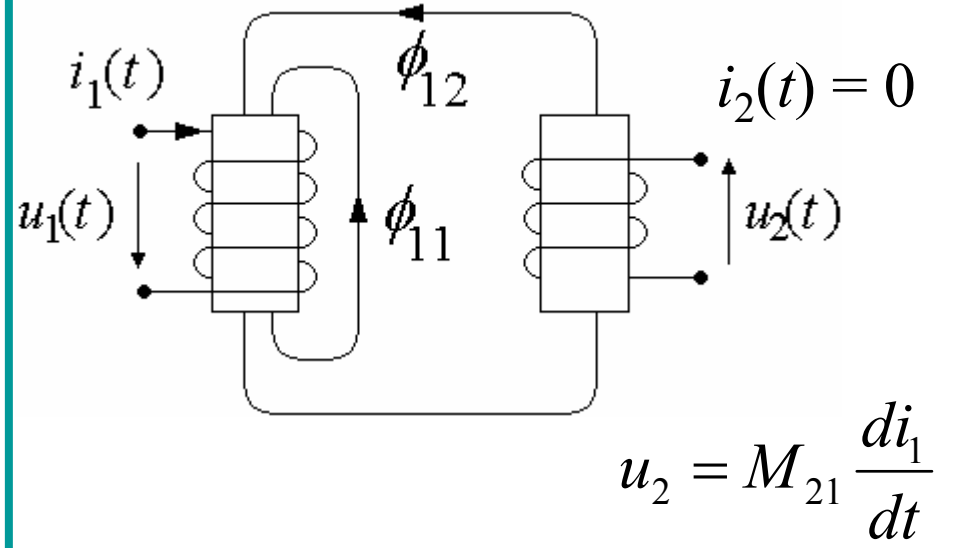
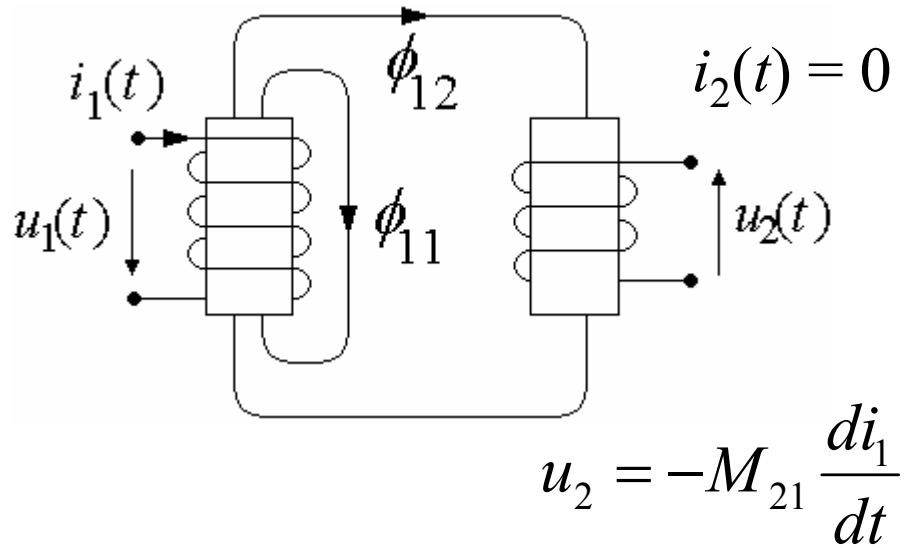
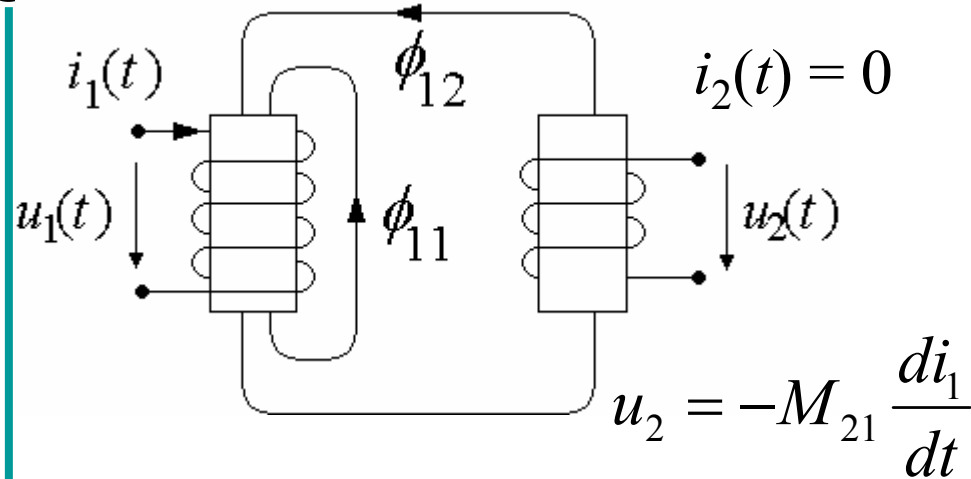
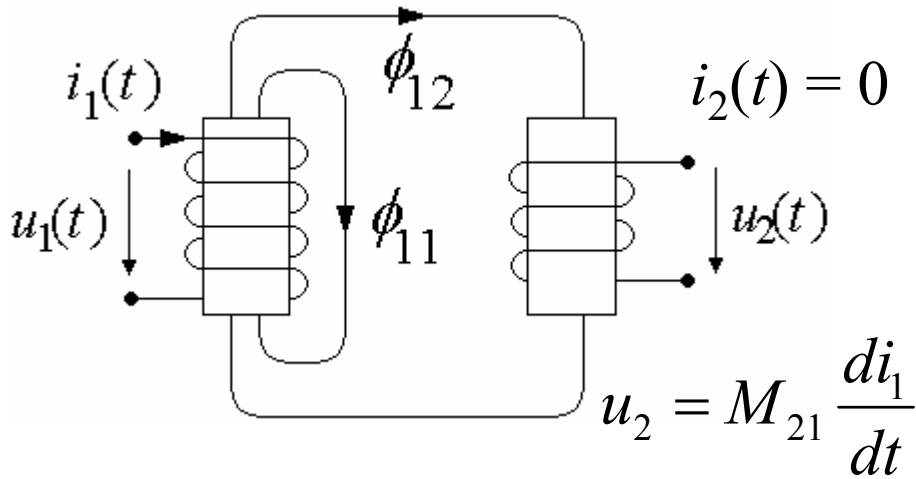


$$u_2 = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$





Hiện tượng hồ cảm (8)



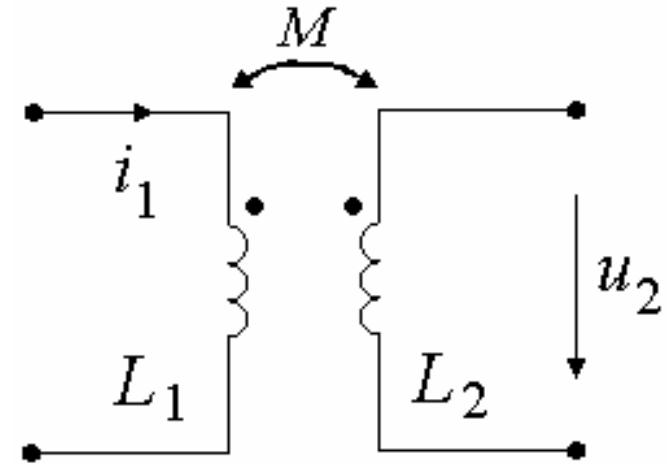
Hỗ cảm

- Hiện tượng hỗ cảm
- **Quy tắc dấu chấm**
- Công suất hỗ cảm
- Phân tích mạch điện có hỗ cảm



Quy tắc dấu chấm (1)

- Nếu cả hai mũi tên (dòng trên cuộn 1 & áp trên cuộn 2) đều đi vào hoặc đều đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp hồ cảm sẽ dương
- Nếu một mũi tên đi vào đầu có đánh dấu & mũi kia đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp hồ cảm sẽ âm



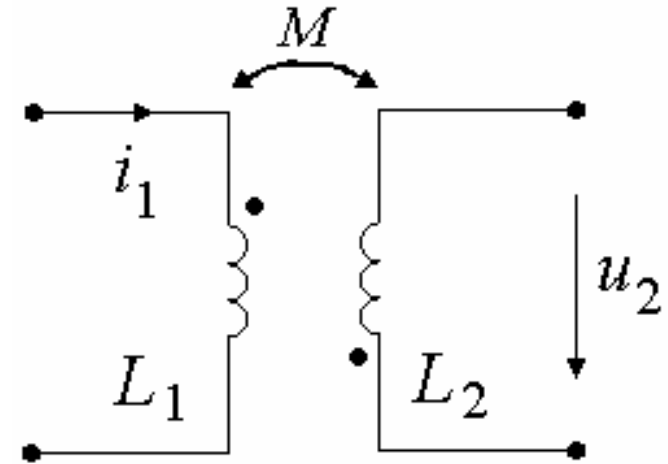
$$i_2(t) = 0$$

$$u_2 = M \frac{di_1}{dt}$$



Quy tắc dấu chấm (2)

- Nếu cả hai mũi tên (dòng trên cuộn 1 & áp trên cuộn 2) đều đi vào hoặc đều đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp hồ cảm sẽ dương
- Nếu một mũi tên đi vào đầu có đánh dấu & mũi kia đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp hồ cảm sẽ âm

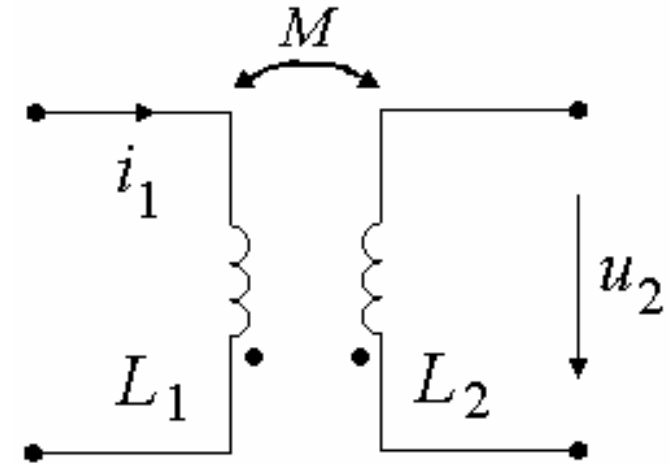


$$i_2(t) = 0$$

$$u_2 = -M \frac{di_1}{dt}$$

Quy tắc dấu chấm (3)

- Nếu cả hai mũi tên (dòng trên cuộn 1 & áp trên cuộn 2) đều đi vào hoặc đều đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp hồ cảm sẽ dương
- Nếu một mũi tên đi vào đầu có đánh dấu & mũi kia đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp hồ cảm sẽ âm



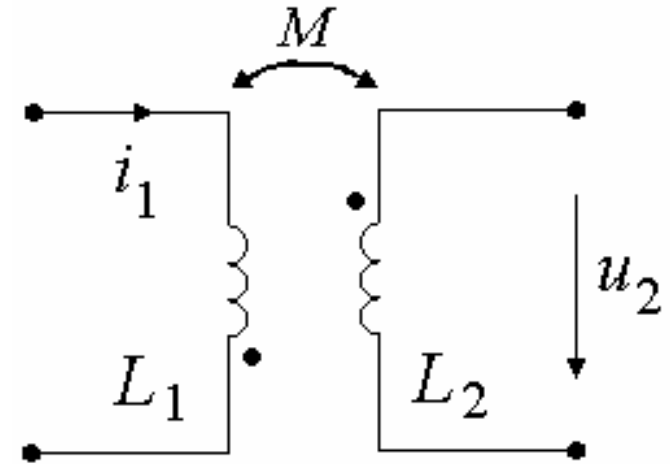
$$i_2(t) = 0$$

$$u_2 = M \frac{di_1}{dt}$$



Quy tắc dấu chấm (4)

- Nếu cả hai mũi tên (dòng trên cuộn 1 & áp trên cuộn 2) đều đi vào hoặc đều đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp hồ cảm sẽ dương
- Nếu một mũi tên đi vào đầu có đánh dấu & mũi kia đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp hồ cảm sẽ âm

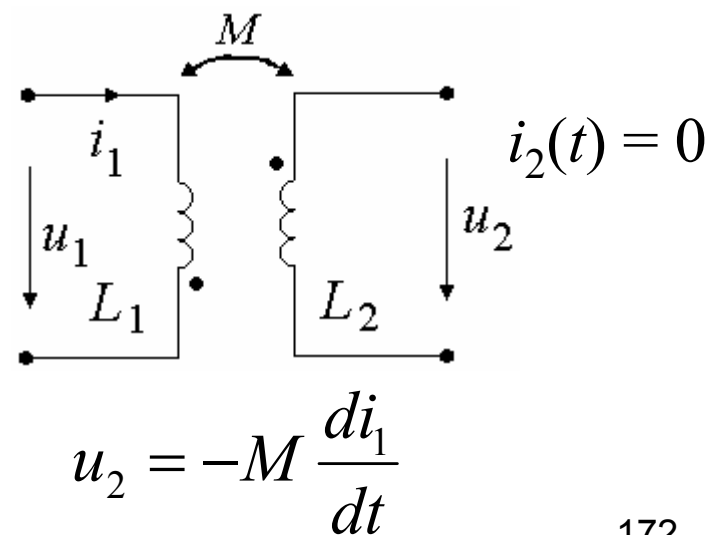
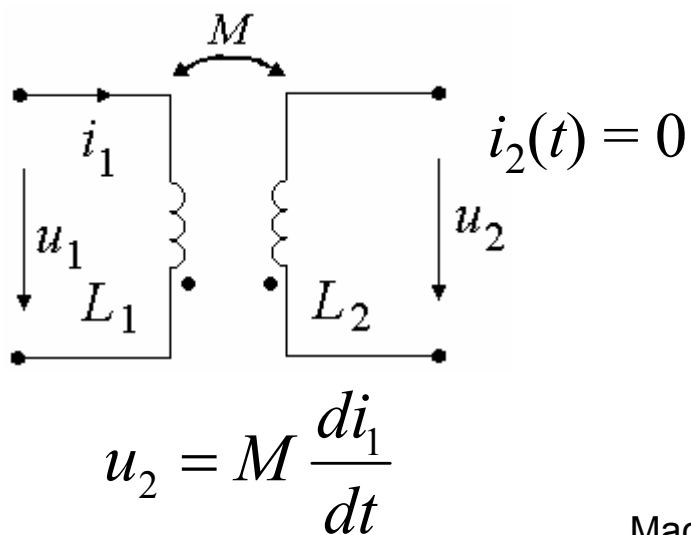
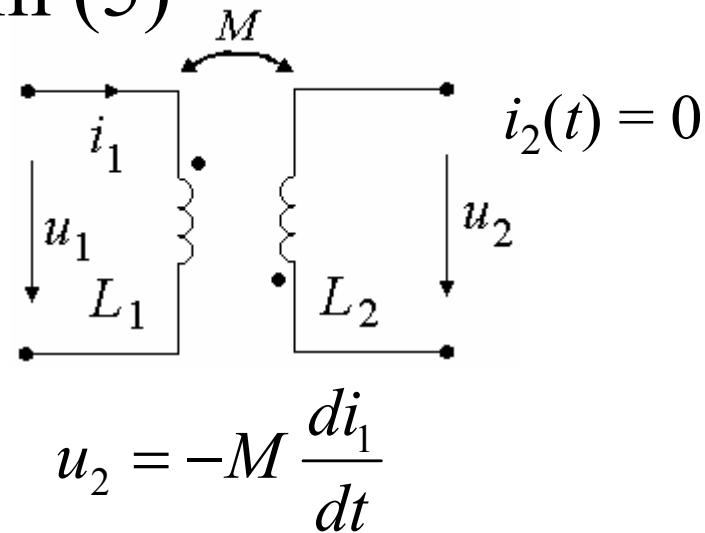
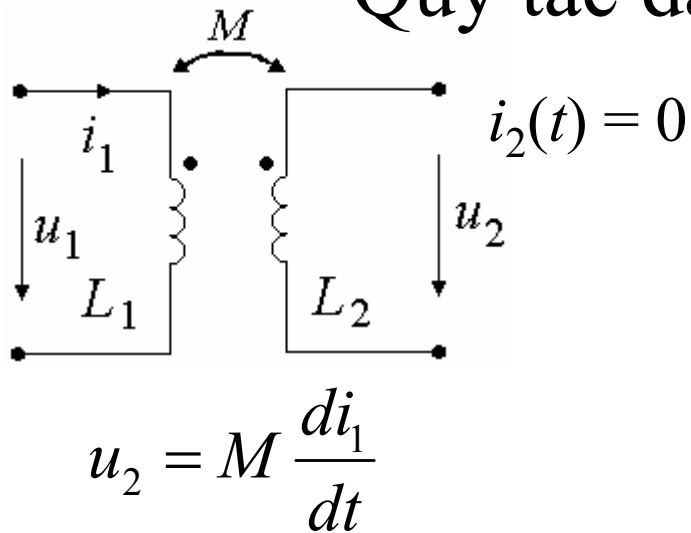


$$i_2(t) = 0$$

$$u_2 = -M \frac{di_1}{dt}$$



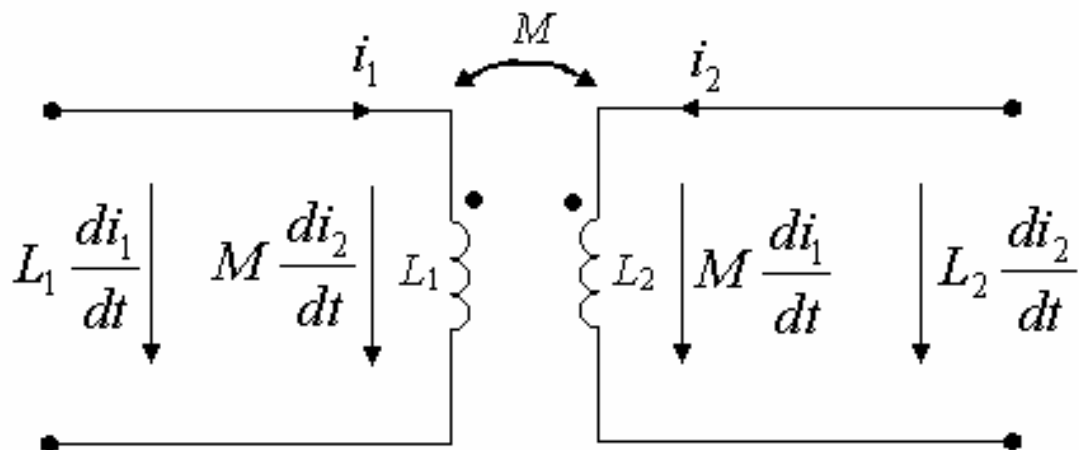
Quy tắc dấu chấm (5)





Quy tắc dấu chấm (6)

- Nếu cả hai dòng điện đều đi vào hoặc đều đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp hồ cảm sẽ cùng dấu với điện áp tự cảm
- Nếu một dòng điện đi vào đầu có đánh dấu & dòng kia đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp tự cảm ngược dấu với điện áp hồ cảm



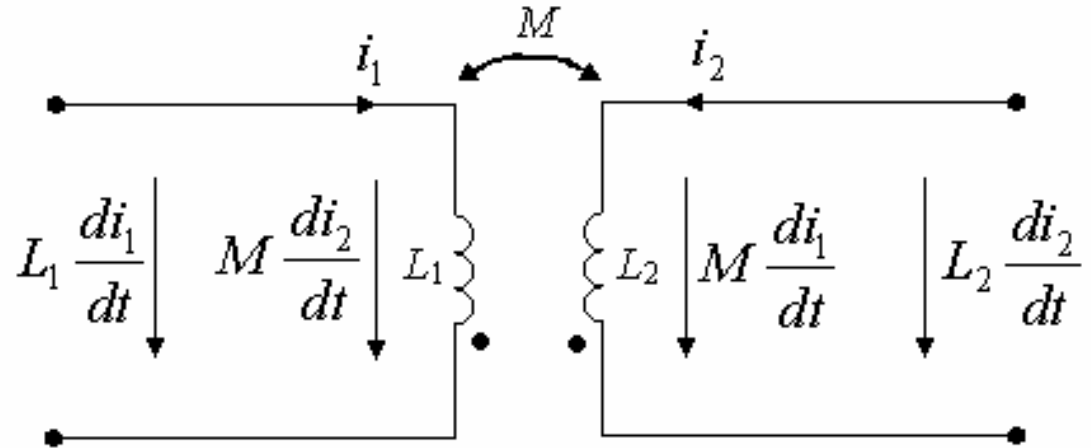
$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$



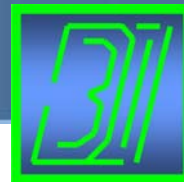
Quy tắc dấu chấm (7)

- Nếu cả hai dòng điện đều đi vào hoặc đều đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp hồ cảm sẽ cùng dấu với điện áp tự cảm
- Nếu một dòng điện đi vào đầu có đánh dấu & dòng kia đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp tự cảm ngược dấu với điện áp hồ cảm



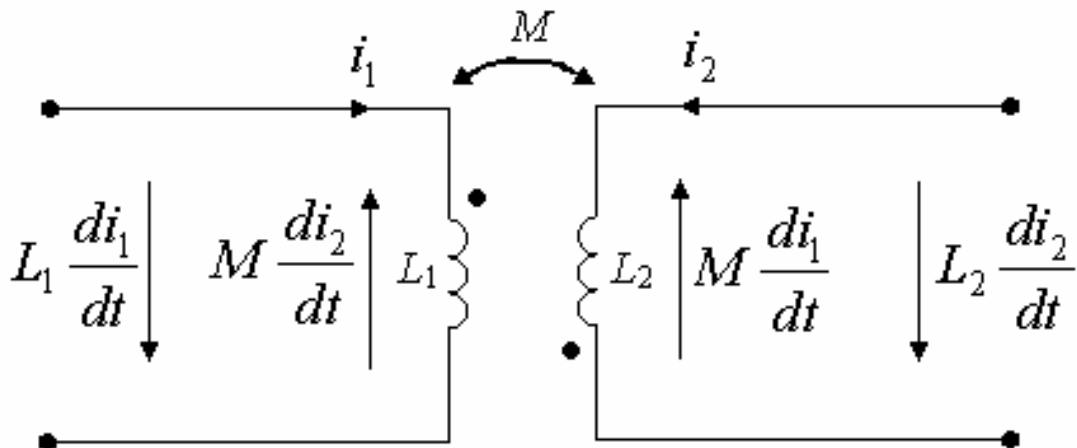
$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$



Quy tắc dấu chấm (8)

- Nếu cả hai dòng điện đều đi vào hoặc đều đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp hồ cảm sẽ cùng dấu với điện áp tự cảm
- Nếu một dòng điện đi vào đầu có đánh dấu & dòng kia đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp tự cảm ngược dấu với điện áp hồ cảm



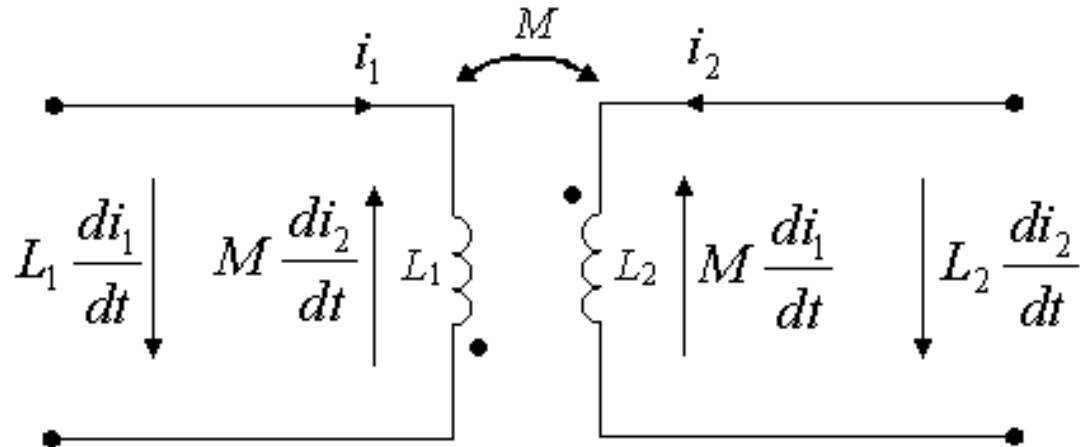
$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$



Quy tắc dấu chấm (9)

- Nếu cả hai dòng điện đều đi vào hoặc đều đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp hồ cảm sẽ cùng dấu với điện áp tự cảm
- Nếu một dòng điện đi vào đầu có đánh dấu & dòng kia đi ra khỏi đầu có đánh dấu thì điện áp tự cảm ngược dấu với điện áp hồ cảm

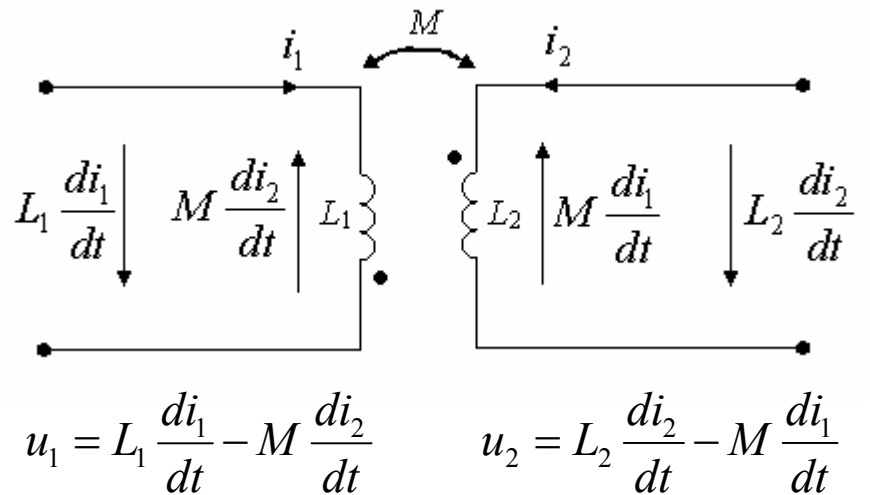
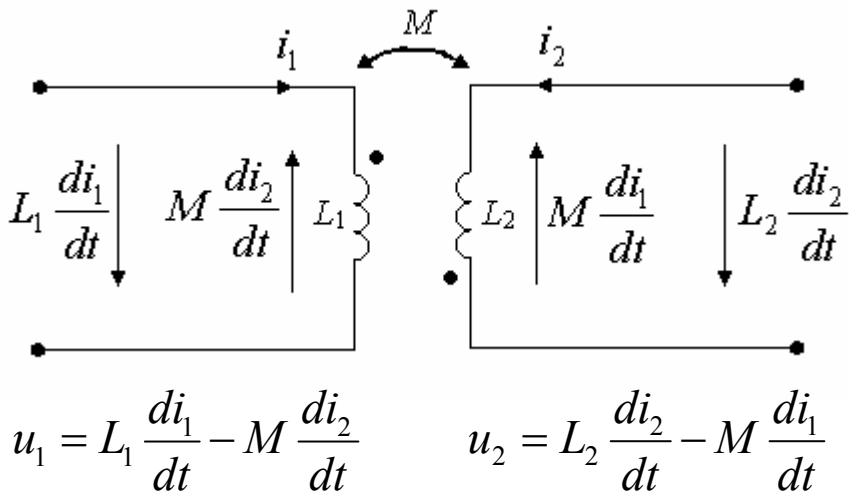
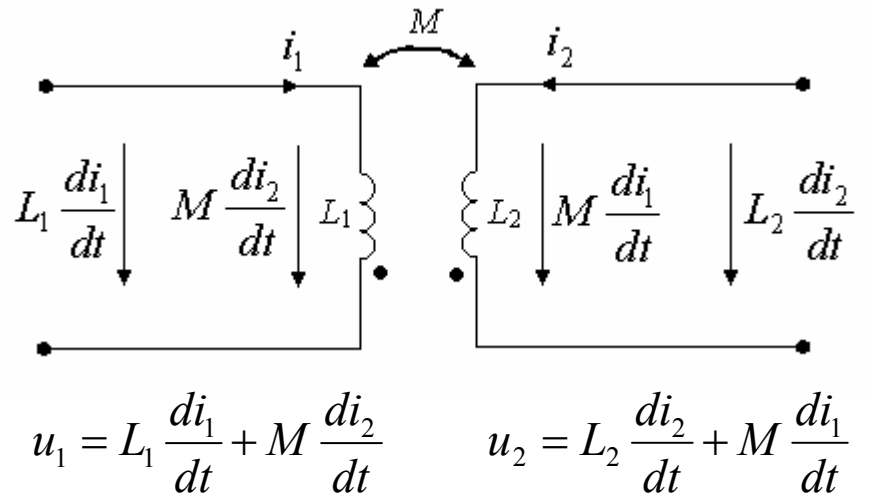
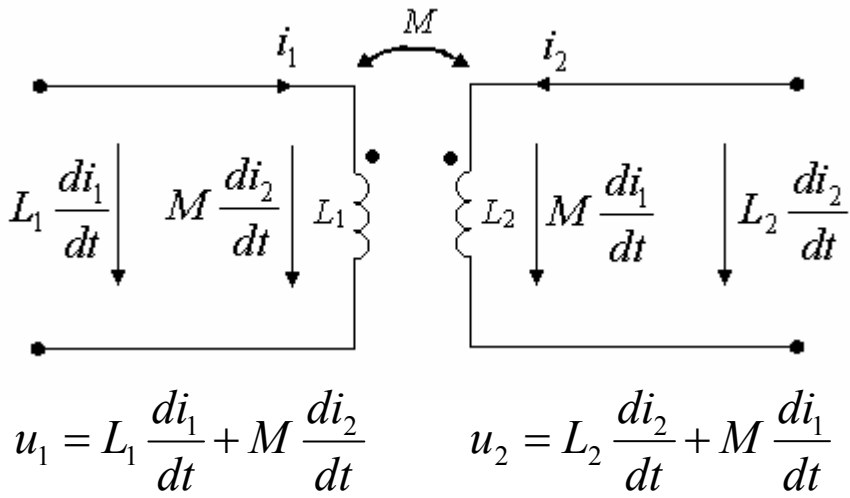


$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$



Quy tắc dấu chấm (10)



Hỗ cảm

- Hiện tượng hỗ cảm
- Quy tắc dấu chấm
- **Công suất hỗ cảm**
- Phân tích mạch điện có hỗ cảm

Công suất hồ cảm

- Chịu tác dụng của 2 yếu tố: dòng chạy qua cuộn cảm & điện áp hồ cảm (do cuộn dây khác gây ra)
- Là công suất tác dụng

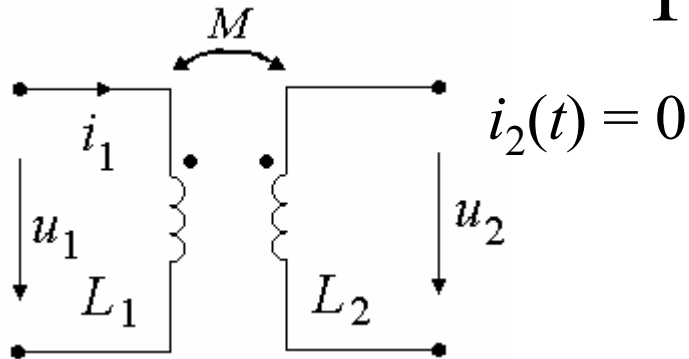
$$P_M = U_M I \cos(\dot{U}_M, \dot{I})$$

Hỗ cảm

- Hiện tượng hỗ cảm
- Quy tắc dấu chấm
- Công suất hỗ cảm
- **Phân tích mạch điện có hỗ cảm**
 - Phức hoá
 - Dòng nhánh
 - Dòng vòng
 - Ma trận



Phức hoá (1)



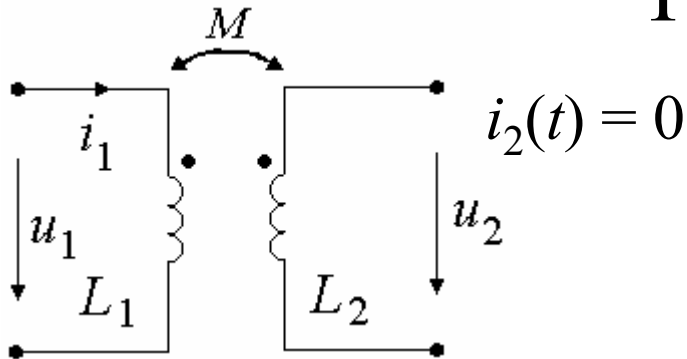
$$\left. \begin{aligned} u_2 &= M \frac{di_1}{dt} \\ i_1 &= I_{1m} \sin \omega t \end{aligned} \right\} \rightarrow u_2 = \omega M I_{1m} \cos \omega t \\ &= \omega M I_{1m} \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$= U_{Mm} \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow u_2 = \omega M I_{1m} \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$$



Phức hoá (2)



$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow u_2 = \omega M I_{1m} \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$$

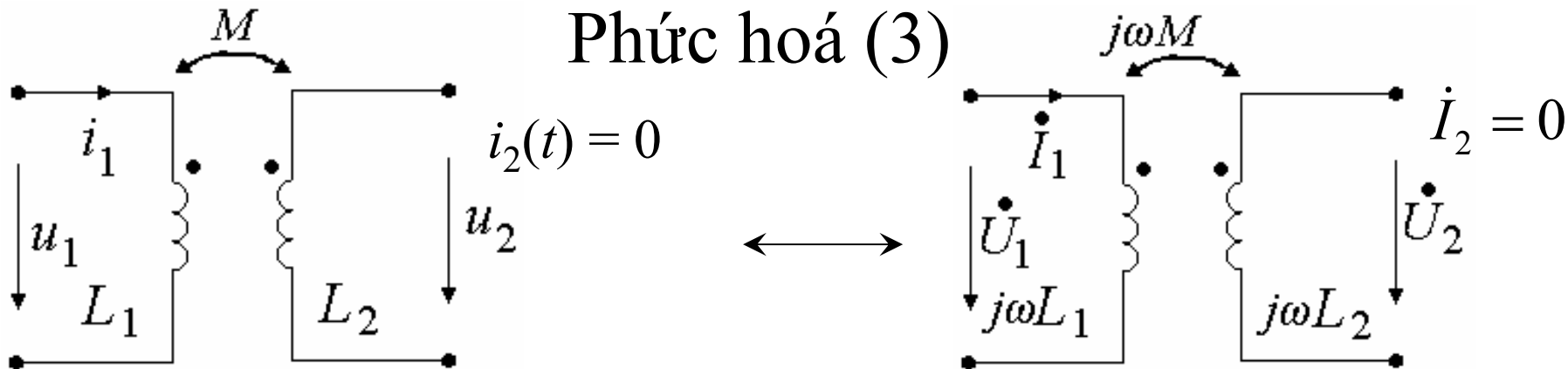
$$\underline{r/\varphi} \leftrightarrow re^{j\varphi} \rightarrow \omega M I_{1m} \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ) \leftrightarrow \dot{U}_2 = \omega M I_1 e^{j(\varphi+90^\circ)}$$

$$\left. \begin{aligned} \omega M I_1 e^{j(\varphi+90^\circ)} &= \omega M I_1 e^{j\varphi} e^{j90^\circ} \\ I_1 e^{j\varphi} &= I_1 \underline{r/\varphi} \end{aligned} \right\} \rightarrow \omega M I_1 e^{j(\varphi+90^\circ)} = \omega M \left(I_1 \underline{r/\varphi} \right) e^{j90^\circ} \left. \vphantom{\begin{aligned} \omega M I_1 e^{j(\varphi+90^\circ)} &= \omega M I_1 e^{j\varphi} e^{j90^\circ} \\ I_1 e^{j\varphi} &= I_1 \underline{r/\varphi} \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} &= \omega M \left(I_1 \underline{r/\varphi} \right) j \\ &e^{j90^\circ} = j \end{aligned}$$

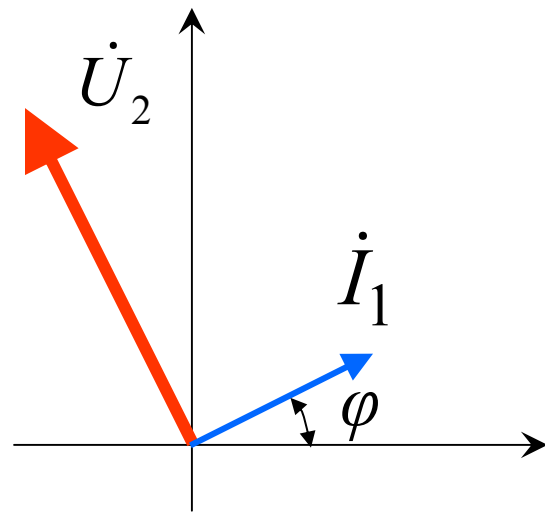
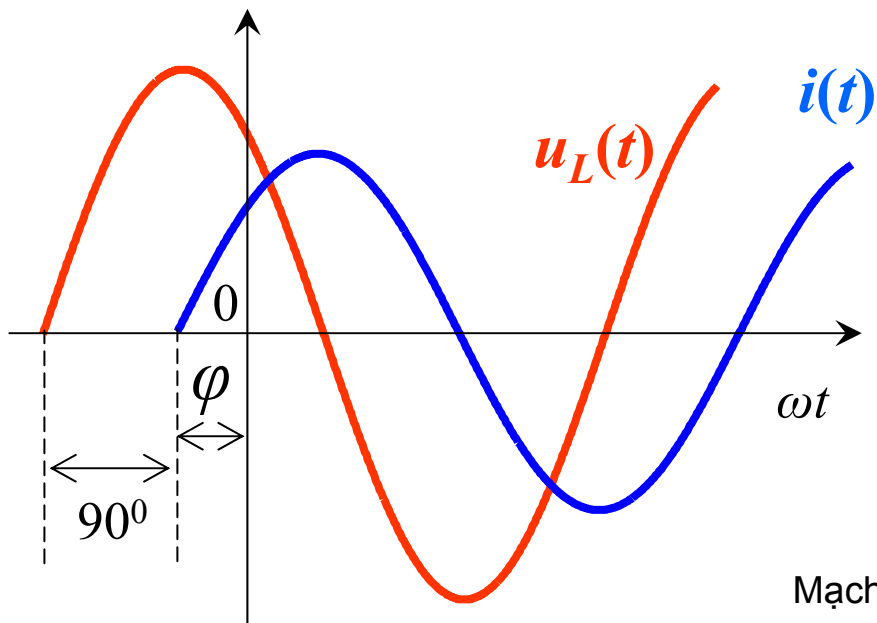
$$\rightarrow \dot{U}_2 = j\omega M I_1 \underline{r/\varphi} = j\omega M \dot{I}_1$$



Phức hoá (3)



$$u_2 = \omega M I_{1m} \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ) \leftrightarrow \dot{U}_2 = j\omega M \dot{I}_1$$



Mạch xoay chiều

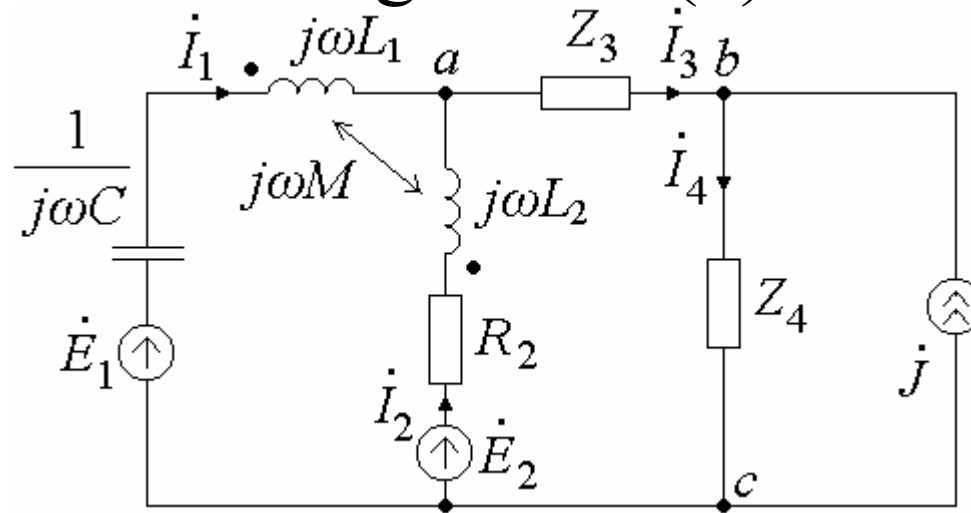
Hỗ cảm

- Hiện tượng hỗ cảm
- Quy tắc dấu chấm
- Công suất hỗ cảm
- **Phân tích mạch điện có hỗ cảm**
 - Phức hoá
 - Dòng nhánh
 - Dòng vòng
 - Ma trận



VD1

Dòng nhánh (1)



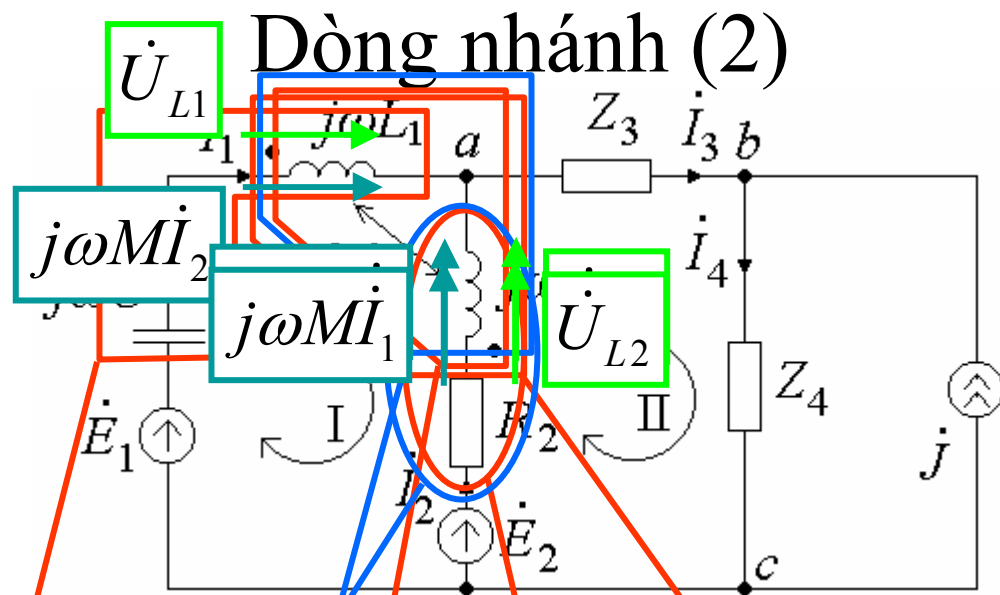
$n_{KD} = \text{số_đỉnh} - 1 = 3 - 1 = 2 \rightarrow$ viết 2 p/tr theo KD

$$a: \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$

$$b: \dot{I}_3 - \dot{I}_4 + \dot{J} = 0$$



VD1



$n_{KA} = \text{số_nhánh} - \text{số_đỉnh} + 1 = 4 - 3 + 1 = 2 \rightarrow$ viết 2 p/tr theo KA

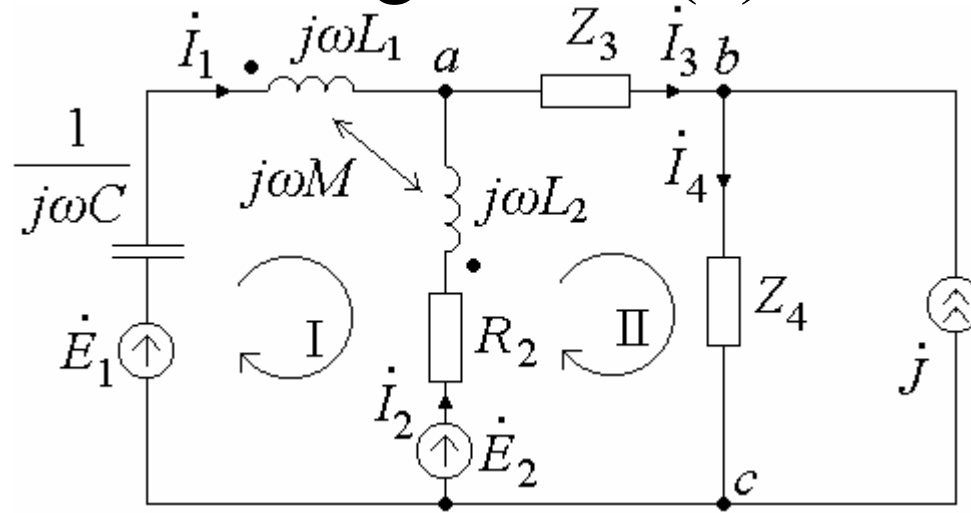
$$\text{I: } \left(\frac{1}{j\omega C} + j\omega L_1 \right) \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 - (j\omega L_2 + R_2) \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2$$

$$\text{II: } (R_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 + Z_3 \dot{I}_3 + Z_4 \dot{I}_4 = \dot{E}_2$$



VD1

Dòng nhánh (3)



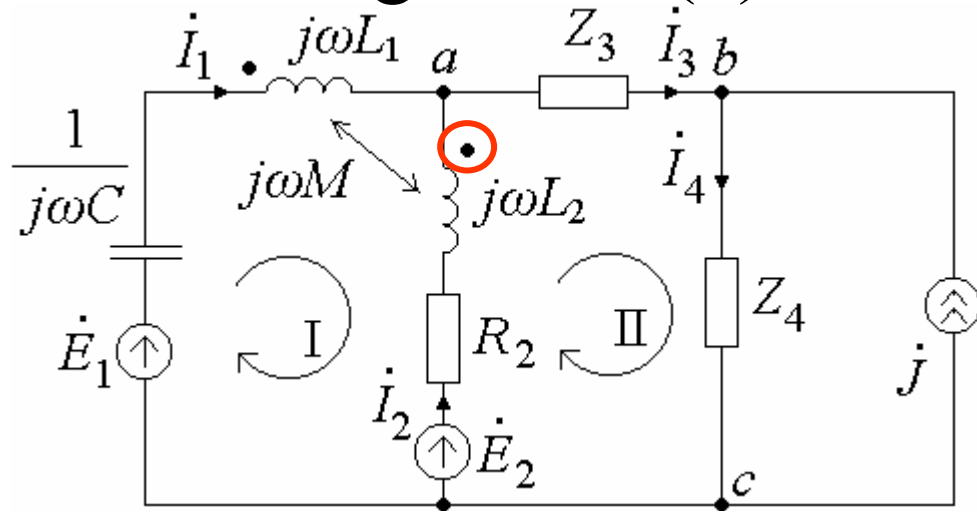
$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ \dot{I}_3 - \dot{I}_4 + j = 0 \\ \left(\frac{1}{j\omega C} + j\omega L_1 \right) \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 - (j\omega L_2 + R_2) \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ (R_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 + Z_3 \dot{I}_3 + Z_4 \dot{I}_4 = \dot{E}_2 \end{cases}$$

Mạch xoay chiều



VD2

Dòng nhánh (4)



$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ \dot{I}_3 - \dot{I}_4 + \dot{J} = 0 \end{cases}$$

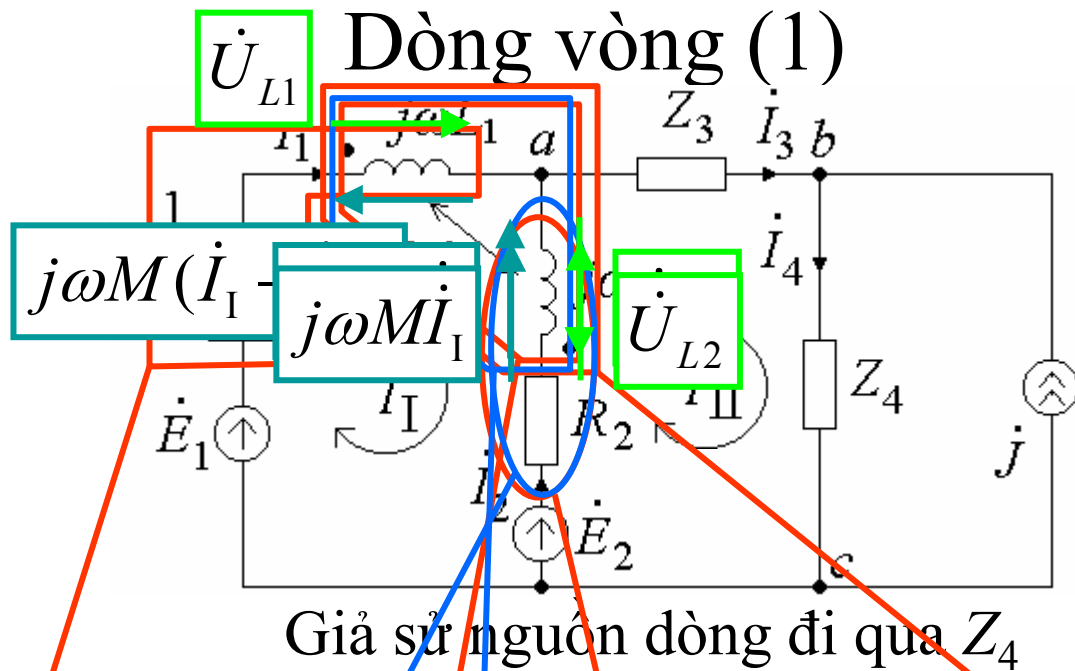


Hỗ cảm

- Hiện tượng hỗ cảm
- Quy tắc dấu chấm
- Công suất hỗ cảm
- **Phân tích mạch điện có hỗ cảm**
 - Phức hoá
 - Dòng nhánh
 - **Dòng vòng**
 - Ma trận



VD1



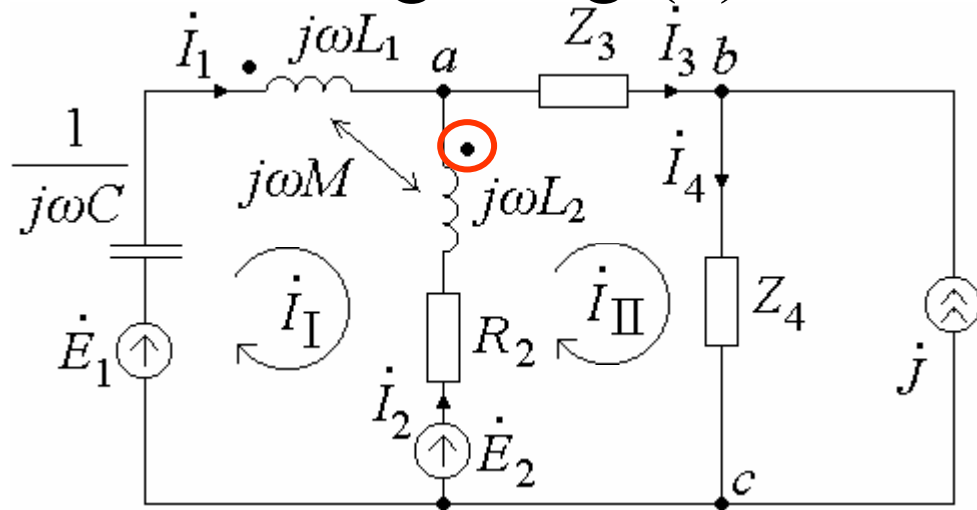
$$I: \left(\frac{1}{j\omega C} + j\omega L_1 \right) \dot{I}_I - j\omega M (\dot{I}_I - \dot{I}_{II}) + (j\omega L_2 + R_2) (\dot{I}_I - \dot{I}_{II}) - j\omega M \dot{I}_I = \dot{E}_1 - \dot{E}_2$$

$$II: (R_2 + j\omega L_2) (\dot{I}_{II} - \dot{I}_I) + j\omega M \dot{I}_I + Z_3 \dot{I}_{II} + Z_4 (\dot{I}_{II} + \dot{J}) = \dot{E}_2$$



VD2

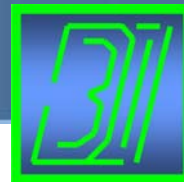
Dòng vòng (2)



Giả sử nguồn dòng đi qua Z_4

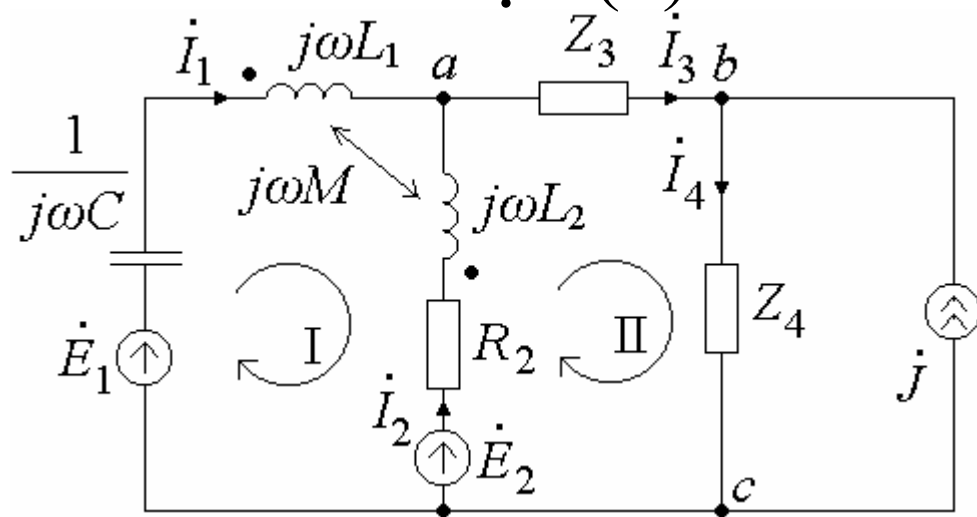
Hỗ cảm

- Hiện tượng hỗ cảm
- Quy tắc dấu chấm
- Công suất hỗ cảm
- **Phân tích mạch điện có hỗ cảm**
 - Phức hoá
 - Dòng nhánh
 - Dòng vòng
 - **Ma trận**



VD1

Ma trận (1)



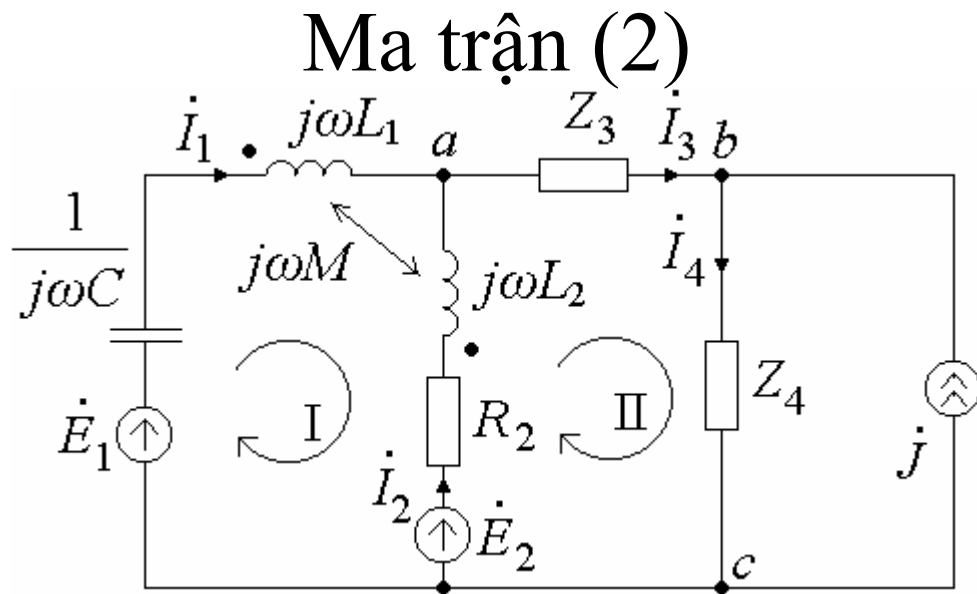
$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ \dot{I}_3 - \dot{I}_4 = -j \\ \left(\frac{1}{j\omega C} + j\omega L_1 - j\omega M \right) \dot{I}_1 + (-j\omega L_2 - R_2 + j\omega M) \dot{I}_2 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ j\omega M \dot{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 + Z_3 \dot{I}_3 + Z_4 \dot{I}_4 = \dot{E}_2 \end{cases}$$

Mạch xoay chiều



VD1

Điện áp hồ cảm do \dot{I}_1 tạo ra trên vòng I



Điện áp hồ cảm do \dot{I}_2 tạo ra trên vòng I

Điện áp hồ cảm do \dot{I}_1 tạo ra trên vòng II

| | \dot{I}_1 | \dot{I}_2 | \dot{I}_3 | \dot{I}_4 |
|----|----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|-------------|-------------|
| a | 1 | 1 | -1 | 0 |
| b | 0 | 0 | 1 | -1 |
| I | $\left(\frac{1}{j\omega C} + j\omega L_1 - j\omega M \right)$ | $\left(-j\omega L_2 - R_2 + j\omega M \right)$ | 0 | 0 |
| II | $j\omega M$ | $R_2 + j\omega L_2$ | Z_3 | Z_4 |

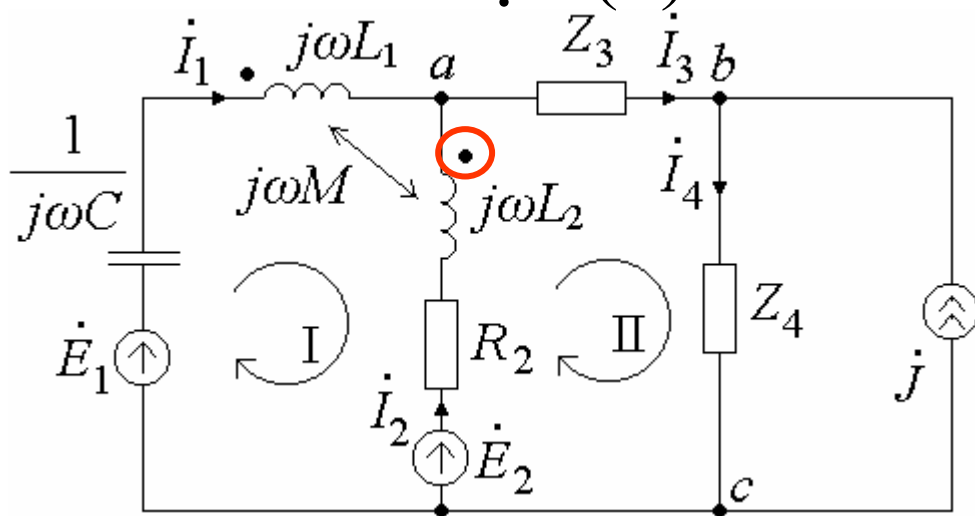
Không đối xứng!

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -j \\ \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ \dot{E}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ I \\ II \end{bmatrix}$$



VD2

Ma trận (3)

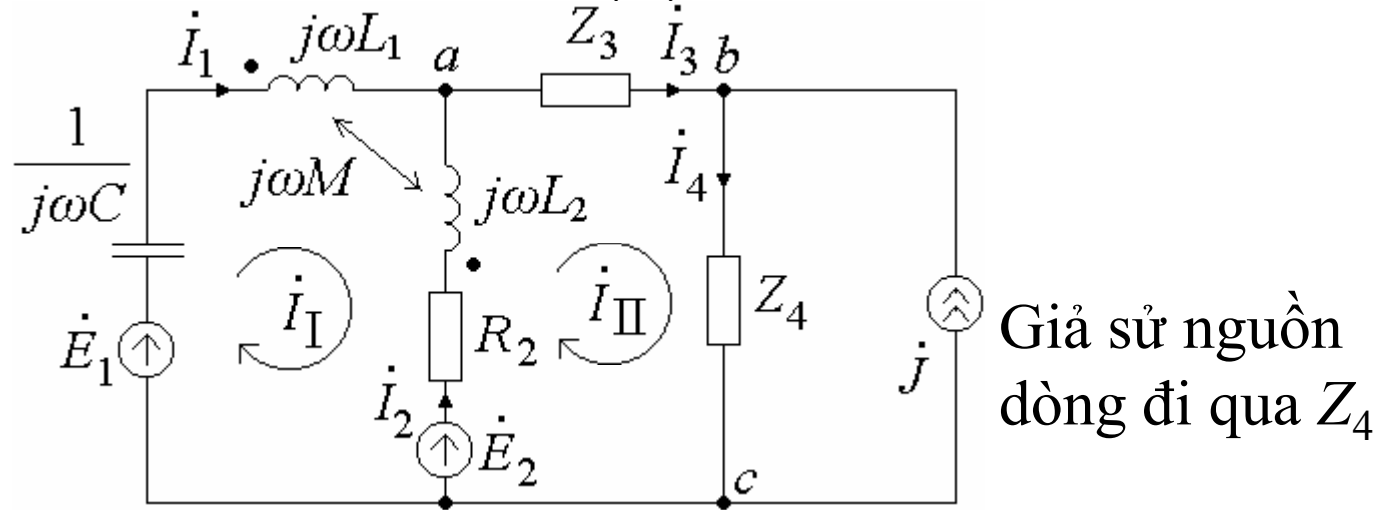


| | \dot{I}_1 | \dot{I}_2 | \dot{I}_3 | \dot{I}_4 | |
|----|----------------------------------------------------|------------------------|-------------|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a | 1 | 1 | -1 | 0 | $\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -j \\ \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ \dot{E}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ I \\ II \end{bmatrix}$ |
| b | 0 | 0 | 1 | -1 | |
| I | $\left(\frac{1}{j\omega C} + j\omega L_1 \right)$ | $(-j\omega L_2 - R_2)$ | 0 | 0 | |
| II | | $R_2 + j\omega L_2$ | Z_3 | Z_4 | |



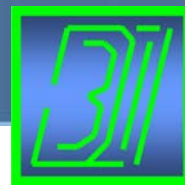
VD1

Ma trận (4)



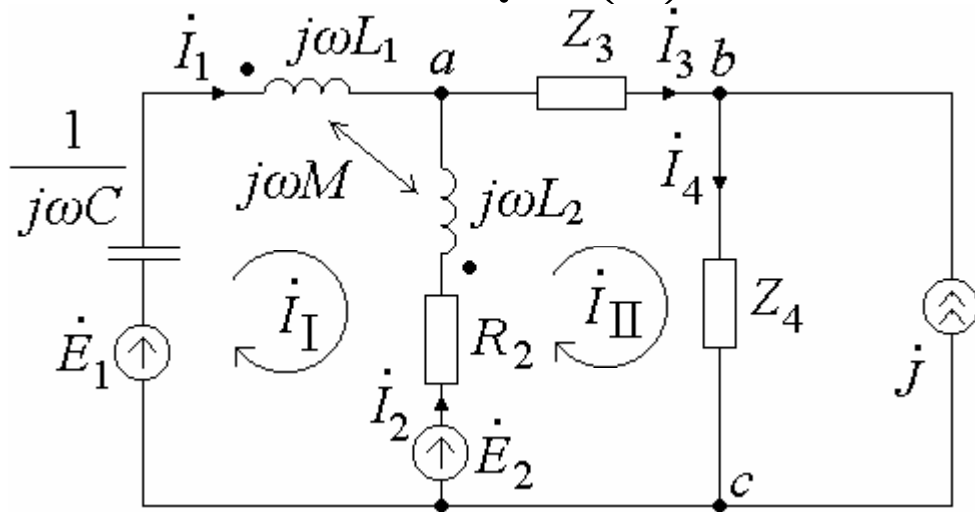
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{j\omega C} + j\omega L_1 + R_2 + j\omega L_2 - 2j\omega M \right) \dot{I}_I + (-R_2 - j\omega L_2 + j\omega M) \dot{I}_{II} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ (-R_2 - j\omega L_2 + j\omega M) \dot{I}_I + (R_2 + j\omega L_2 + Z_3 + Z_4) \dot{I}_{II} = \dot{E}_2 - Z_4 \dot{J} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{j\omega C} + j\omega L_1 + R_2 + j\omega L_2 - 2j\omega M \right) & (-R_2 - j\omega L_2 + j\omega M) \\ (-R_2 - j\omega L_2 + j\omega M) & (R_2 + j\omega L_2 + Z_3 + Z_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_I \\ \dot{I}_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ \dot{E}_2 - Z_4 \dot{J} \end{bmatrix}$$



VD1

Ma trận (5)



Giả sử nguồn dòng đi qua Z_4

Tất cả các phần tử có mặt trên đường đi của I_I

Hỗ cảm giữa I_I & I_{II} , dấu (+) vì cả hai đều đi vào đầu *

2 cuộn cảm có hỗ cảm trên đường đi của I_I , dấu (-) vì I_I đi vào đầu * ở 1 cuộn & đi ra khỏi đầu * ở cuộn thứ 2

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{j\omega C} + j\omega L_1 + R_2 + j\omega L_2 - 2j\omega M\right) & (-R_2 - j\omega L_2 + j\omega M) \\ (-R_2 - j\omega L_2 + j\omega M) & (R_2 + j\omega L_2 + Z_3 + Z_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 - E_2 \\ E_2 - Z_4 j \end{bmatrix}$$

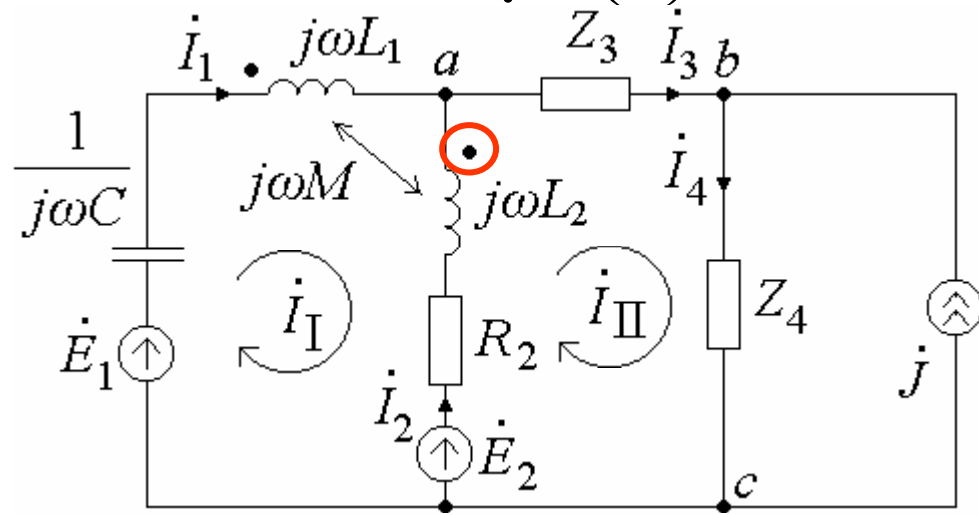
Tất cả các phần tử chung của I_I & I_{II} , dấu (-) vì I_I & I_{II} ngược chiều trên các phần tử này

Tất cả các phần tử có mặt trên đường đi của I_{II}



VD2

Ma trận (6)



Giả sử nguồn dòng đi qua Z_4

$$\begin{bmatrix} \left(\begin{array}{c} \text{[redacted]} \\ \text{[redacted]} \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} \text{[redacted]} \\ \text{[redacted]} \end{array} \right) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \text{[redacted]} \\ \text{[redacted]} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_{v1} \\ \dot{i}_{v2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{[redacted]} \\ \text{[redacted]} \end{bmatrix}$$

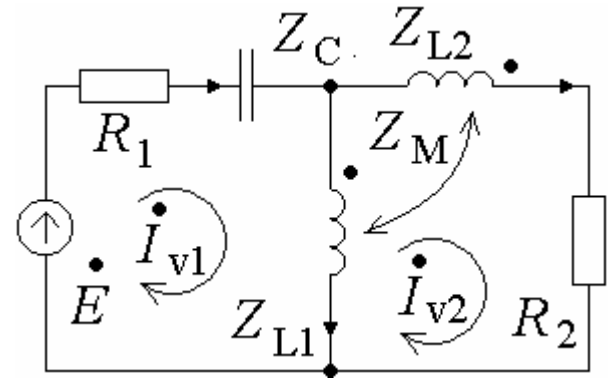
Phân tích mạch điện có hồ cảm

- *Chú ý*: không nên dùng phương pháp thế đỉnh khi phân tích mạch điện có hồ cảm
- Có thể dùng được nhưng rất phức tạp & khó nhớ quy luật → không dùng



VD Phân tích mạch điện có hồ cảm

$R_1 = 1 \Omega; Z_C = -j2 \Omega; Z_{L1} = j3 \Omega; Z_{L2} = j4 \Omega;$
 $R_2 = 5 \Omega; Z_M = j6 \Omega; E = 100 \angle 0^\circ \text{ V}$
 Tính các dòng trong mạch.



Mạch xoay chiều

- Sóng sin
- Phản ứng của các phần tử cơ bản
- Số phức
- Biểu diễn sóng sin bằng số phức
- Phức hoá các phần tử cơ bản
- Phân tích mạch xoay chiều
- Công suất trong mạch xoay chiều
- Hồ cảm
- **Phân tích mạch điện bằng máy tính**
 - Giải hệ phương trình phức
 - Giải mạch điện xoay chiều

Phân tích mạch điện bằng máy tính (1)

$$\begin{cases} (1-j)\dot{I}_1 + (2+3j)\dot{I}_2 + (-4+j5)\dot{I}_3 = 6-j7 \\ (-8-j9)\dot{I}_1 - 10\dot{I}_2 + (11+j12)\dot{I}_3 = j13 \\ 14\dot{I}_1 + (15-j16)\dot{I}_2 + j17\dot{I}_3 = 18+j19 \end{cases}$$



Phân tích mạch điện bằng máy tính (2)

- Ví dụ 3-16 SGK
- Bài tập 3-17 SGK
- Bài tập 4-1 SGK

Mạch xoay chiều

- Sóng sin
- Phản ứng của các phần tử cơ bản
- Số phức
- Biểu diễn sóng sin bằng số phức
- Phức hoá các phần tử cơ bản
- Phân tích mạch xoay chiều
- Công suất trong mạch xoay chiều
- Hồ cảm
- Phân tích mạch điện bằng máy tính