Quá trình quá độ

Cơ sở lý thuyết mạch điện

Nội dung

- Thông số mạch
- Phần tử mạch
- Mạch một chiều
- Mạch xoay chiều
- Mạng hai cửa
- Mạch ba pha
- **Quá trình quá độ**

Nội dung

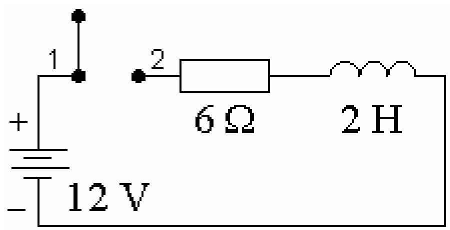
- Giới thiệu
- Sơ kiện
- Phương pháp tích phân kinh điển
- Quá trình quá độ trong mạch RLC
- Phương pháp toán tử
- Phương pháp hàm quá độ và hàm trọng lượng
- Giải quyết một số vấn đề của QTQĐ bằng máy tính

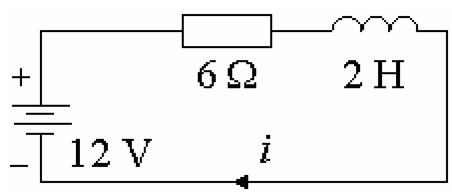
Giới thiệu (1)

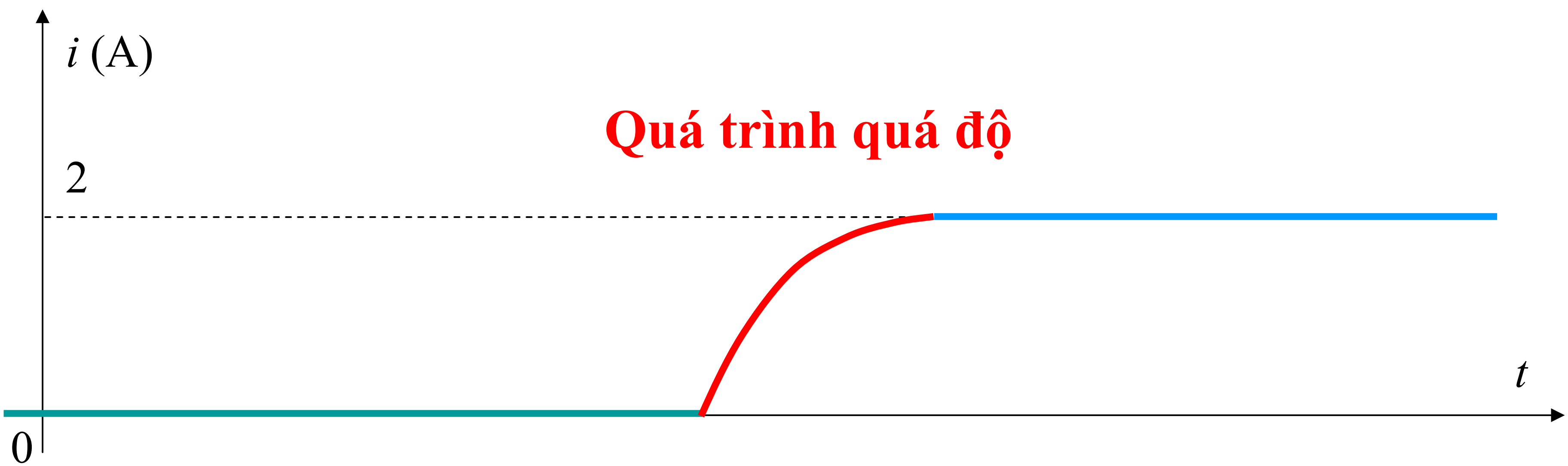
- Tất cả các mạch điện từ trước đến giờ đều ở trạng thái/chế độ xác lập
- *Chế độ xác lập*: mọi thông số trong mạch điện (dòng điện, điện áp, công suất, năng lượng) đều là hằng số (mạch một chiều) hoặc biến thiên chu kỳ (mạch xoay chiều)
- *Quá độ* (Từ điển tiếng Việt): chuyển từ chế độ này sang chế độ khác
- *Quá trình quá độ* (kỹ thuật điện): quá trình mạch điện chuyển từ chế độ xác lập này sang chế độ xác lập khác

Giới thiệu (2)

- *Quá trình quá độ* (kỹ thuật điện): quá trình mạch điện chuyển từ chế độ xác lập này sang chế độ xác lập khác

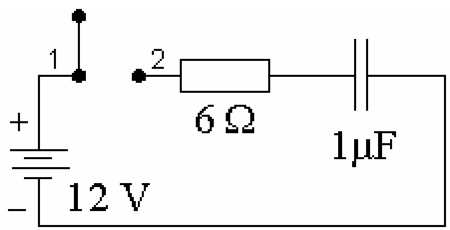


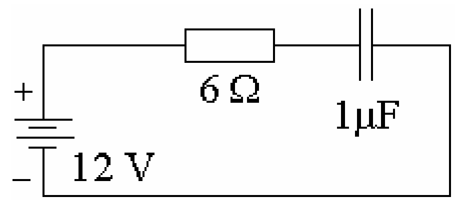


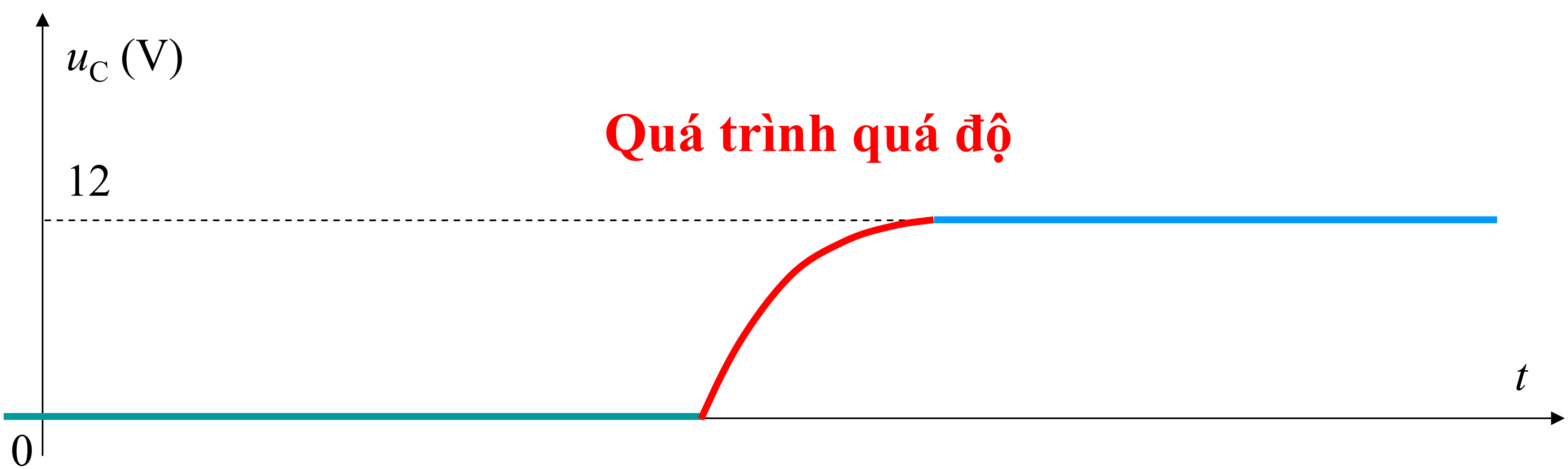


Giới thiệu (3)

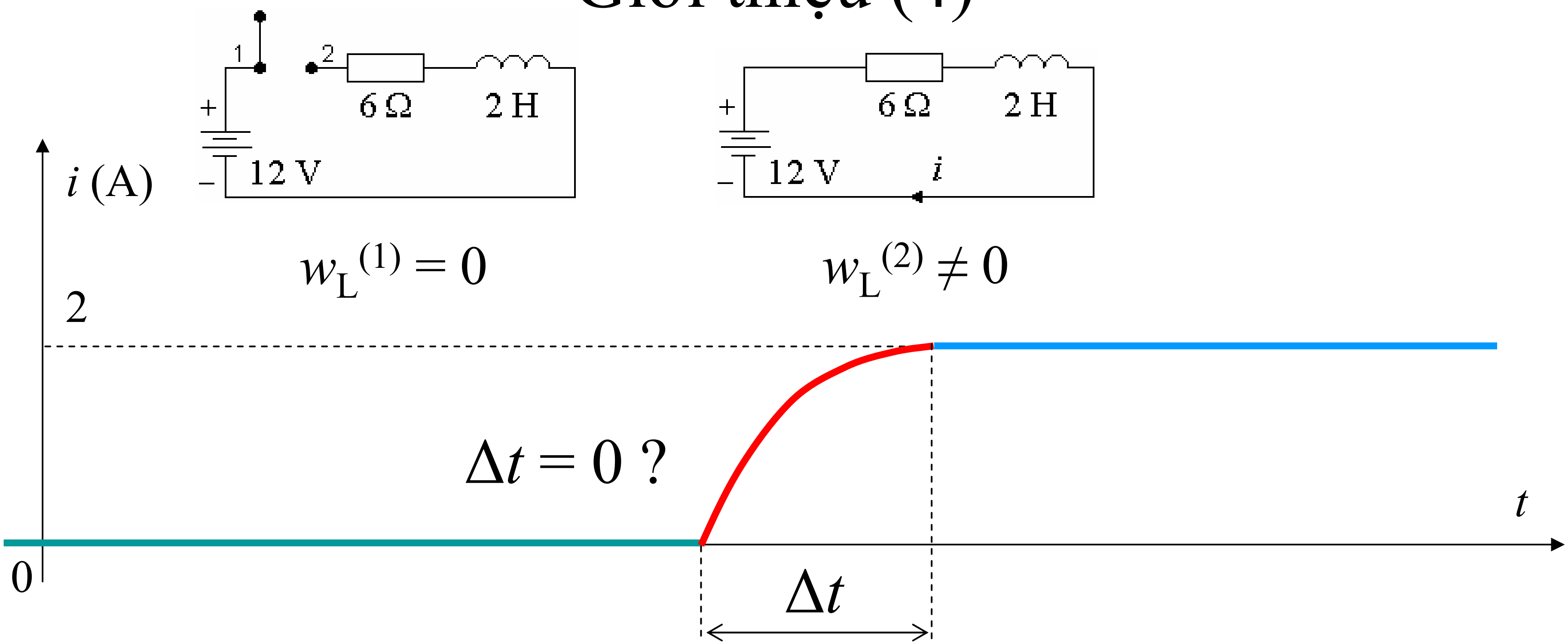
- *Quá trình quá độ* (kỹ thuật điện): quá trình mạch điện chuyển từ chế độ xác lập này sang chế độ xác lập khác







Giới thiệu (4)



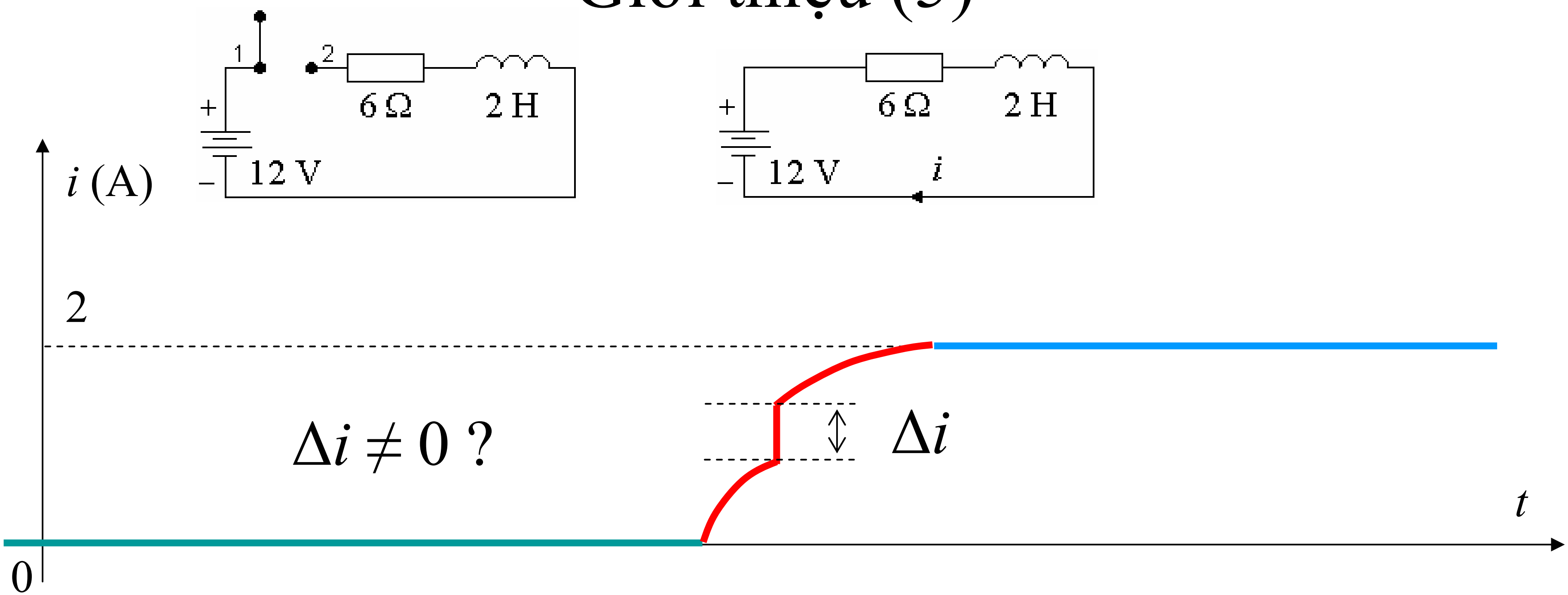
$$p = \frac{dw}{dt} \approx \frac{\Delta w}{\Delta t} = \frac{w_L^{(2)} - w_L^{(1)}}{\Delta t}$$

Nếu $\Delta t \to 0$

$\rightarrow p \to \infty$ (vô lý) $\rightarrow \Delta t \neq 0$

(tồn tại quá trình quá độ)

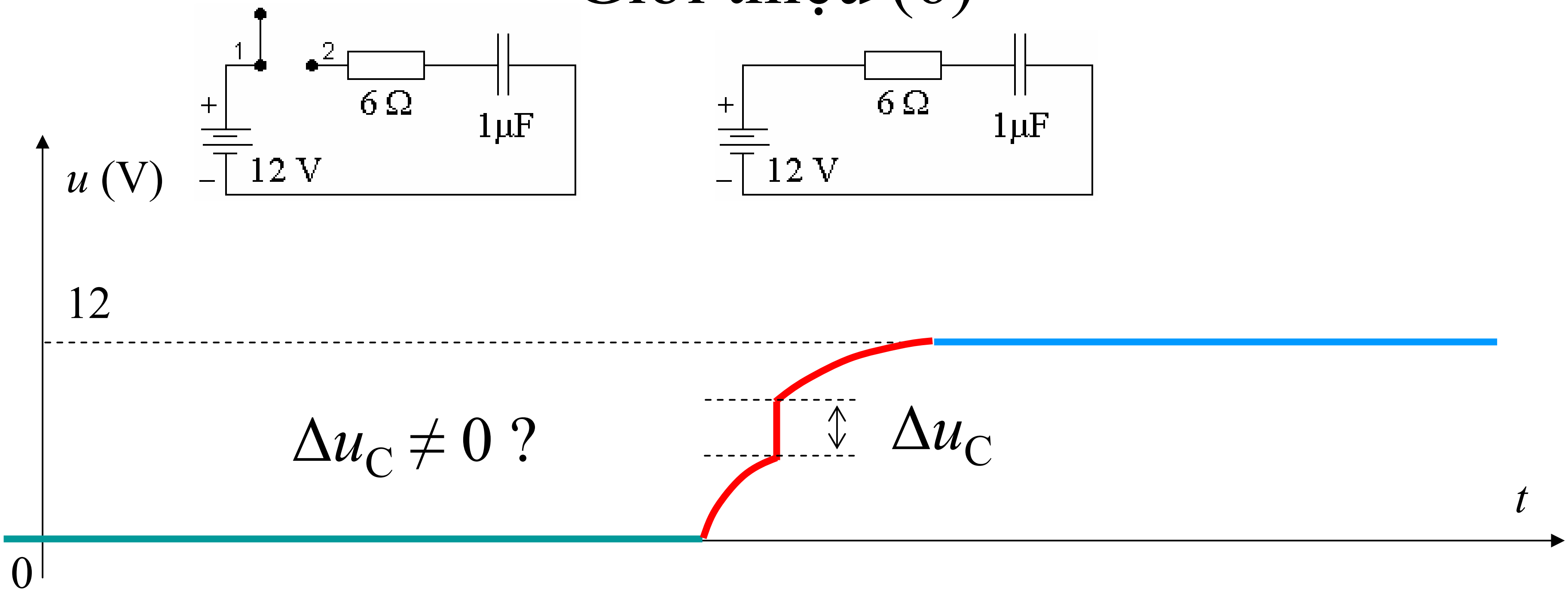
Giới thiệu (5)



$$\left.\begin{array}{r} u = L\dfrac{di}{dt} \approx L\dfrac{\Delta i}{\Delta t} \\ \text{Nếu } \Delta t \to 0 \;\&\; \Delta i \neq 0 \end{array}\right\} \rightarrow u \to \infty \text{ (vô lý)} \;\; \rightarrow \Delta i = 0$$

(dòng điện trong L phải liên tục)

Giới thiệu (6)



$$\left.\begin{array}{l} i = C\dfrac{du_C}{dt} \approx C\dfrac{\Delta u_C}{\Delta t} \\ \text{Nếu } \Delta t \to 0 \;\&\; \Delta u_C \neq 0 \end{array}\right\} \rightarrow i \to \infty \text{ (vô lý)} \quad \rightarrow \Delta u_C = 0$$

(điện áp trên C phải liên tục)

Giới thiệu (7)

- Quá trình quá độ xảy ra khi có thay đổi đột ngột về cấu trúc của các mạch điện quán tính
- *Quán tính*: có các phần tử L hoặc/và C

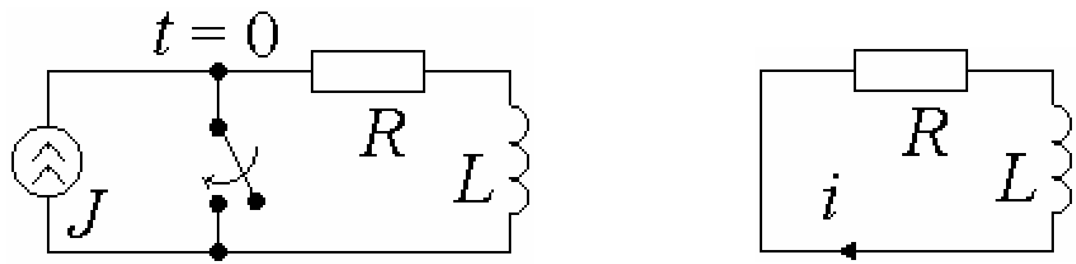
Giới thiệu (8)

- QTQĐ tồn tại & ảnh hưởng đến thiết bị điện, VD khi đóng cắt mạch điện, dòng & áp có thể đạt tới một trị số rất lớn. Ta cần biết được trị số này để, VD, thiết kế mạch có thể chịu được độ lớn đó
- Lợi dụng QTQĐ, VD điện áp quá độ trong chấn lưu sắt từ của đèn néon, điện áp quá độ trong máy hiện sóng, …
- → cần khảo sát QTQĐ
- QTQĐ trong mạch tuyến tính

Giới thiệu (9)

Một số giả thiết đơn giản hoá

- Các phần tử lý tưởng
- Động tác đóng mở lý tưởng
  - Thay K bằng R
  - R chỉ nhận các giá trị 0 (khi K đóng) & ∞ (khi K mở)
  - Thời gian đóng mở bằng 0
- Luật Kirchhoff luôn đúng



$$\left.\begin{aligned} u_R + u_L &= 0 \\ u_R &= Ri \\ u_L &= Li' \end{aligned}\right\} \to \left.\begin{aligned} Ri + Li' = 0 \\ i = Ae^{-\frac{R}{L}t} \end{aligned}\right\} \to RAe^{-\frac{R}{L}t} - L\frac{R}{L}Ae^{-\frac{R}{L}t} = RAe^{-\frac{R}{L}t} - RAe^{-\frac{R}{L}t} = 0$$

$$i = Ae^{-\frac{R}{L}t} \qquad A = ? \quad \text{(hằng số tích phân)}$$

$$i(0) = Ae^{-\frac{R}{L}t}\Big|_{t=0} = Ae^{-\frac{R}{L}0} = A \to i = i(0)e^{-\frac{R}{L}t} \qquad i(0) = ?\ \text{(sơ kiện)}$$

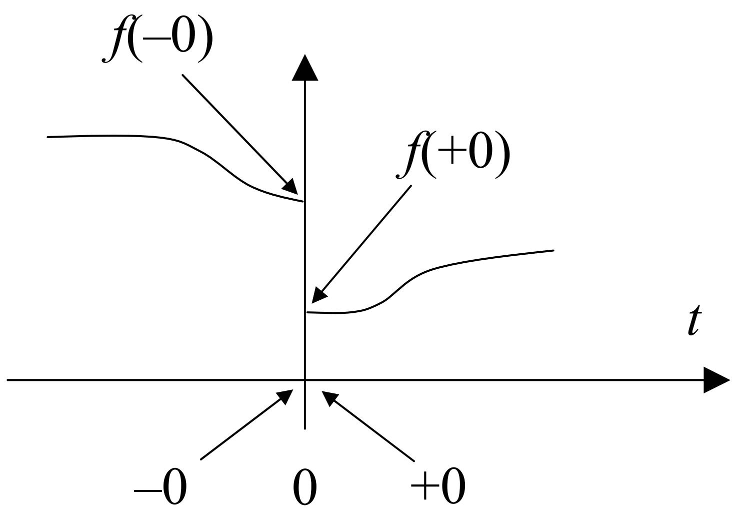
Nội dung

- Giới thiệu
- **Sơ kiện**
- Phương pháp tích phân kinh điển
- Quá trình quá độ trong mạch RLC
- Phương pháp toán tử
- Phương pháp hàm quá độ và hàm trọng lượng
- Giải quyết một số vấn đề của QTQĐ bằng máy tính

Sơ kiện (1)

- Giá trị (& đạo hàm các cấp) ngay sau thời điểm đóng mở của dòng điện trong cuộn cảm & điện áp trên tụ điện
- $i_L(0), u_C(0), i'_L(0), u'_C(0), i''_L(0), u''_C(0), \ldots$
- Được dùng để tính các hằng số tích phân của nghiệm của quá trình quá độ
- Việc tính sơ kiện dựa vào:
  - Thông số mạch ngay trước thời điểm đóng mở (chế độ cũ): $i_L(-0), u_C(-0)$
  - Hai luật Kirchhoff
  - Hai luật đóng mở
  - Hai luật đóng mở tổng quát

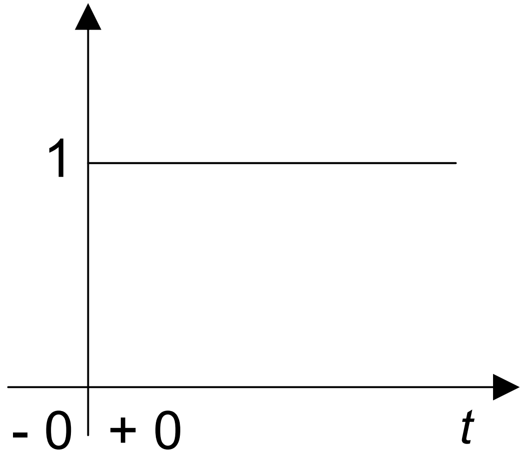
Sơ kiện (2)



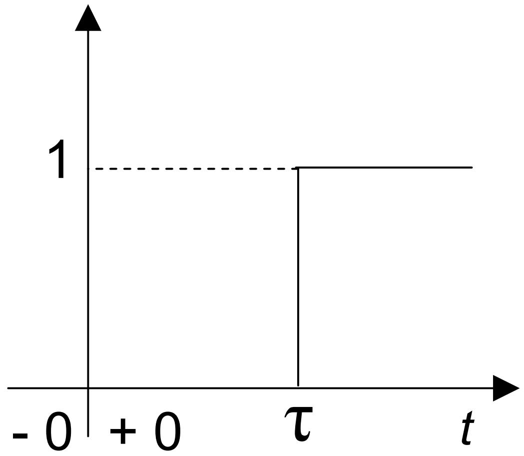
Sơ kiện (3)

- Hàm bước nhảy đơn vị $1(t)$

$$1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

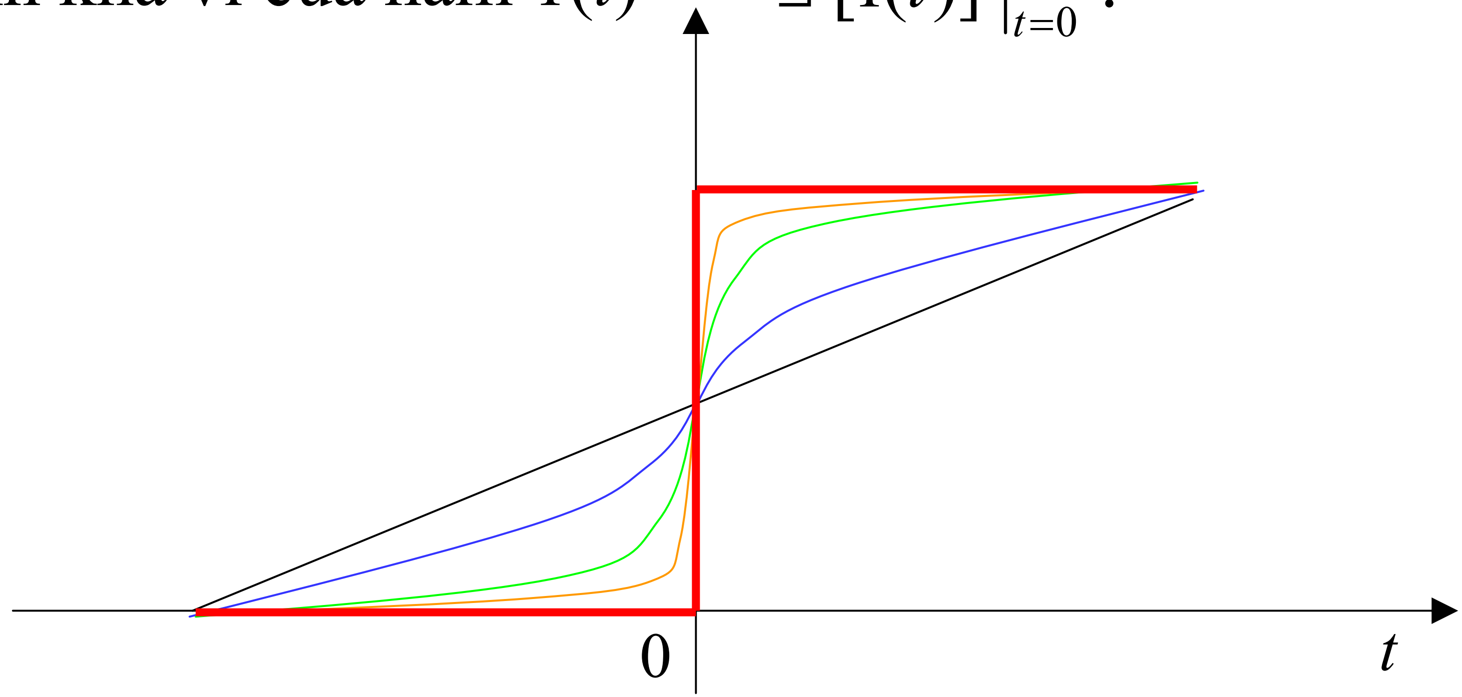


$$1(t-\tau) = \begin{cases} 0 & t < \tau \\ 1 & t \geq \tau \end{cases}$$



Sơ kiện (4)

- Tính khả vi của hàm $1(t)$ $\quad \exists\, [1(t)]'\big|_{t=0}$?



$$[1(t)]'\big|_{t=0} = \delta(t) \quad \text{(hàm Dirac)}$$

Sơ kiện (5)

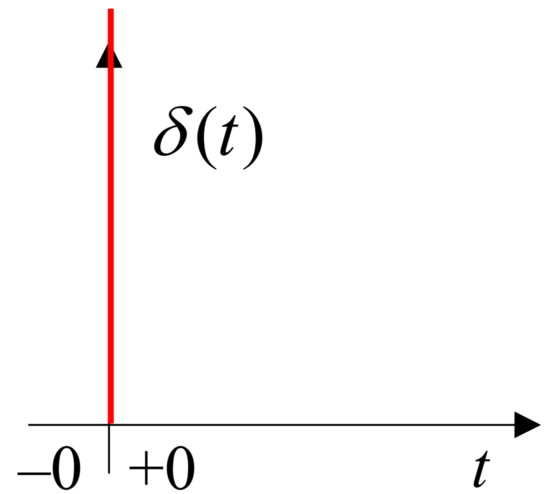
- Hàm Dirac $\delta(t)$

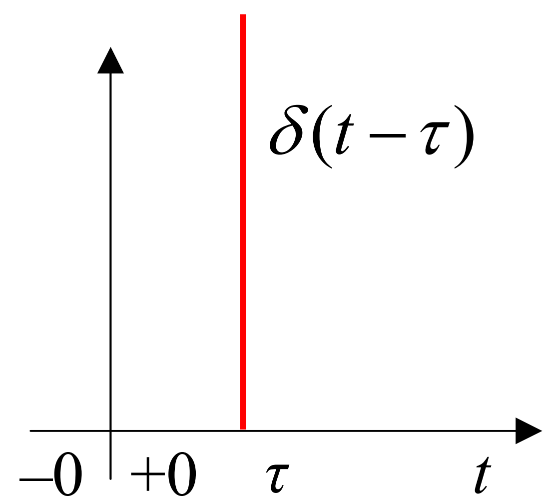
$$\delta(t) = \frac{d}{dt}1(t) = \begin{cases} 0 & t \le -0 \;\&\; t \ge +0 \\ \to \infty & -0 < t < +0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) = 1$$

$$\delta^{(2)} = \frac{d^2}{dt^2}[1(t)] = \delta'$$

$$\delta(t-\tau) = \frac{d}{dt}1(t-\tau)$$





Sơ kiện (6)

- *Luật/quy tắc đóng mở 1*: dòng điện trong một cuộn cảm ngay sau khi đóng mở $i_L(+0)$ bằng dòng điện trong cuộn cảm đó ngay trước khi đóng mở $i_L(-0)$

$$i_L(+0) = i_L(-0)$$

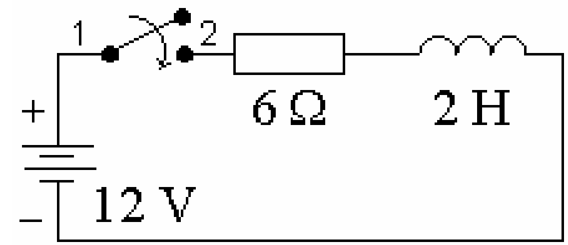
- *Luật/quy tắc đóng mở 2*: điện áp trên một tụ điện ngay sau khi đóng mở $u_C(+0)$ bằng điện áp trên tụ điện đó ngay trước khi đóng mở $u_C(-0)$

$$u_C(+0) = u_C(-0)$$

Sơ kiện (7)

VD1

Tại thời điểm $t = 0$ khoá K đóng lại.
Tính sơ kiện $i_L(0)$ & $i'_L(0)$ của cuộn cảm.



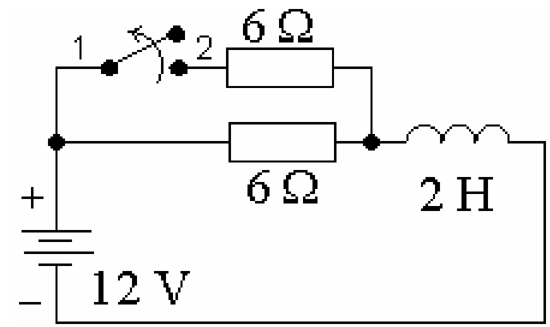
$$\left.\begin{array}{l} i_L(-0) = 0\text{ A} \\ i_L(+0) = i_L(-0) \end{array}\right\} \rightarrow i_L(0) = i_L(+0) = 0\text{ A}$$

$$6i + 2i' = 12 \rightarrow \left.\begin{array}{r} 6i(0) + 2i'(0) = 12 \\ i(0) = i_L(0) = 0\text{ A} \end{array}\right\} \rightarrow 6.0 + 2i'(0) = 12$$

$$\rightarrow i'(0) = 12/2 = 6\text{ A/s}$$

Sơ kiện (8)

VD2



Tại thời điểm $t = 0$ khoá K mở ra.
Tính sơ kiện $i_L(0)$ & $i'_L(0)$ của cuộn cảm.

$$\left.\begin{aligned} &i_L(-0) = 12/3 = 4\text{ A} \\ &i_L(+0) = i_L(-0) \end{aligned}\right\} \rightarrow i_L(0) = i_L(+0) = 4\text{ A}$$

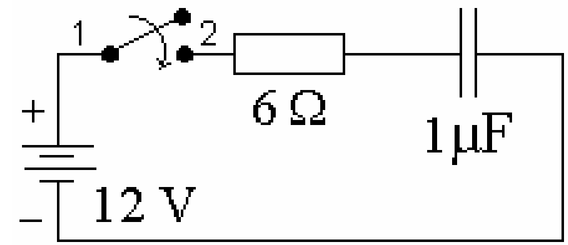
$$\left.\begin{aligned} 6i + 2i' = 12 \;\rightarrow\; &6i(0) + 2i'(0) = 12 \\ &i(0) = i_L(0) = 4\text{ A} \end{aligned}\right\} \rightarrow 6.4 + 2i'(0) = 12$$

$$\rightarrow i'(0) = (24 - 12)/2 = -6\text{ A/s}$$

Sơ kiện (9)

VD3

Tại thời điểm $t = 0$ khoá K đóng lại.
Tính sơ kiện $u_C(0)$ & $u'_C(0)$ của tụ điện.



$$\left.\begin{array}{l} u_C(-0) = 0\text{ V} \\ u_C(+0) = u_C(-0) \end{array}\right\} \rightarrow u_C(0) = u_C(+0) = 0\text{ V}$$

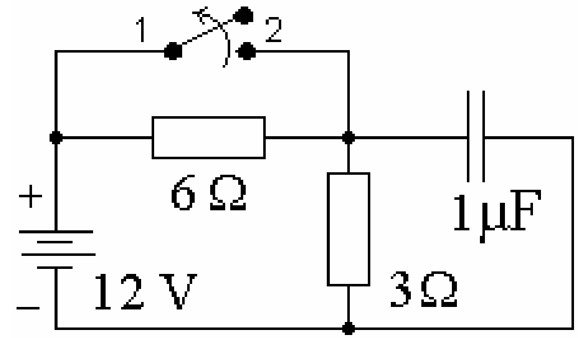
$$\left.\begin{array}{l} 6i + u_C = 12 \\ i = 10^{-6}u_C' \end{array}\right\} \rightarrow 6.10^{-6}\,u'_C + u_C = 12$$

$$\left.\begin{array}{r} \rightarrow 6.10^{-6}\,u'_C(0) + u_C(0) = 12 \\ u_C(0) = 0\text{ V} \end{array}\right\} \rightarrow 6.10^{-6}u'_C(0) + 0 = 12$$

$$\rightarrow u'_C(0) = 12/6.10^{-6} = 2.10^6\text{ V/s}$$

Sơ kiện (10)

VD4



> Tại thời điểm $t = 0$ khoá K mở ra.
> Tính sơ kiện $u_C(0)$ & $u'_C(0)$ của tụ điện.

$$\left.\begin{aligned} &u_C(-0) = 12\text{ V} \\ &u_C(+0) = u_C(-0) \end{aligned}\right\} \rightarrow u_C(0) = u_C(+0) = 12\text{ V}$$

$$\left.\begin{aligned} &6i_6 + u_C = 12 \\ &\left.\begin{aligned} &i_6 = i_3 + i_C \\ &i_3 = u_C/3 \\ &i_C = 10^{-6}u_C' \end{aligned}\right\} \rightarrow i_6 = u_C/3 + 10^{-6}u_C' \end{aligned}\right\} \rightarrow 6(u_C/3 + 10^{-6}u_C') + u_C = 12$$

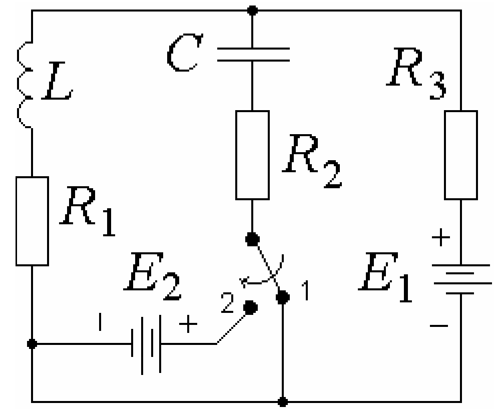
$$\rightarrow 3u_C + 6.10^{-6}u_C' = 12$$

$$\left.\begin{aligned} \rightarrow 3u_C(0) + 6.10^{-6}u_C'(0) = 12 \\ u_C(0) = 12\text{ V} \end{aligned}\right\} \rightarrow u'_C(0) = -\,4.10^6\text{ V/s}$$

Sơ kiện (11)

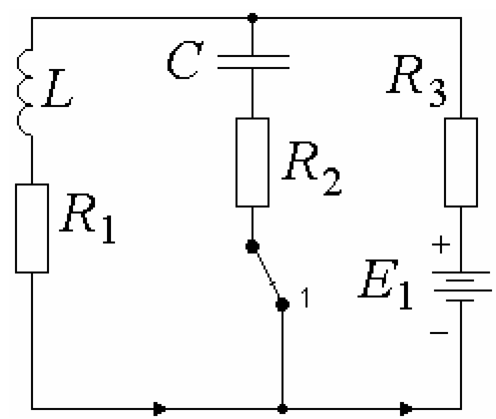
VD5

E_1 = 120 V; E_2 = 40 V; R_1 = 10 Ω; R_2 = 20 Ω; R_3 = 30 Ω; L = 1 H; C = 1 mF. Tại thời điểm t = 0 khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tính các sơ kiện $i_L(0)$, $u_C(0)$, $i'_L(0)$, $u'_C(0)$.



$$i_L(-0) = \frac{E_1}{R_1 + R_3} = \frac{120}{10+30} = 3\,\text{A}$$

$$\rightarrow i_L(0) = i_L(-0) = 3\,\text{A}$$



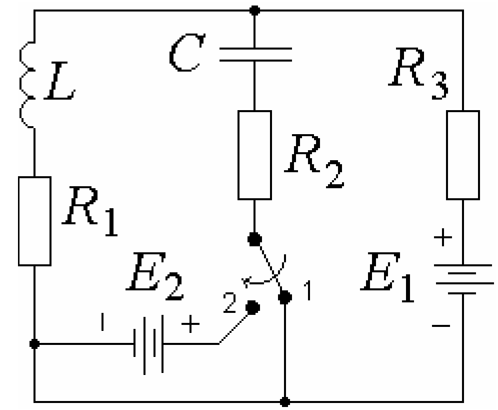
$$u_C(-0) = u_{R1} = R_1 i_L(-0) = 10.3 = 30\,\text{V}$$

$$\rightarrow u_C(0) = u_C(-0) = 30\,\text{V}$$

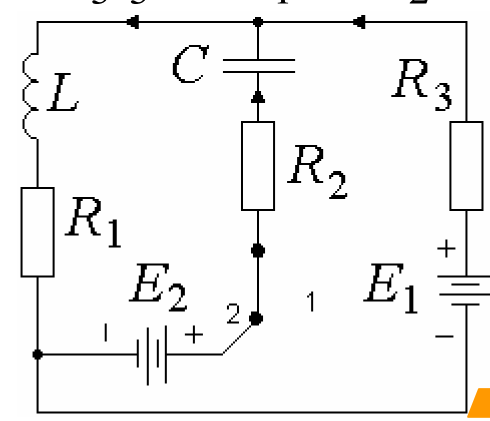
Sơ kiện (12)

VD5

$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tính các sơ kiện $i_L(0)$, $u_C(0)$, $i'_L(0)$, $u'_C(0)$.



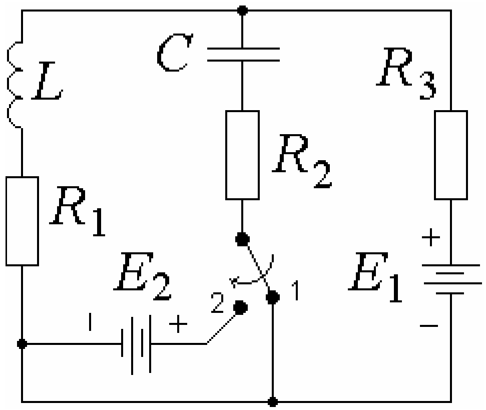
$$\left\{\begin{aligned} & i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ & Li_1' + R_1 i_1 + R_2 i_2 + u_C = E_2 \\ & -u_C - R_2 i_2 + R_3 i_3 = E_1 - E_2 \\ & \qquad\qquad\qquad i_2 = Cu_C' \end{aligned}\right\} \rightarrow \left\{\begin{aligned} & i_1 - Cu_C' - i_3 = 0 \\ & Li_1' + R_1 i_1 + R_2 Cu_C' + u_C = E_2 \\ & -u_C - R_2 Cu_C' + R_3 i_3 = E_1 - E_2 \end{aligned}\right.$$



Sơ kiện (13)

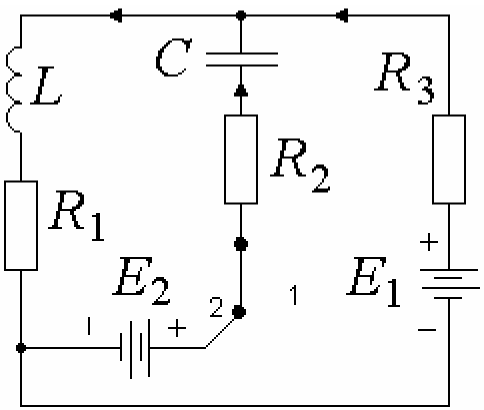
VD5

E_1 = 120 V; E_2 = 40 V; R_1 = 10 Ω; R_2 = 20 Ω; R_3 = 30 Ω; L = 1 H; C = 1 mF. Tại thời điểm t = 0 khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tính các sơ kiện $i_L(0)$, $u_C(0)$, $i'_L(0)$, $u'_C(0)$.



$$\begin{cases} i_1 - Cu_C' - i_3 = 0 \\ Li_1' + R_1 i_1 + R_2 C u_C' + u_C = E_2 \\ -u_C - R_2 C u_C' + R_3 i_3 = E_1 - E_2 \end{cases}$$

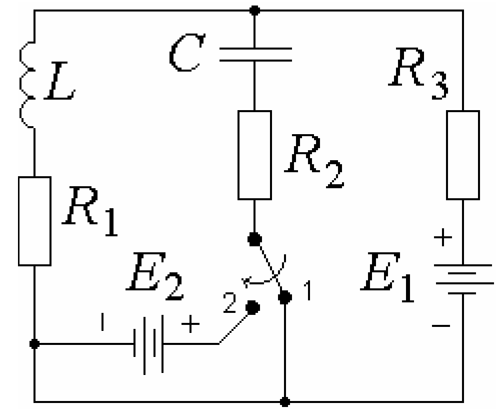
$$\rightarrow \begin{cases} i_1(0) - Cu_C'(0) - i_3(0) = 0 \\ Li_1'(0) + R_1 i_1(0) + R_2 C u_C'(0) + u_C(0) = E_2 \\ -u_C(0) - R_2 C u_C'(0) + R_3 i_3(0) = E_1 - E_2 \end{cases}$$



Sơ kiện (14)

VD5

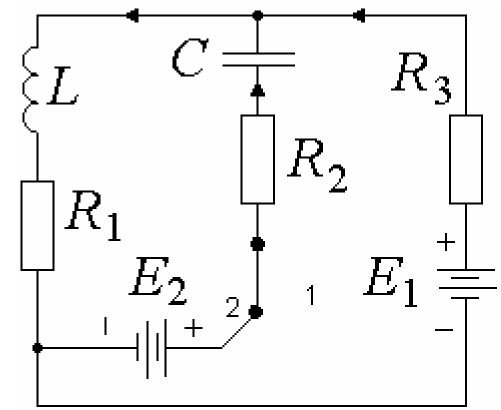
$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10$ Ω; $R_2 = 20$ Ω; $R_3 = 30$ Ω; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tính các sơ kiện $i_L(0)$, $u_C(0)$, $i'_L(0)$, $u'_C(0)$.



$$\begin{cases} i_1(0) - Cu'_C(0) - i_3(0) = 0 \\ Li'_1(0) + R_1 i_1(0) + R_2 Cu'_C(0) + u_C(0) = E_2 \\ -u_C(0) - R_2 Cu'_C(0) + R_3 i_3(0) = E_1 - E_2 \end{cases}$$

$$i_1(0) = i_L(0) = 3\,\text{A}$$

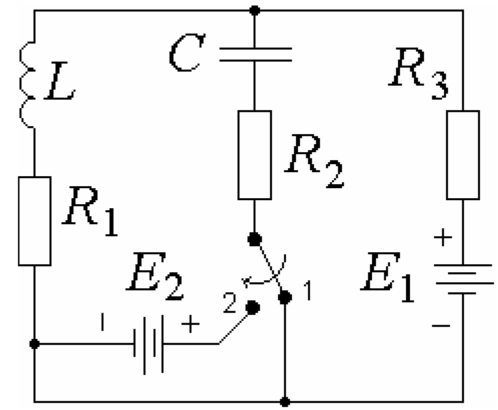
$$u_C(0) = -30\,\text{V}$$



Sơ kiện (15)

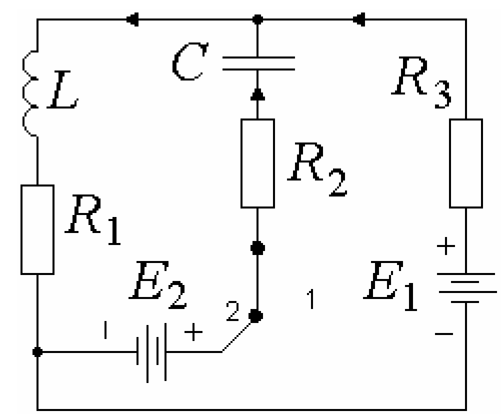
VD5

$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tính các sơ kiện $i_L(0)$, $u_C(0)$, $i'_L(0)$, $u'_C(0)$.



$$\begin{cases} 3 - 10^{-3} u'_C(0) - i_3(0) = 0 \\ 1.i'_1(0) + 10.3 + 20.10^{-3} u'_C(0) - 30 = 40 \\ 30 - 20.10^{-3} u'_C(0) + 30 i_3(0) = 120 - 40 \end{cases}$$

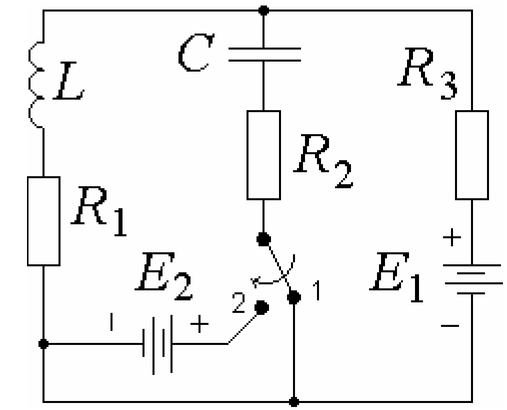
$$\rightarrow \begin{cases} i'_1(0) = 120\ \text{A/s} \\ u'_C(0) = -4000\ \text{V/s} \\ i_3(0) = -1\ \text{A} \end{cases}$$



Sơ kiện (16)

VD5

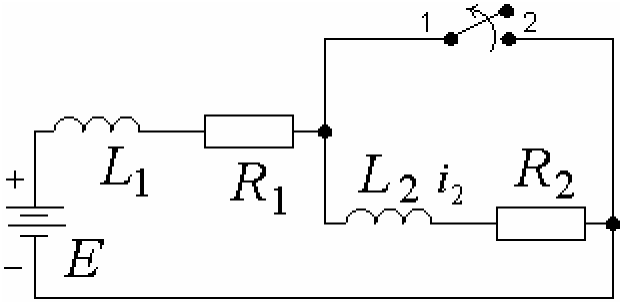
E_1 = 120 V; E_2 = 40 V; R_1 = 10 Ω; R_2 = 20 Ω; R_3 = 30 Ω; L = 1 H; C = 1 mF. Tại thời điểm t = 0 khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tính các sơ kiện $i_L(0)$, $u_C(0)$, $i'_L(0)$, $u'_C(0)$. Tính $i_L''(0)$?



$$\begin{cases} i_1 - Cu_C' - i_3 = 0 \\ Li_1' + R_1 i_1 + R_2 C u_C' + u_C = E_2 \\ -u_C - R_2 C u_C' + R_3 i_3 = E_1 - E_2 \end{cases} \to \begin{cases} i_1' - Cu_C'' - i_3' = 0 \\ Li_1'' + R_1 i_1' + R_2 C u_C'' + u_C' = E_2' = 0 \\ -u_C' - R_2 C u_C'' + R_3 i_3' = (E_1 - E_2)' = 0 \end{cases}$$

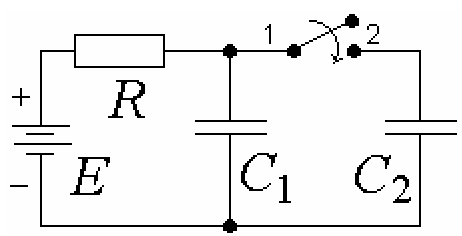
$$\to \begin{cases} i_1'(0) - Cu_C''(0) - i_3'(0) = 0 \\ Li_1''(0) + R_1 i_1'(0) + R_2 C u_C''(0) + u_C'(0) = 0 \\ -u_C'(0) - R_2 C u_C''(0) + R_3 i_3'(0) = 0 \end{cases} \to \begin{cases} i_1''(0) \\ u_C''(0) \\ i_3'(0) \end{cases}$$

Sơ kiện (17)



$$\left.\begin{aligned} i_{L1}(-0) &= \frac{E}{R_1} \\ i_{L2}(-0) &= 0 \\ i_{L1}(0) = i_{L2}(0) &= \frac{E}{R_1 + R_2} \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{cases} i_{L1}(0) \neq i_{L1}(-0) \\ i_{L2}(0) \neq i_{L2}(-0) \end{cases}$$

(vi phạm quy tắc 1)



$$\left.\begin{aligned} u_{C1}(-0) &= E \\ u_{C2}(-0) &= 0 \\ u_{C1}(0) = u_{C2}(0) &= E \end{aligned}\right\} \rightarrow u_{C2}(0) \neq u_{C2}(-0)$$

(vi phạm quy tắc 2)

Sơ kiện (18)

- *Luật/quy tắc đóng mở tổng quát 1*: tổng từ thông trong một mạch điện ngay sau khi đóng mở $\Sigma\Psi(+0)$ bằng tổng từ thông trong mạch điện đó ngay trước khi đóng mở $\Sigma\Psi(-0)$

$$\Sigma\Psi(+0) = \Sigma\Psi(-0)$$

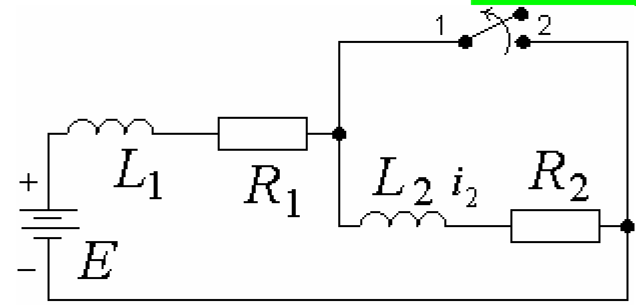
- *Luật/quy tắc đóng mở tổng quát 2*: tổng điện tích trong một mạch điện ngay sau khi đóng mở $\Sigma q(+0)$ bằng tổng điện tích trong mạch điện đó ngay trước khi đóng mở $\Sigma q(-0)$

$$\Sigma q(+0) = \Sigma q(-0)$$

Sơ kiện (19)

VD6

E = 120 V; R_1 = 10 Ω; R_2 = 20 Ω; L_1 = 1 H; L_2 = 2 H.
Tại thời điểm t = 0 khoá K mở ra. Tính sơ kiện $i_{L2}(0)$.



$$\left.\begin{array}{l}\psi_{L1}(-0) = L_1 i_1(-0) \\ \psi_{L2}(-0) = L_2 i_2(-0)\end{array}\right\} \to \sum \psi(-0) = L_1 i_1(-0) + L_2 i_2(-0)$$

$$\left.\begin{array}{l}\psi_{L1}(0) = L_1 i(0) \\ \psi_{L2}(0) = L_2 i(0)\end{array}\right\} \to \sum \psi(0) = L_1 i(0) + L_2 i(0) = (L_1 + L_2) i(0)$$

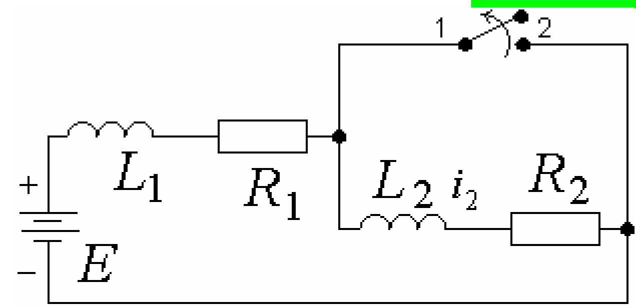
$$\sum \psi(-0) = \sum \psi(0)$$

$$\to L_1 i_1(-0) + L_2 i_2(-0) = (L_1 + L_2) i(0) \quad \to i(0) = \frac{L_1 i_1(-0) + L_2 i_2(-0)}{L_1 + L_2}$$

Sơ kiện (20)

VD6

E = 120 V; R_1 = 10 Ω; R_2 = 20 Ω; L_1 = 1 H; L_2 = 2 H.
Tại thời điểm t = 0 khoá K mở ra. Tính sơ kiện $i_{L2}(0)$.



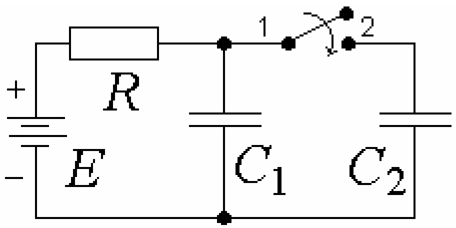
$$\left.\begin{aligned} i(0) &= \frac{L_1 i_1(-0) + L_2 i_2(-0)}{L_1 + L_2} \\ i_1(-0) &= \frac{E}{R_1} = \frac{120}{10} = 12\,\text{A} \\ i_2(-0) &= 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow i(0) = \frac{1.12 + 2.0}{1+2} = 4\,\text{A}$$

$$\rightarrow i_{L2}(0) = 4\,\text{A}$$

Sơ kiện (21)

VD7

$E = 120$ V; $R = 10\ \Omega$; $C_1 = 1$ mF; $C_2 = 2$ mF. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K đóng vào. Tính sơ kiện $u_{C2}(0)$.



$$\left.\begin{array}{l} q_{C1}(-0) = C_1 u_{C1}(-0) \\ q_{C2}(-0) = C_2 u_{C2}(-0) \end{array}\right\} \to \sum q(-0) = C_1 u_{C1}(-0) + C_2 u_{C2}(-0)$$

$$\left.\begin{array}{l} q_{C1}(0) = C_1 u_{C1}(0) \\ q_{C2}(0) = C_2 u_{C2}(0) \end{array}\right\} \to \sum q(0) = C_1 u_{C1}(0) + C_2 u_{C2}(0) = (C_1 + C_2) u_{C2}(0)$$

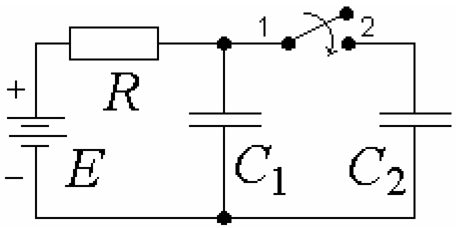
$$\Sigma q(+0) = \Sigma q(-0)$$

$$\to C_1 u_{C1}(-0) + C_2 u_{C2}(-0) = (C_1 + C_2) u_{C2}(0)$$

Sơ kiện (22)

VD7

$E = 120$ V; $R = 10\ \Omega$; $C_1 = 1$ mF; $C_2 = 2$ mF. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K đóng vào. Tính sơ kiện $u_{C2}(0)$.



$$\left.\begin{aligned}
&C_1 u_{C1}(-0) + C_2 u_{C2}(-0) = (C_1 + C_2) u_{C2}(0) \\
&\rightarrow u_{C2}(0) = \frac{C_1 u_{C1}(-0) + C_2 u_{C2}(-0)}{C_1 + C_2} \\
&u_{C1}(-0) = E = 120\,\text{V} \\
&u_{C2}(-0) = 0
\end{aligned}\right\}$$

$$\rightarrow u_{C2}(0) = \frac{10^{-3}.120 + 0}{10^{-3} + 2.10^{-3}} = 40\,\text{V}$$

Sơ kiện (23)

- Khi nào dùng 2 luật đóng mở & khi nào dùng 2 luật đóng mở tổng quát?
- Nếu dòng điện trong cuộn cảm và/hoặc điện áp trên tụ điện biến thiên liên tục → 2 luật đóng mở
- Nếu dòng điện trong cuộn cảm và/hoặc điện áp trên tụ điện biến thiên đột ngột → 2 luật đóng mở tổng quát

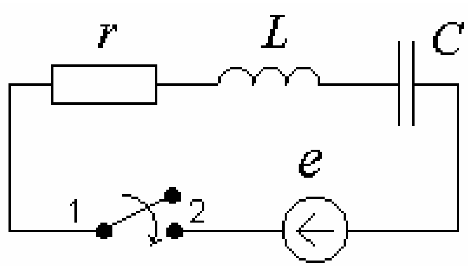
Sơ kiện (24)

- Để tính sơ kiện bậc 0 [$i_L(0)$ & $u_C(0)$]:
  1. Tính thông số chế độ cũ: $i_L(-0)$ & $u_C(-0)$
  2. Áp dụng 2 luật đóng mở hoặc 2 luật đóng mở tổng quát
- Để tính sơ kiện bậc 1 [$i'_L(0)$ & $u'_C(0)$]
  3. Lập (hệ) phương trình (α) (theo KD & KA) mô tả mạch điện sau khi đóng mở
  4. Giải (α)
- Để tính sơ kiện bậc 2 [$i''_L(0)$ & $u''_C(0)$]
  5. Lấy đạo hàm 2 vế của (α), được (β)
  6. Giải (β)
- …

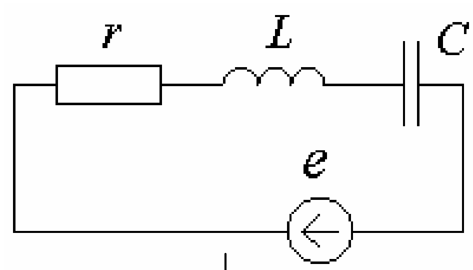
Nội dung

- Giới thiệu
- Sơ kiện
- **Phương pháp tích phân kinh điển**
- Quá trình quá độ trong mạch RLC
- Phương pháp toán tử
- Phương pháp hàm quá độ và hàm trọng lượng
- Giải quyết một số vấn đề của QTQĐ bằng máy tính

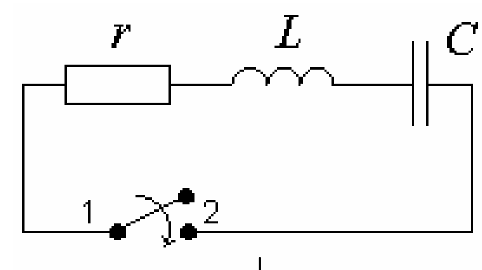
Tích phân kinh điển (1)



=



+



Nghiệm của quá trình quá độ:
$x(t) = x_{\mathrm{xl}}(t) + x_{\mathrm{td}}(t)$

Nghiệm xác lập:
$x_{\mathrm{xl}}(t)$

Nghiệm tự do:
$x_{\mathrm{td}}(t)$

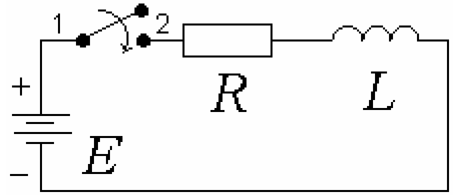
Nghiệm của (hệ) phương trình vi phân mô tả mạch:

$f(x, x', x'', \ldots) = e$

- Vật lý: do nguồn duy trì
- Toán học: là nghiệm riêng của PTVP không thuần nhất (có vế phải)
- Tuân theo quy luật biến thiên của nguồn
- Đã biết cách tính (một chiều, điều hoà, chu kỳ)
- Còn gọi là cưỡng bức

- Vật lý: không do nguồn duy trì, vì nguồn đã dùng cho xxl
- Toán học: là nghiệm riêng của PTVP thuần nhất (không có vế phải)
- Chỉ phụ thuộc vào bản chất của mạch, không phụ thuộc vào nguồn

Tích phân kinh điển (2)



$$Ri + Li' = E$$

Phương trình vi phân thuần nhất: $Ri + Li' = 0$

Nghiệm: $i_{td} = Ae^{pt}$

$$\left.\begin{array}{l} Ri + Li' = 0 \\ i_{td} = Ae^{pt} \end{array}\right\} \rightarrow RAe^{pt} + LApe^{pt} = 0$$

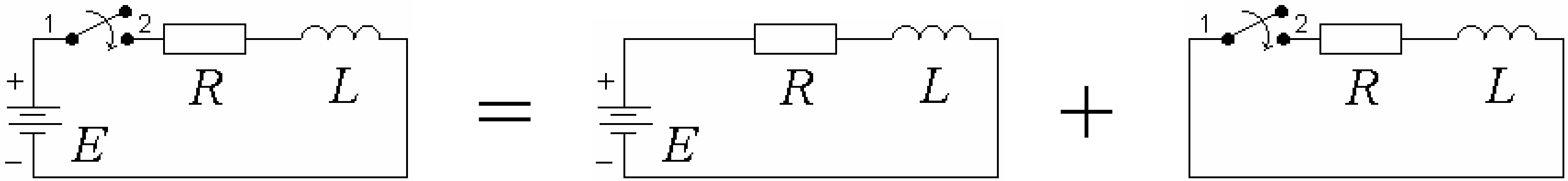
$$\rightarrow (R + Lp)Ae^{pt} = 0$$

$$\rightarrow Lp + R = 0 \quad \text{(phương trình đặc trưng)}$$

$$\rightarrow p = -\frac{R}{L} \quad \text{(nghiệm đặc trưng)}$$

$$\rightarrow i_{td} = Ae^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{(nghiệm tự do)}$$

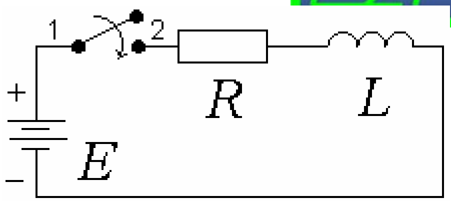
Tích phân kinh điển (3)



$$i_{xl} = \frac{E}{R} \qquad\qquad i_{td} = Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

$$\boxed{i = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}} \leftarrow A = -\frac{E}{R} \leftarrow \frac{E}{R} + Ae^{0} = 0 \leftarrow \begin{cases} i = i_{xl} + i_{td} = \dfrac{E}{R} + Ae^{-\frac{R}{L}t} \\ i(0) = i_L(0) = i_L(-0) = 0 \end{cases}$$

Tích phân kinh điển (4)



1. Tính nghiệm xác lập
2. Lập phương trình đặc trưng
3. Giải phương trình đặc trưng để tìm nghiệm đặc trưng
4. Viết dạng tổng quát của nghiệm tự do
5. Tính sơ kiện
6. Từ sơ kiện tính các hằng số tích phân
7. Tổng hợp kết quả

1. $i_{xl} = \dfrac{E}{R}$

2. $Lp + R = 0$

3. $p = -\dfrac{R}{L}$

4. $i_{td} = Ae^{-\frac{R}{L}t}$

5. $i(0) = 0$

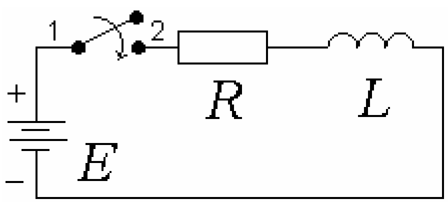
6. $A = -\dfrac{E}{R}$

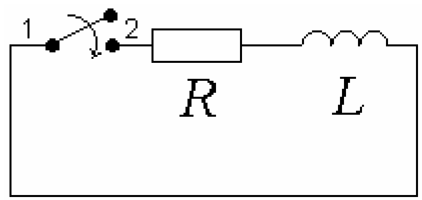
7. $\boxed{i = \dfrac{E}{R} - \dfrac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}}$

Tích phân kinh điển (5)

1. Tính nghiệm xác lập
2. Lập phương trình đặc trưng
3. Giải phương trình đặc trưng để tìm nghiệm đặc trưng
4. Viết dạng tổng quát của nghiệm tự do
5. Tính sơ kiện
6. Từ sơ kiện tính các hằng số tích phân
7. Tổng hợp kết quả

Tích phân kinh điển (6)

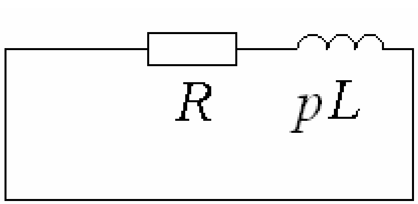




$$\left.\begin{aligned} Ri_{td} + Li'_{td} &= 0 \\ i_{td} &= Ae^{pt} \end{aligned}\right\} \rightarrow (R + Lp)Ae^{pt} = 0$$

$$\rightarrow Lp + R = 0$$

(phương trình đặc trưng)



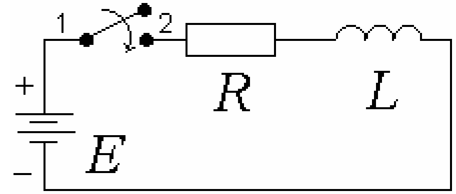
$$\rightarrow Ri + pLi = 0 \quad \rightarrow R + Lp = 0$$

(phương trình đặc trưng)

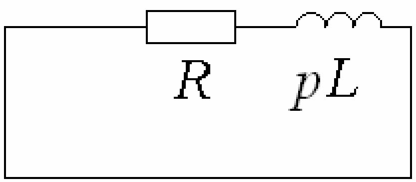
Tích phân kinh điển (7)

VD1

$E = 12$ V; $R = 6$ Ω; $L = 2$ mH. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K đóng lại. Tính dòng điện quá độ trong mạch.



$$i_{xl} = \frac{E}{R} = \frac{12}{6} = 2\text{ A}$$



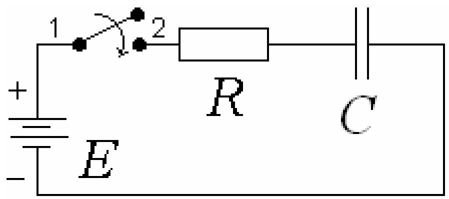
$$Lpi + Ri = 0 \rightarrow Lp + R = 0$$

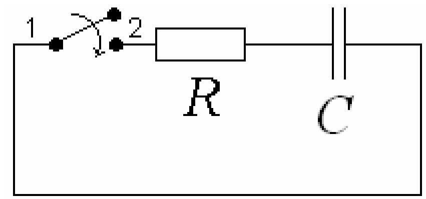
$$\rightarrow p = -\frac{R}{L} = -\frac{6}{2.10^{-3}} = -3000$$

$$\rightarrow i_{td} = Ae^{pt} = Ae^{-3000t}$$

$$\left.\begin{array}{l} \rightarrow i = i_{xl} + i_{td} = 2 + Ae^{-3000t} \\ i(0) = i_L(0) = i_L(-0) = 0 \end{array}\right\} \rightarrow i(0) = 2 + A = 0 \rightarrow A = -2 \rightarrow \boxed{i = 2 - 2e^{-3000t}\text{ A}}$$

Tích phân kinh điển (8)



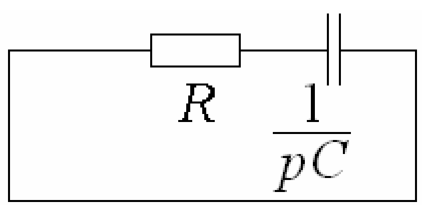


$$\left.\begin{aligned} &Ri_{td} + \frac{1}{C}\int i_{td}dt = 0 \\ &i_{td} = Ae^{pt} \end{aligned}\right\}$$

$$\to RAe^{pt} + \frac{1}{C}\int Ae^{pt}dt = 0 \to RAe^{pt} + \frac{1}{pC}Ae^{pt} = 0$$

$$\to \left(R + \frac{1}{pC}\right)Ae^{pt} = 0 \to R + \frac{1}{pC} = 0$$

(phương trình đặc trưng)

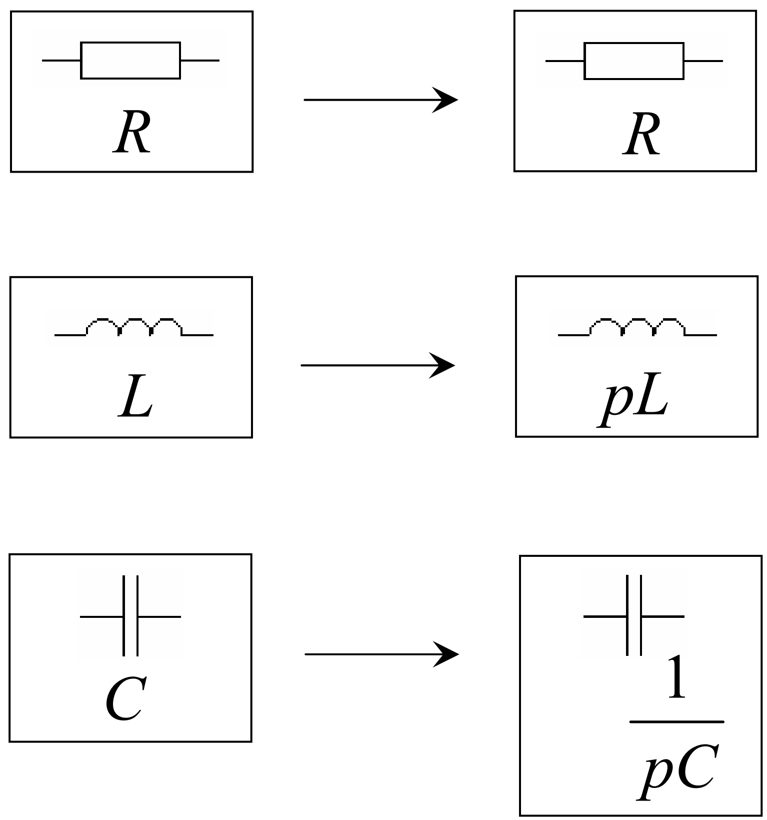


$$\to Ri + \frac{1}{pC}i = 0 \to R + \frac{1}{pC} = 0$$

(phương trình đặc trưng)

Tích phân kinh điển (9)

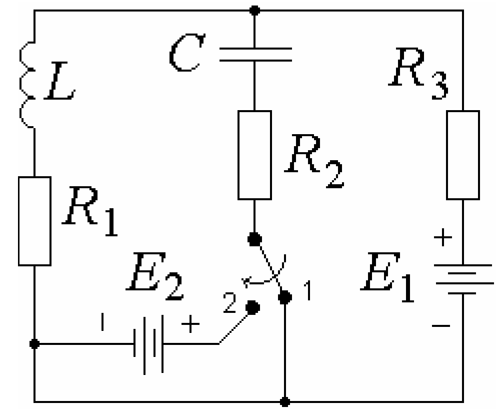
- Để tìm nghiệm đặc trưng:



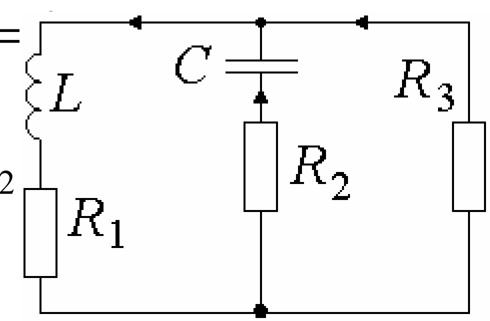
Tích phân kinh điển (10)

VD2

$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tìm phương trình đặc trưng & nghiệm đặc trưng.



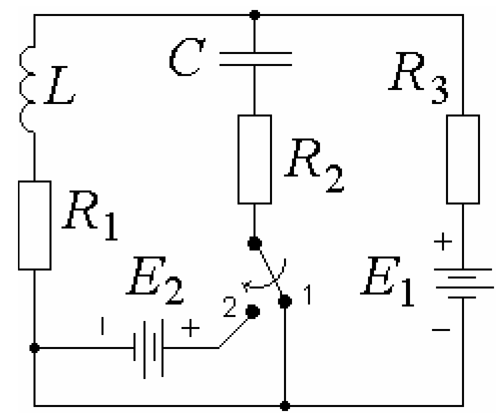
$$\left.\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ Li'_1 + R_1 i_1 + R_2 i_2 + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i_2 dt = 0 \\ R_2 i_2 + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i_2 dt - R_3 i_3 = 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} i_1 &= A_1 e^{pt} \\ i_2 &= A_2 e^{pt} \\ i_3 &= A_3 e^{pt} \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{cases} A_1 e^{pt} - A_2 e^{pt} - A_3 e^{pt} = \\ LpA_1 e^{pt} + R_1 A_1 e^{pt} + R_2 \\ R_2 A_2 e^{pt} + \dfrac{1}{pC} A_2 e^{pt} - R_3 A_3 e^{pt} = 0 \end{cases}$$



Tích phân kinh điển (11)

VD2

E_1 = 120 V; E_2 = 40 V; R_1 = 10 Ω; R_2 = 20 Ω; R_3 = 30 Ω; L = 1 H; C = 1 mF. Tại thời điểm t = 0 khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tìm phương trình đặc trưng & nghiệm đặc trưng.



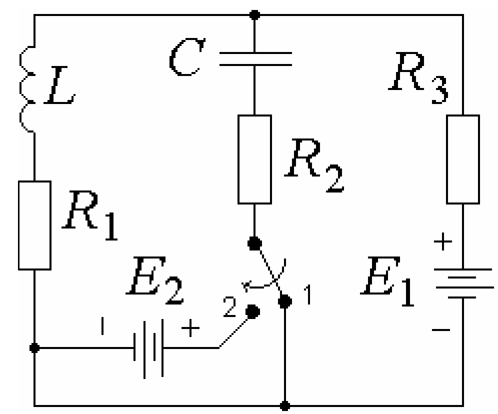
$$\begin{cases} A_1e^{pt} - A_2e^{pt} - A_3e^{pt} = 0 \\ LpA_1e^{pt} + R_1A_1e^{pt} + R_2A_2e^{pt} + \dfrac{1}{pC}A_2e^{pt} = 0 \\ R_2A_2e^{pt} + \dfrac{1}{pC}A_2e^{pt} - R_3A_3e^{pt} = 0 \end{cases}$$

$$\leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ Lp + R_1 & R_2 + \dfrac{1}{pC} & 0 \\ 0 & R_2 + \dfrac{1}{pC} & -R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1e^{pt} \\ A_2e^{pt} \\ A_3e^{pt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tích phân kinh điển (12)

VD2

$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tìm phương trình đặc trưng & nghiệm đặc trưng.

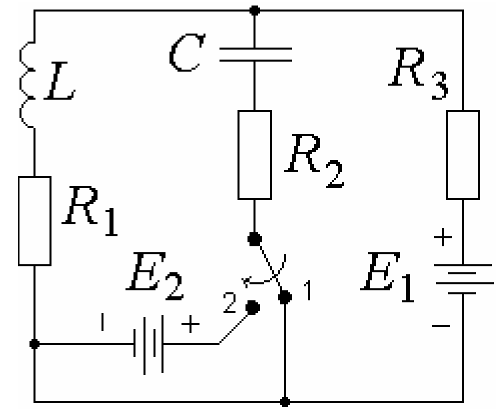


$$\left.\begin{array}{l}\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ Lp + R_1 & R_2 + \dfrac{1}{pC} & 0 \\ 0 & R_2 + \dfrac{1}{pC} & -R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 e^{pt} \\ A_2 e^{pt} \\ A_3 e^{pt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\[2em] \begin{bmatrix} A_1 e^{pt} \\ A_2 e^{pt} \\ A_3 e^{pt} \end{bmatrix} \neq 0 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ Lp + R_1 & R_2 + \dfrac{1}{pC} & 0 \\ 0 & R_2 + \dfrac{1}{pC} & -R_3 \end{vmatrix} = 0$$

Tích phân kinh điển (13)

VD2

$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tìm phương trình đặc trưng & nghiệm đặc trưng.



$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ Lp + R_1 & R_2 + \dfrac{1}{pC} & 0 \\ 0 & R_2 + \dfrac{1}{pC} & -R_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\to -\frac{LC(R_2 + R_3)p^2 + [(R_2R_3 + R_1R_2 + R_1R_3)C + L]p + (R_1 + R_3)}{Cp} = 0$$

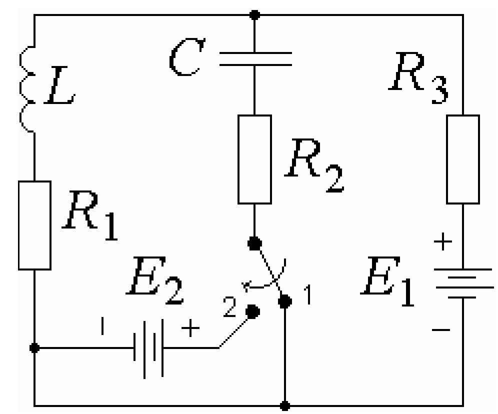
$$\to LC(R_2 + R_3)p^2 + [(R_2R_3 + R_1R_2 + R_1R_3)C + L]p + (R_1 + R_3) = 0$$

(phương trình đặc trưng)

Tích phân kinh điển (14)

VD2

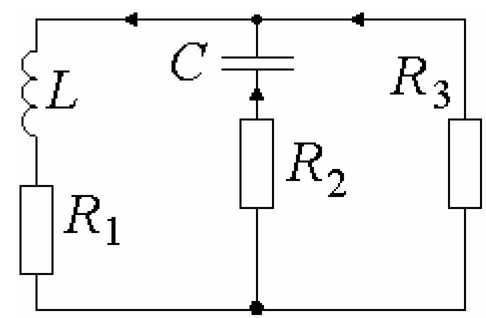
$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tìm phương trình đặc trưng & nghiệm đặc trưng.

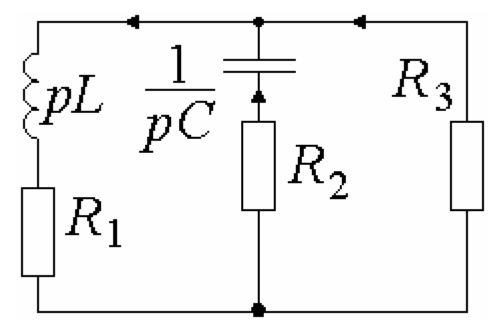


Cách 2:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ Lpi_1 + R_1 i_1 + R_2 i_2 + \dfrac{1}{pC} i_2 = 0 \\ R_2 i_2 + \dfrac{1}{pC} i_2 - R_3 i_3 = 0 \end{cases}$$

$$\leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ Lp + R_1 & R_2 + \dfrac{1}{pC} & 0 \\ 0 & R_2 + \dfrac{1}{pC} & -R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

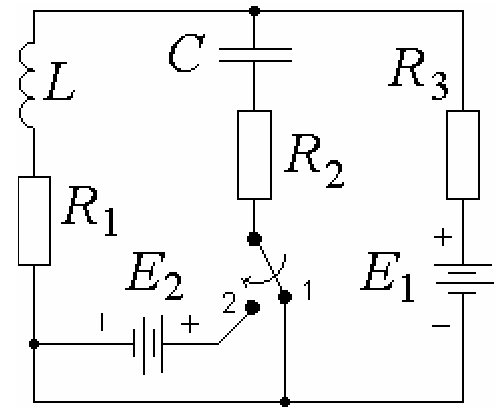




Tích phân kinh điển (15)

VD2

$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tìm phương trình đặc trưng & nghiệm đặc trưng.



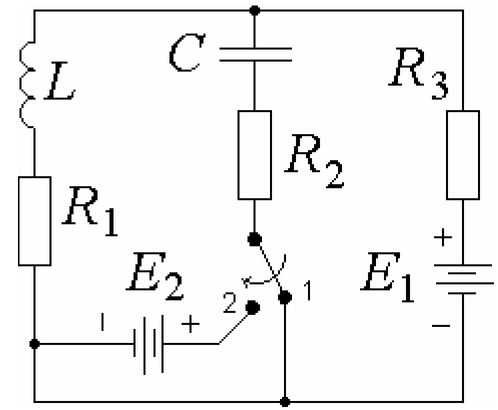
Cách 2:

$$\left.\begin{array}{l}\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ Lp + R_1 & R_2 + \dfrac{1}{pC} & 0 \\ 0 & R_2 + \dfrac{1}{pC} & -R_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \neq 0 \end{array}\right\} \to \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ Lp + R_1 & R_2 + \dfrac{1}{pC} & 0 \\ 0 & R_2 + \dfrac{1}{pC} & -R_3 \end{vmatrix} = 0$$

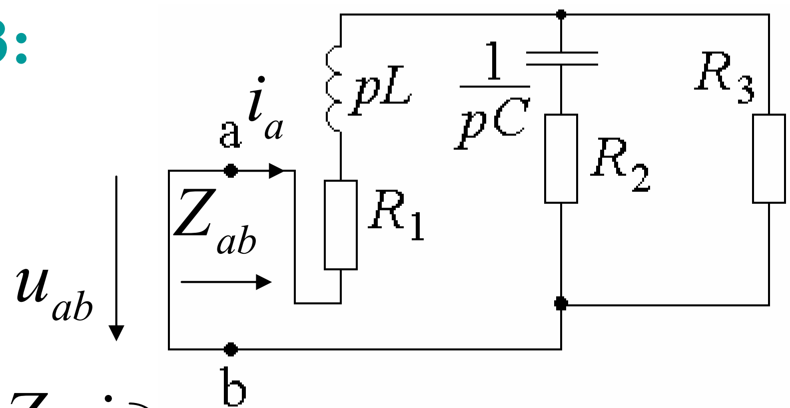
Tích phân kinh điển (16)

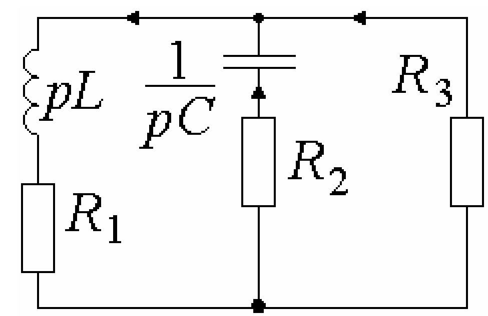
VD2

$E_1 = 120$ V; $E_2 = 40$ V; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $R_3 = 30\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tìm phương trình đặc trưng & nghiệm đặc trưng.



Cách 3:



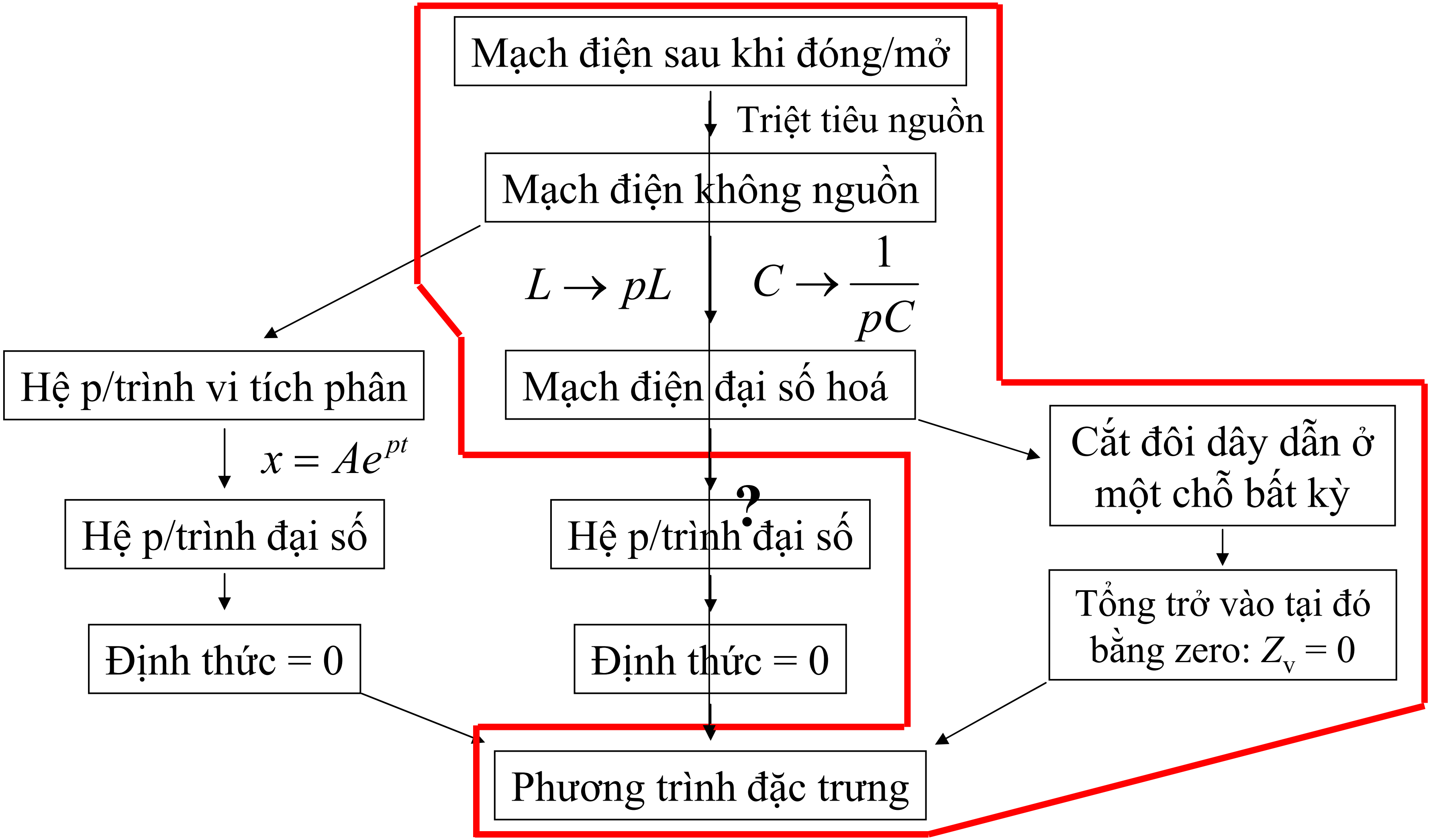


$$\left.\begin{aligned} u_{ab} &= Z_{ab} i_a \\ u_{ab} &= 0 \\ i_a &\neq 0 \end{aligned}\right\} \to Z_{ab} = 0 = [R_3 // (R_2 + \frac{1}{pC})] + pL + R_1$$

$$\leftrightarrow \boxed{LC(R_2 + R_3)p^2 + [(R_2R_3 + R_1R_2 + R_1R_3)C + L]p + (R_1 + R_3) = 0}$$

(phương trình đặc trưng)

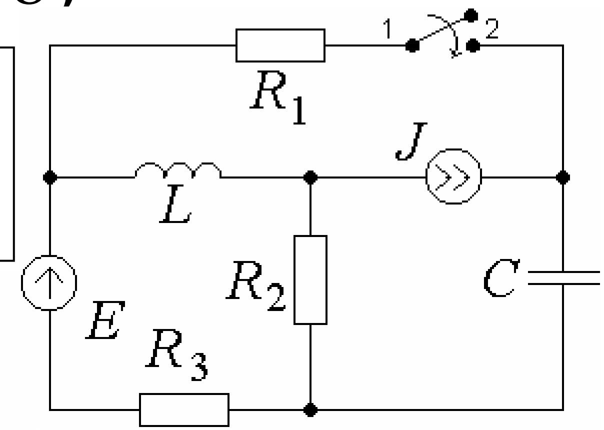
Tích phân kinh điển (17)



Tích phân kinh điển (18)

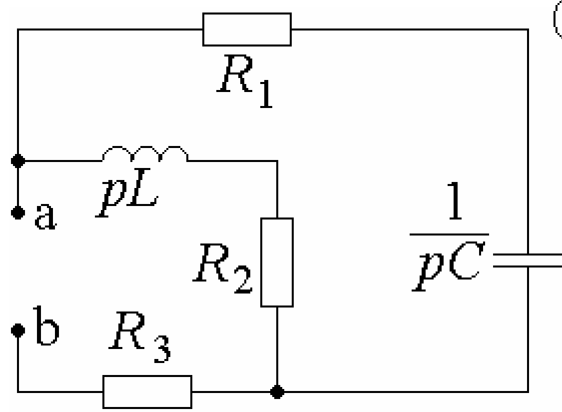
VD3

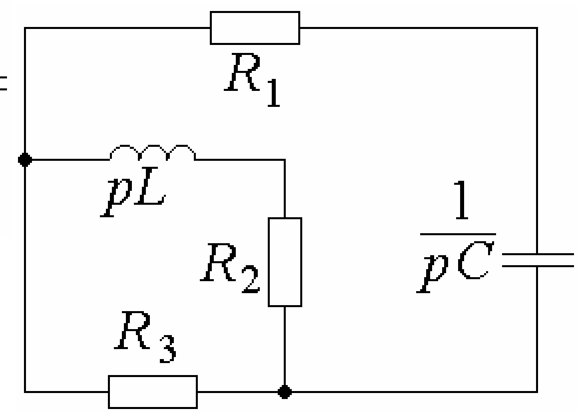
E = 120 V; J = 12 A; R_1 = 10 Ω; R_2 = 20 Ω; R_3 = 30 Ω; L = 1 H; C = 1 mF. Tại thời điểm t = 0 khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tìm phương trình đặc trưng & nghiệm đặc trưng.



$$Z_{ab} = \left[(pL + R_2) // (R_1 + \frac{1}{pC}) \right] + R_3$$

$$= \frac{(pL + R_2)(R_1 + \frac{1}{pC})}{(pL + R_2) + (R_1 + \frac{1}{pC})} + R_3$$





$$= \frac{(p + 20)(10 + \frac{1}{10^{-3} p})}{(p + 20) + (10 + \frac{1}{10^{-3} p})} + 30 = \frac{40p^2 + 2100p + 5.10^4}{p^2 + 60p + 10^3}$$

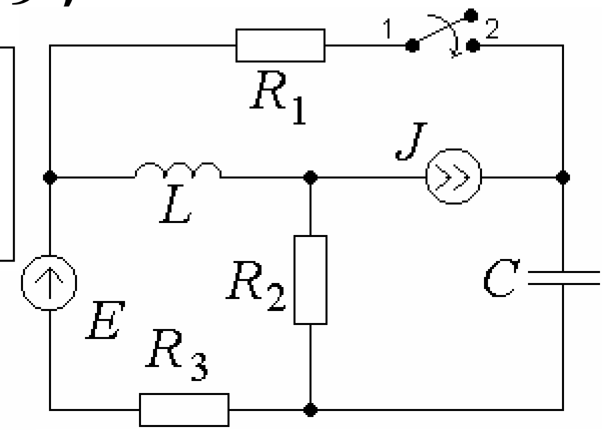
$$\boxed{\rightarrow 40p^2 + 2100p + 5.10^4 = 0}$$

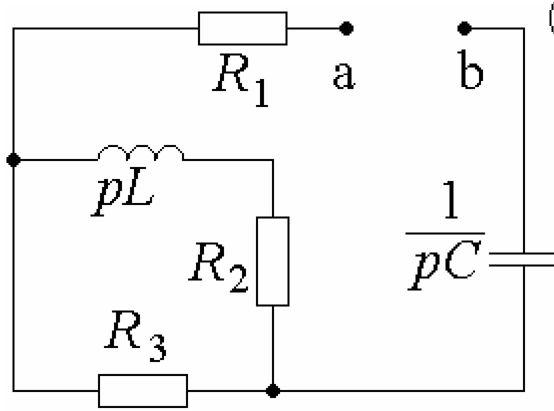
$$\boxed{\rightarrow p_{1,2} = -26,25 \pm j23,68}$$

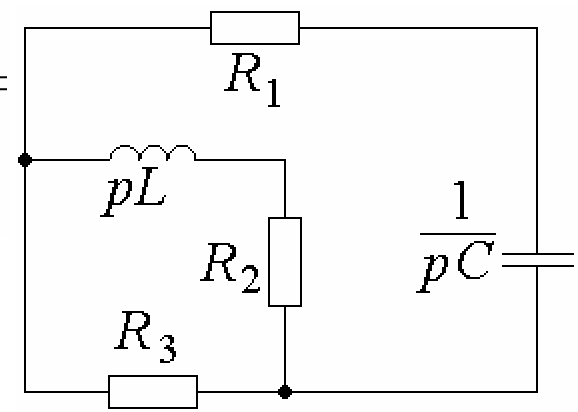
Tích phân kinh điển (19)

VD3

E = 120 V; J = 12 A; R_1 = 10 Ω; R_2 = 20 Ω; R_3 = 30 Ω; L = 1 H; C = 1 mF. Tại thời điểm t = 0 khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tìm phương trình đặc trưng & nghiệm đặc trưng.







$$Z_{ab} = \left[(pL + R_2) // R_3\right] + R_1 + \frac{1}{pC}$$

$$= \frac{(pL + R_2)R_3}{(pL + R_2) + R_3} + R_1 + \frac{1}{pC}$$

$$= \frac{(p + 20)30}{p + 20 + 30} + 10 + \frac{1}{10^{-3}p} = \frac{40p^2 + 2100p + 5.10^4}{p^2 + 50p}$$

$$\boxed{\rightarrow 40p^2 + 2100p + 5.10^4 = 0}$$

$$\boxed{\rightarrow p_{1,2} = -26,25 \pm j23,68}$$

Tích phân kinh điển (20)

1. Tính nghiệm xác lập
2. Lập phương trình đặc trưng
3. Giải phương trình đặc trưng để tìm nghiệm đặc trưng
4. Viết dạng tổng quát của nghiệm tự do
5. Tính sơ kiện
6. Từ sơ kiện tính các hằng số tích phân
7. Tổng hợp kết quả

Tích phân kinh điển (21)

- PTĐT có nghiệm thực p_1, p_2

$$x_{td}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

- PTĐT có nghiệm phức $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$

$$x_{td}(t) = A e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \beta)$$

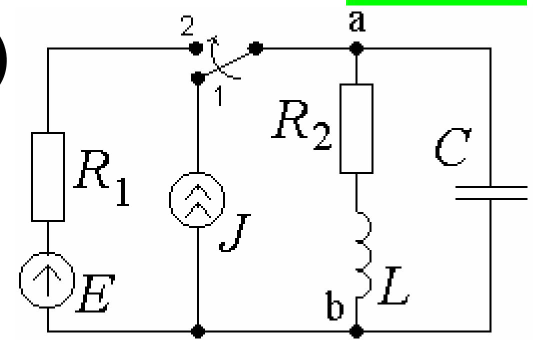
- PTĐT có nghiệm kép $p_1 = p_2 = \alpha$

$$x_{td}(t) = (A_1 + A_2 t) e^{\alpha t}$$

Tích phân kinh điển (22)

VD3

E = 120 V; J = 10 A; R_1 = 10 Ω; R_2 = 20 Ω; L = 1 H; C = 1 mF. Khi khoá ở vị trí 1, mạch ở trạng thái xác lập. Tại thời điểm t = 0 khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tìm điện áp quá độ trên tụ điện.



$$u_{Cxl} = u_{R2} = R_2 \frac{E}{R_1 + R_2} = 20 \frac{120}{10+20} = 80\,\text{V}$$

$$Z_v = \frac{R_1(R_2 + pL)}{R_1 + R_2 + pL} + \frac{1}{pC} = \frac{10(20+p)}{10+20+p} + \frac{1}{10^{-3}p}$$

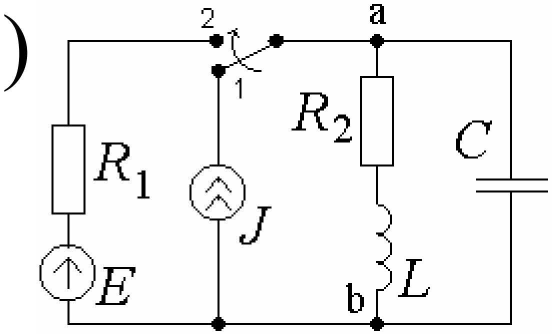
$$= \frac{10p^2 + 200p + 1000}{p(p+30)} \rightarrow 10p^2 + 200p + 1000 = 0 \rightarrow p_1 = p_2 = -10$$

$\rightarrow u_{Ctd}(t) = (A_1 + A_2 t)e^{-10t}$ → cần 2 sơ kiện: $u_C(0)$ & $u'_C(0)$

Tích phân kinh điển (23)

VD3

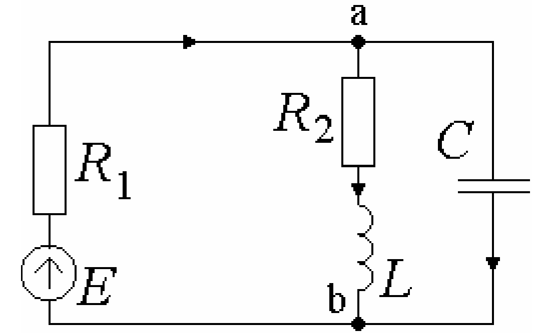
$E = 120$ V; $J = 10$ A; $R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$; $L = 1$ H; $C = 1$ mF. Khi khoá ở vị trí 1, mạch ở trạng thái xác lập. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tìm điện áp quá độ trên tụ điện.



Cần 2 sơ kiện: $u_C(0)$ & $u'_C(0)$

$$i_L(0) = i_L(-0) = J = 10\text{ A}$$

$$u_C(0) = u_C(-0) = R_2J = 20.10 = 200\text{ V}$$



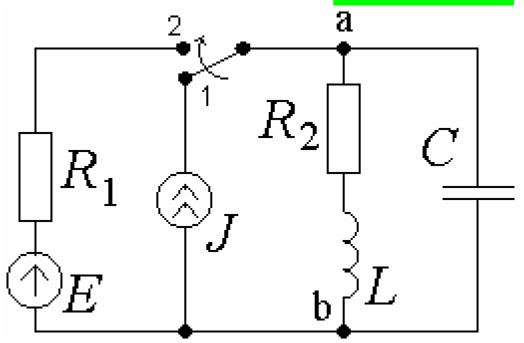
$$\begin{cases} i_1 - i_L - i_C = 0 \\ R_1i_1 + R_2i_L + Li_L' = E \\ R_1i_1 + u_C = E \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_1 - i_L - Cu_C' = 0 \\ R_1i_1 + R_2i_L + Li_L' = E \\ R_1i_1 + u_C = E \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_1(0) - i_L(0) - Cu_C'(0) = 0 \\ R_1i_1(0) + R_2i_L(0) + Li_L'(0) = E \\ R_1i_1(0) + u_C(0) = E \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_1(0) - 10 - 10^{-3}u_C'(0) = 0 \\ 10i_1(0) + 20.10 + i_L'(0) = 120 \\ 10i_1(0) + 200 = 120 \end{cases} \rightarrow u_C'(0) = -18000\text{ V/s}$$

Tích phân kinh điển (24)

VD3

E = 120 V; J = 10 A; R_1 = 10 Ω; R_2 = 20 Ω; L = 1 H; C = 1 mF. Khi khoá ở vị trí 1, mạch ở trạng thái xác lập. Tại thời điểm t = 0 khoá K chuyển từ 1 sang 2. Tìm điện áp quá độ trên tụ điện.



$$u_{Cxl} = 80\,\text{V};\ \ u_{Ctd}(t) = (A_1 + A_2 t)e^{-10t}$$

$$u_C(0) = 200\,\text{V};\quad u_C'(0) = -18000\ \text{V/s}$$

$$u_C = u_{Cxl} + u_{Ctd} = 80 + (A_1 + A_2 t)e^{-10t}$$

$$u_C(0) = 80 + A_1 = 200 \ \boxed{\rightarrow A_1 = 120}$$

$$u_C' = [80 + (120 + A_2 t)e^{-10t}]' = -1200e^{-10t} + A_2 e^{-10t} - 10A_2 t e^{-10t}$$

$$u_C'(0) = -1200 + A_2 = -18000 \ \boxed{\rightarrow A_2 = -16800}$$

$$\boxed{\rightarrow u_C = 80 + (120 - 16800t)e^{-10t}\ \text{A}}$$

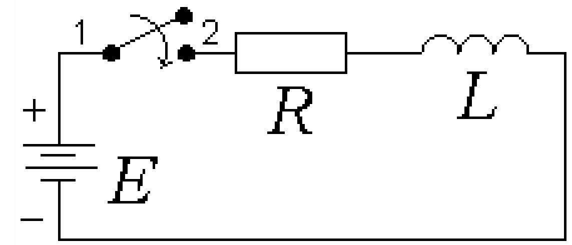
Tích phân kinh điển (25)

1. Tính nghiệm xác lập
2. Lập phương trình đặc trưng
3. Giải phương trình đặc trưng để tìm nghiệm đặc trưng
4. Viết dạng tổng quát của nghiệm tự do
5. Tính sơ kiện
6. Từ sơ kiện tính các hằng số tích phân
7. Tổng hợp kết quả

Nội dung

- Giới thiệu
- Sơ kiện
- Phương pháp tích phân kinh điển
- **Quá trình quá độ trong mạch RLC**
  - **RL**
  - **RC**
  - **RLC**
- Phương pháp toán tử
- Phương pháp hàm quá độ và hàm trọng lượng
- Giải quyết một số vấn đề của QTQĐ bằng máy tính

RL (1)



$$i_{xl} = \frac{E}{R}$$

$$Lp + R = 0 \to p = -\frac{R}{L} \to i_{td} = Ae^{-\frac{R}{L}t} \to i = i_{xl} + i_{td} = \frac{E}{R} + Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

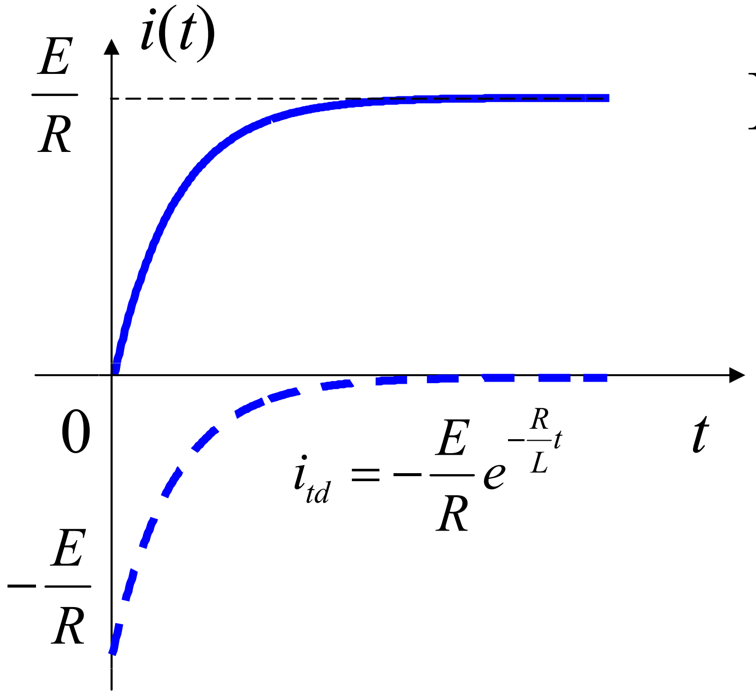
$$i_L(0) = i_L(-0) = 0$$

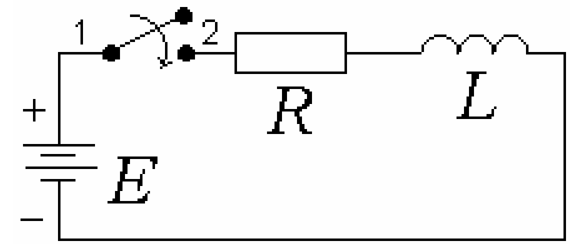
$$i(0) = \frac{E}{R} + A = i_L(0) = 0 \to A = -\frac{E}{R} \to \boxed{i = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})}$$

$$u_R = Ri = R\frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = \boxed{E(1 - e^{-\frac{R}{L}t})}$$

$$u_L = Li' = L\left[\frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}\right]' = \boxed{Ee^{-\frac{R}{L}t}}$$

RL (2)

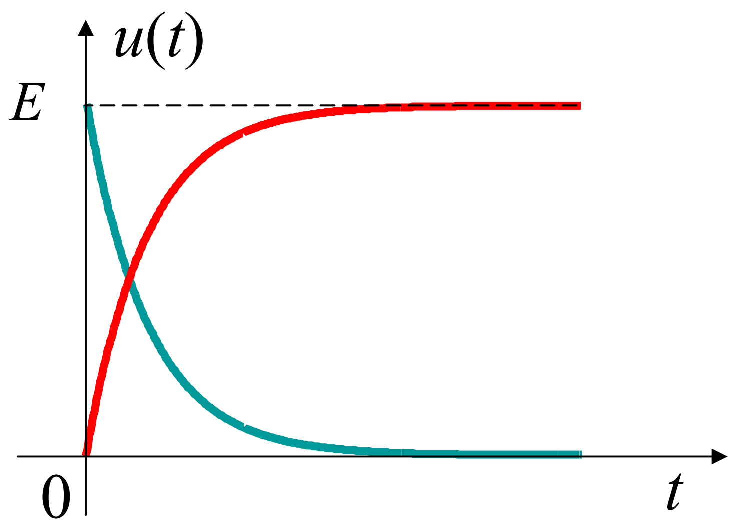




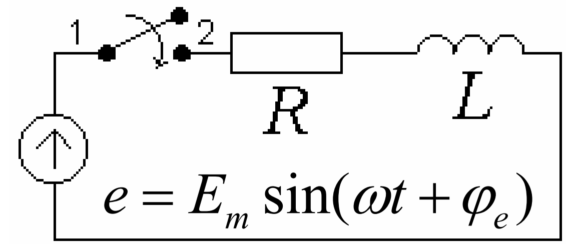
$$i = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

$$u_R = E(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

$$u_L = Ee^{-\frac{R}{L}t}$$



RL (3)



$$i_{xl} = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

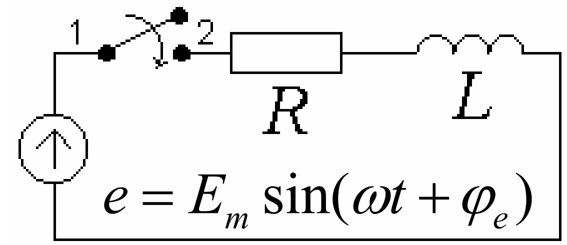
$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}; \quad \varphi_i = \varphi_e - \varphi; \quad \varphi = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

$$Lp + R = 0 \rightarrow p = -\frac{R}{L} \rightarrow i_{td} = Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

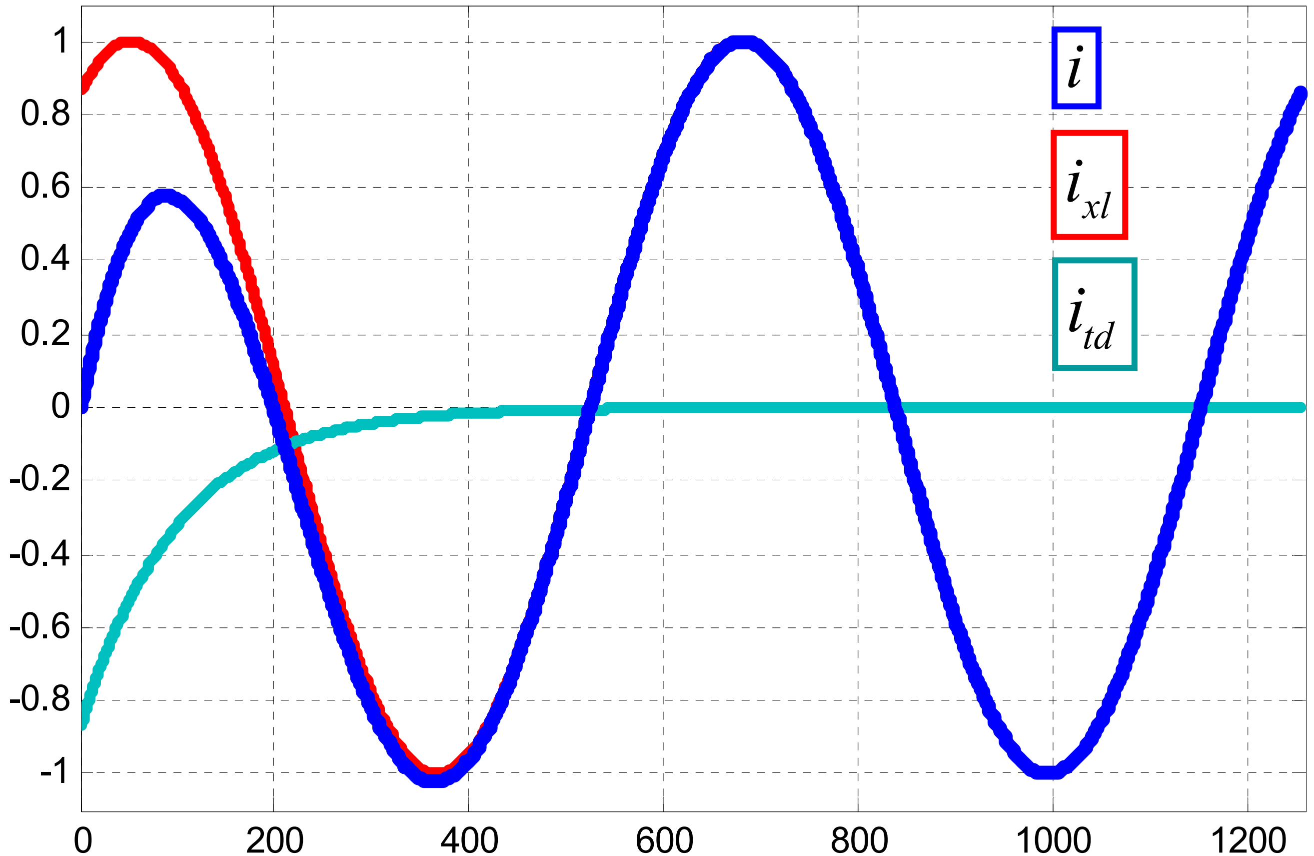
$$\left.\begin{aligned} i = i_{xl} + i_{td} = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) + Ae^{-\frac{R}{L}t} \\ i(0) = i_L(0) = i_L(-0) = 0 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\rightarrow I_m \sin\varphi_i + A = 0 \\ &\rightarrow A = -I_m \sin\varphi_i \end{aligned}$$

$$\rightarrow i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) - \left(I_m \sin\varphi_i\right) e^{-\frac{R}{L}t}$$

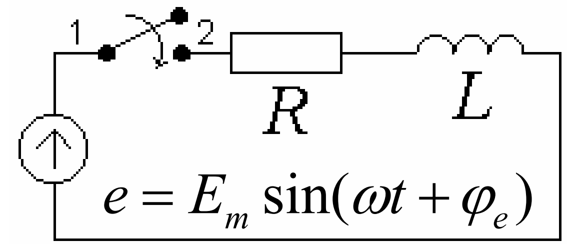
RL (4)



$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) - (I_m \sin\varphi_i)e^{-\frac{R}{L}t}$$

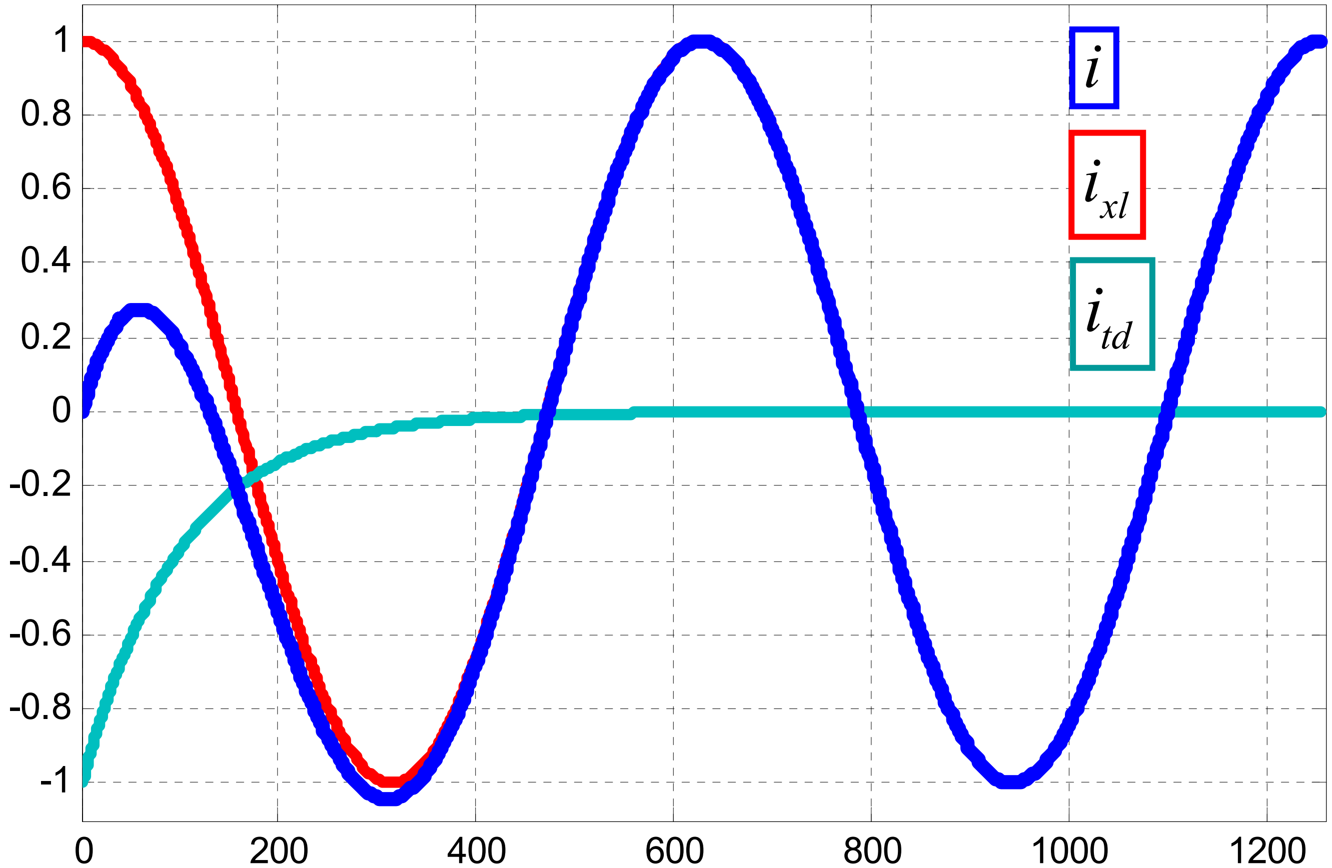


RL (5)

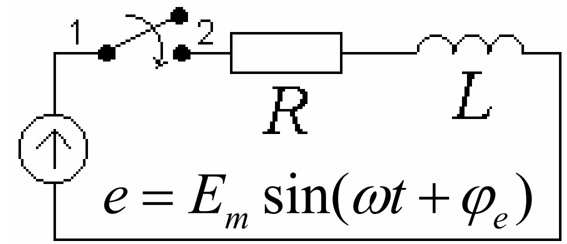


$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) - (I_m \sin\varphi_i)e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$\varphi_i = \frac{\pi}{2}$$



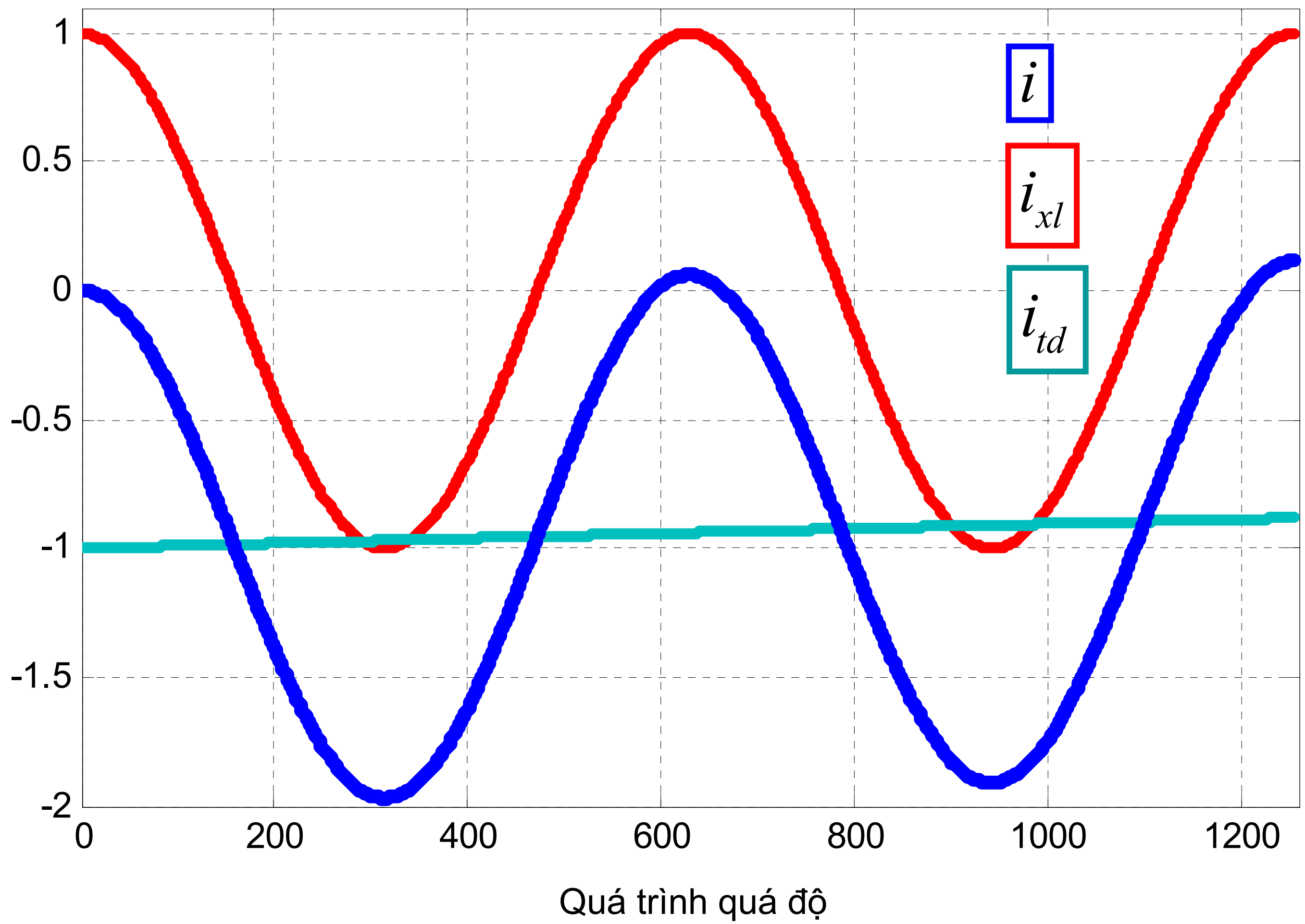
RL (6)



$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) - (I_m \sin\varphi_i)e^{-\frac{R}{L}t}$$

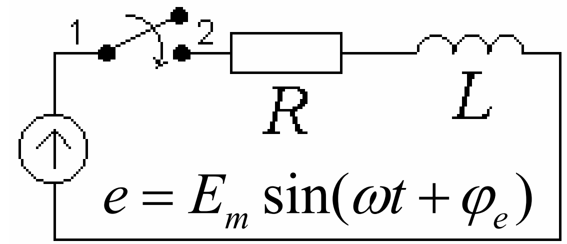
$$\varphi_i = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{R}{L} \ll 1$$

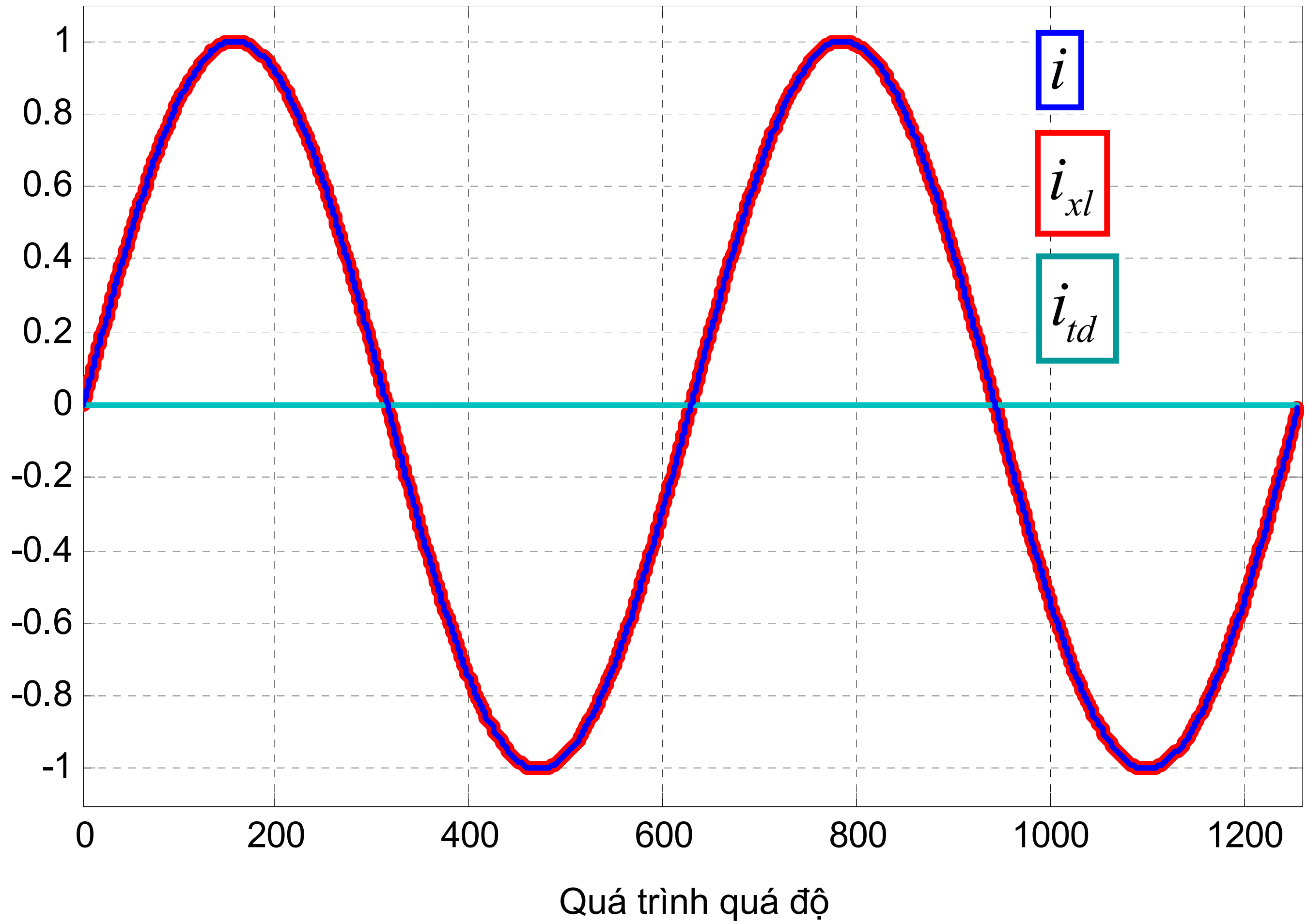


RL (7)

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) - (I_m \sin\varphi_i)e^{-\frac{R}{L}t}$$



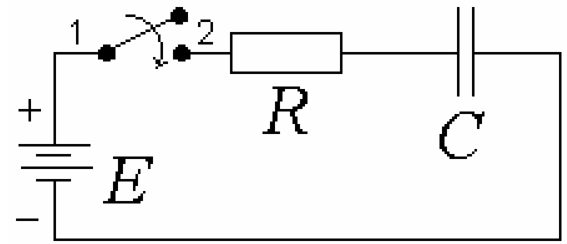
$$\varphi_i = 0$$



Nội dung

- Giới thiệu
- Sơ kiện
- Phương pháp tích phân kinh điển
- **Quá trình quá độ trong mạch RLC**
  - RL
  - **RC**
  - RLC
- Phương pháp toán tử
- Phương pháp hàm quá độ và hàm trọng lượng
- Giải quyết một số vấn đề của QTQĐ bằng máy tính

RC (1)



$$u_{Cxl} = E$$

$$\frac{1}{Cp} + R = 0 \rightarrow p = -\frac{1}{RC} \rightarrow u_{Ctd} = Ae^{-\frac{1}{RC}t}$$

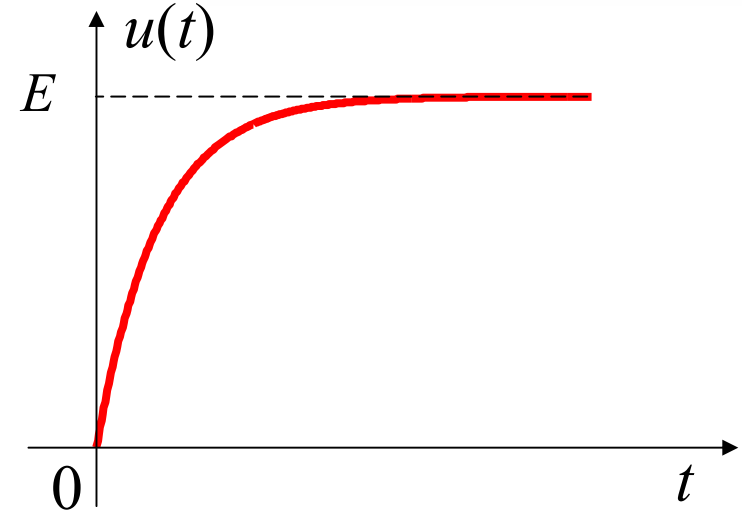
$$\rightarrow u_C = u_{Cxl} + u_{Ctd} = E + Ae^{-\frac{1}{RC}t}$$

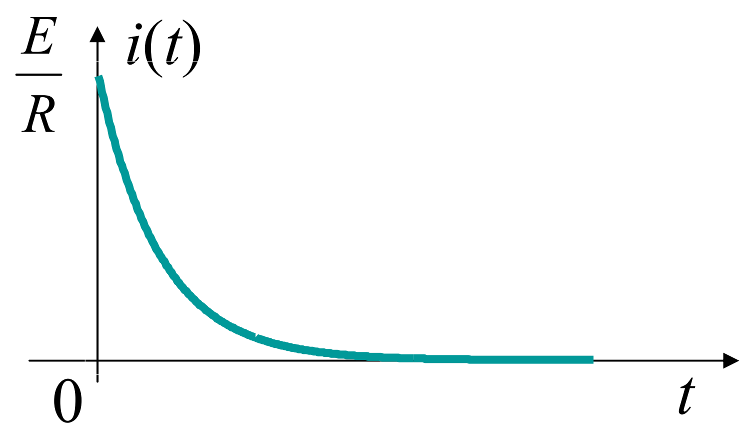
$$u_C(0) = u_C(-0) = 0$$

$$u_C(0) = E + A = 0 \quad \rightarrow A = -E$$

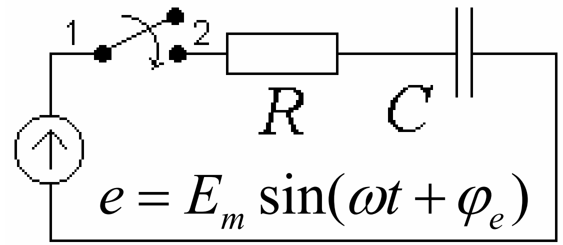
$$\rightarrow \boxed{u_C = E - Ee^{-\frac{1}{RC}t} = E(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})}$$

$$i = Cu_C{}' = C(E - Ee^{-\frac{1}{RC}t})' = \boxed{\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}}$$





RC (2)



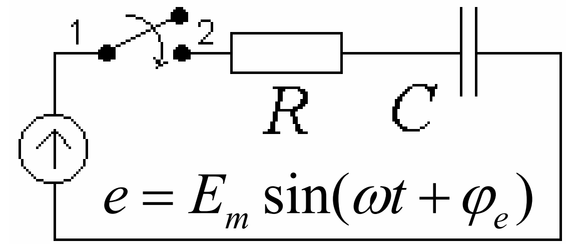
$$i_{xl} = I_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi)$$

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}; \quad \varphi = \arctan\left(\frac{1}{RC\omega}\right)$$

$$\dot{U}_{Cxl} = \frac{1}{j\omega C} I \underline{/\varphi_e - \varphi} = \frac{I}{\omega C} \underline{/\varphi_e - \varphi - \pi/2}$$

$$\rightarrow u_{Cxl} = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi - \frac{\pi}{2})$$

RC (3)



$$u_{Cxl} = U_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi - \frac{\pi}{2})$$

$$U_m = \frac{E_m}{\omega C\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}};\ \varphi = \arctan\left(\frac{1}{RC\omega}\right)$$

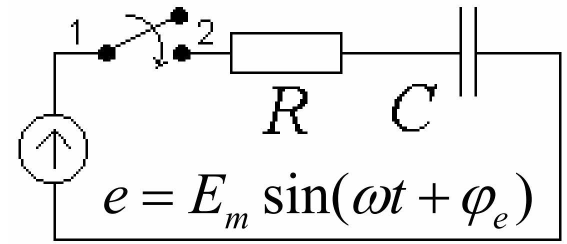
$$\frac{1}{Cp} + R = 0 \rightarrow p = -\frac{1}{RC} \rightarrow u_{Ctd} = Ae^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$\left.\begin{array}{l} u_C = u_{Cxl} + u_{Ctd} = U_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi - \pi/2) + Ae^{-\frac{1}{RC}t} \\ u_C(0) = u_C(-0) = 0 \end{array}\right\}$$

$$\rightarrow U_m \sin(\varphi_e - \varphi - \pi/2) + A = 0 \ \rightarrow A = -U_m \sin(\varphi_e - \varphi - \pi/2)$$

$$\rightarrow u_C = U_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi - \pi/2) - \left[U_m \sin(\varphi_e - \varphi - \pi/2)\right]e^{-\frac{1}{RC}t}$$

RC (4)



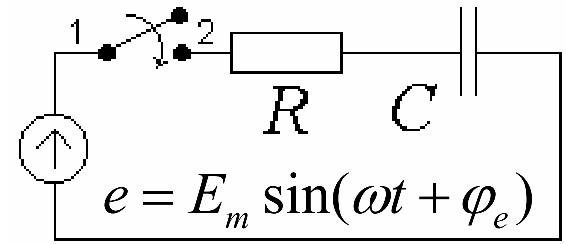
$$u_C = U_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi - \pi/2) - \left[U_m \sin(\varphi_e - \varphi - \pi/2)\right] e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$i = C u_C\,'$$

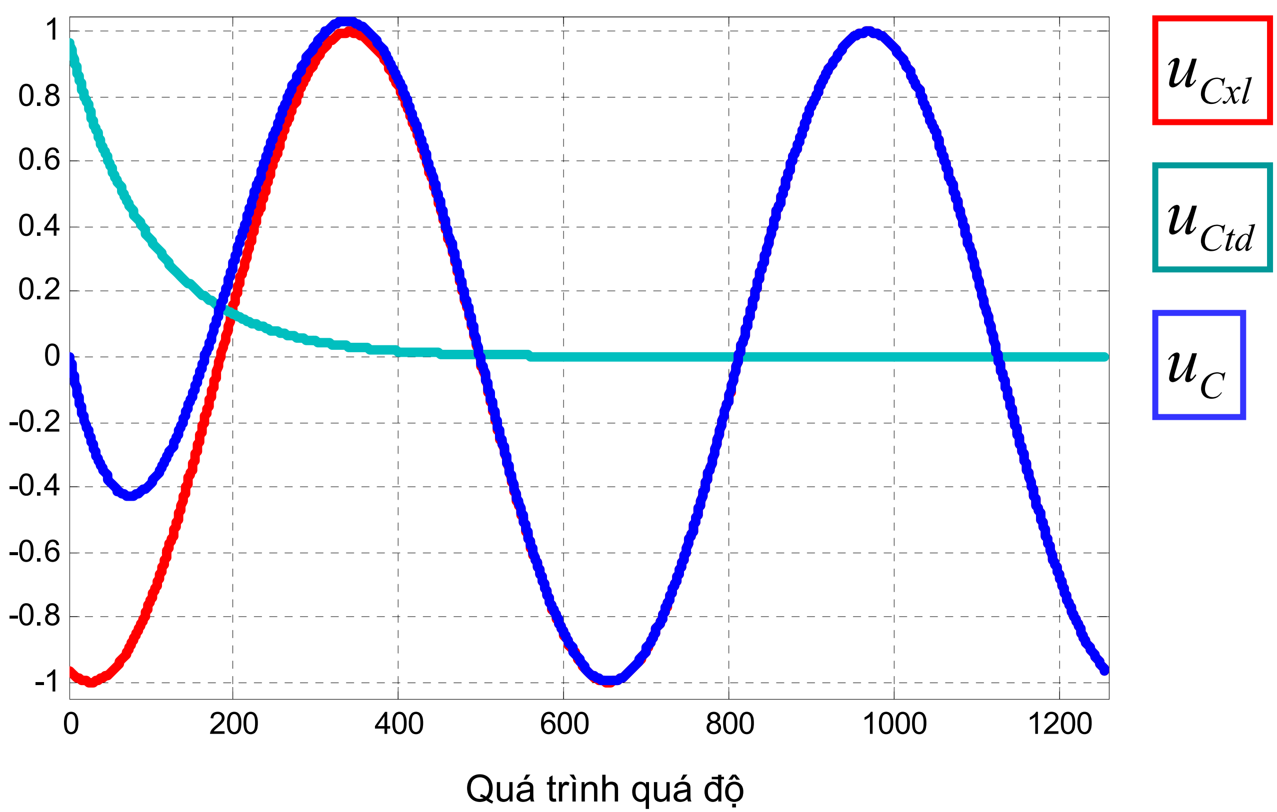
$$= C\left[U_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi - \pi/2) - \left[U_m \sin(\varphi_e - \varphi - \pi/2)\right] e^{-\frac{1}{RC}t}\right]'$$

$$= \omega C U_m \cos(\omega t + \varphi_e - \varphi - \pi/2) + \left[\frac{U_m}{R}\sin(\varphi_e - \varphi - \pi/2)\right] e^{-\frac{1}{RC}t}$$

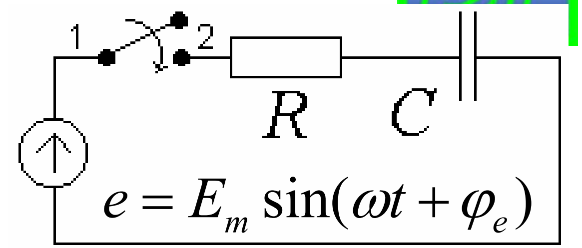
RC (5)



$$u_C = U_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi - \pi/2) - \left[U_m \sin(\varphi_e - \varphi - \pi/2)\right] e^{-\frac{1}{RC}t}$$

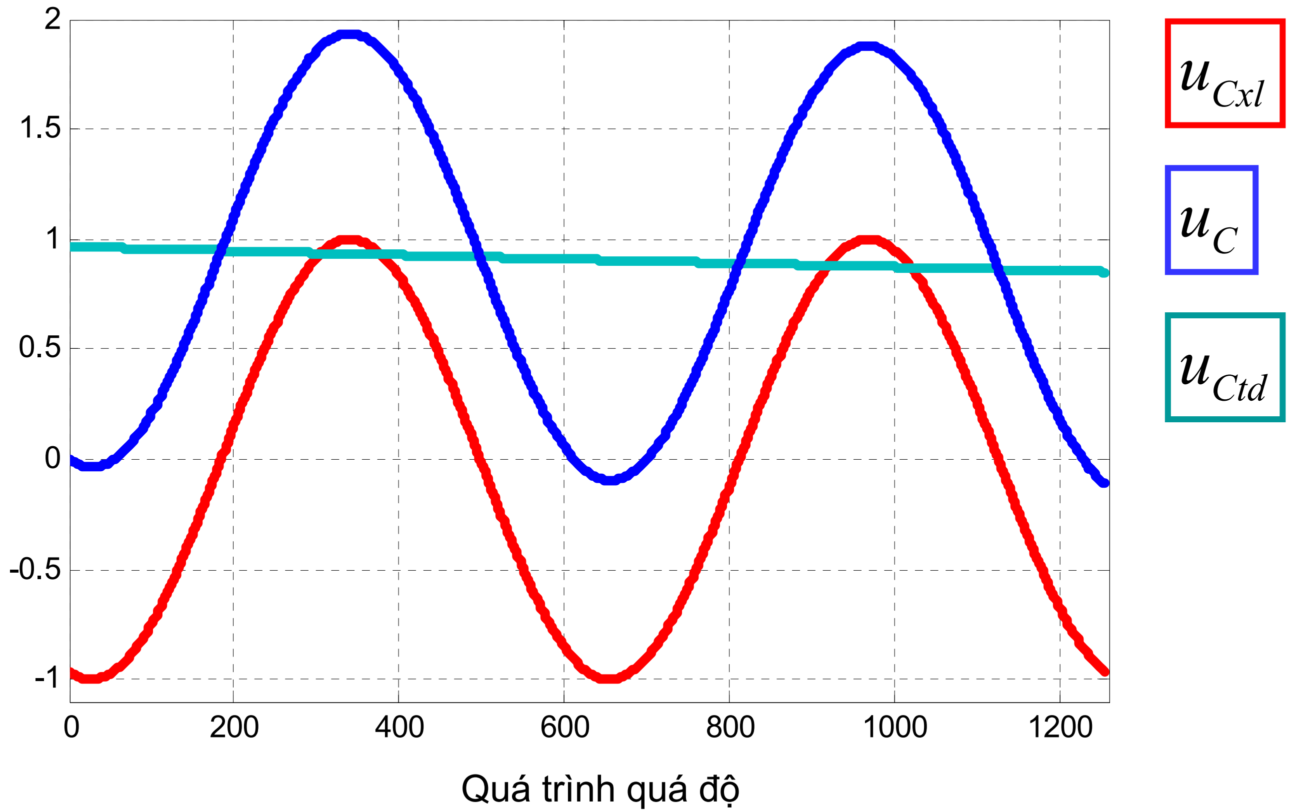


RC (6)



$$u_C = U_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi - \pi/2) - \left[U_m \sin(\varphi_e - \varphi - \pi/2)\right] e^{-\frac{1}{RC}t}$$

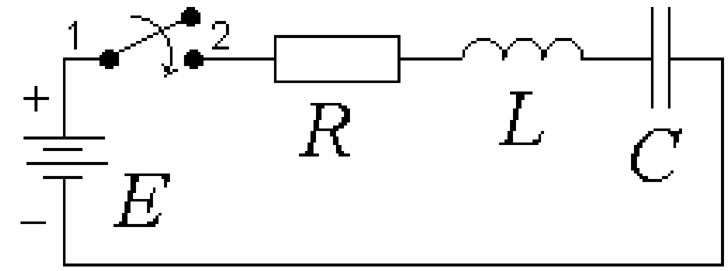
$$\frac{1}{RC} \ll 1$$



Nội dung

- Giới thiệu
- Sơ kiện
- Phương pháp tích phân kinh điển
- **Quá trình quá độ trong mạch RLC**
  - RL
  - RC
  - **RLC**
- Phương pháp toán tử
- Phương pháp hàm quá độ và hàm trọng lượng
- Giải quyết một số vấn đề của QTQĐ bằng máy tính

RLC (1)



$$i_{xl} = 0; \quad u_{Cxl} = E$$

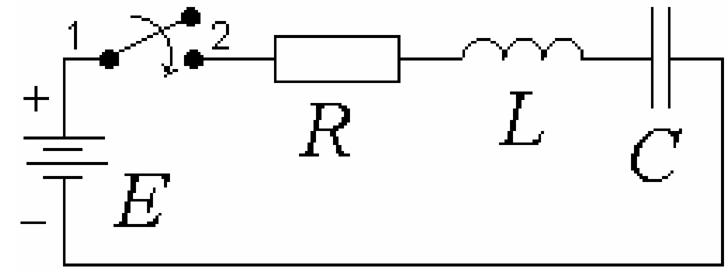
$$R + Lp + \frac{1}{Cp} = 0 \rightarrow LCp^2 + RCp + 1 = 0 \rightarrow p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$\left.\begin{aligned} & i_L(0) = i_L(-0) = 0; \;\; u_C(0) = u_C(-0) = 0 \\ & Ri + Li' + u_C = E \rightarrow Ri(0) + Li'(0) + u_C(0) = E \end{aligned}\right\} \rightarrow Li'(0) = E$$

$$\rightarrow i'(0) = \frac{E}{L}$$

$$\left.\begin{aligned} i = Cu_C' \rightarrow i(0) = Cu_C'(0) \\ i(0) = 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow u_C'(0) = 0$$

RLC (2)



$$u_{Cxl} = E$$

$$i_{xl} = 0;$$

$$i_L(0) = i_L(-0) = 0; \quad u_C(0) = u_C(-0) = 0$$

$$i'(0) = \frac{E}{L}; \quad u_C'(0) = 0$$

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = \alpha \pm j\beta$$

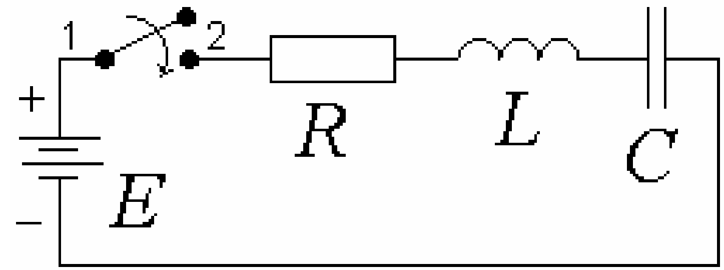
$R > 2\sqrt{L/C}$: $\quad i_{td} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$; $\quad u_{Ctd} = B_1 e^{p_1 t} + B_2 e^{p_2 t}$

$R = 2\sqrt{L/C}$: $\quad i_{td} = (A_1 + A_2 t)e^{\alpha t}$; $\quad u_{Ctd} = (B_1 + B_2 t)e^{\alpha t}$

$R < 2\sqrt{L/C}$: $\quad i_{td} = Ae^{-\alpha t}\sin(\omega t + \beta)$; $\quad u_{Ctd} = Be^{-\alpha t}\sin(\omega t + \beta)$

RLC (3)

VD1



$$E = 100\ \text{V};\ R = 30\ \Omega;\ L = 0{,}1\ \text{H};\ C = 0{,}8\ \text{mF}.$$

$$u_{Cxl} = 100\ \text{V};\quad i_L(0) = 0;\quad u_C(0) = 0$$

$$i_{xl} = 0;$$

$$p_1 = -250;\ p_2 = -50;\quad i'(0) = 1000\ \text{A/s};\quad u_C\,'(0) = 0$$

$$\left.\begin{aligned} i &= i_{xl} + i_{td} = 0 + A_1e^{-250t} + A_2e^{-50t} \rightarrow i(0) = A_1 + A_2 = 0 \\ i' &= -250A_1e^{-250t} - 50A_2e^{-50t} \rightarrow i'(0) = -250A_1 - 50A_2 = 1000 \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{cases} A_1 = -5 \\ A_2 = 5 \end{cases}$$

$$\boxed{\rightarrow i = -5e^{-250t} + 5e^{-50t}\ \text{A}}$$

$$\left.\begin{aligned} u_C &= u_{Cxl} + u_{Ctd} = 100 + B_1e^{-250t} + B_2e^{-50t} \rightarrow u_C(0) = 100 + B_1 + B_2 = 0 \\ u_C\,' &= -250B_1e^{-250t} - 50B_2e^{-50t} \rightarrow u_C\,'(0) = -250B_1 - 50B_2 = 0 \end{aligned}\right\}$$

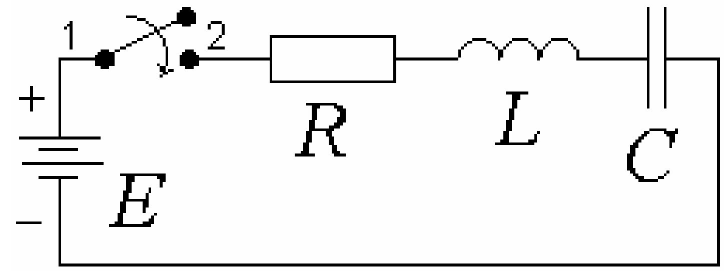
$$\rightarrow \begin{cases} B_1 = 25 \\ B_2 = -125 \end{cases}$$

$$\boxed{\rightarrow u_C = 100 + 25e^{-250t} - 125e^{-50t}\ \text{V}}$$

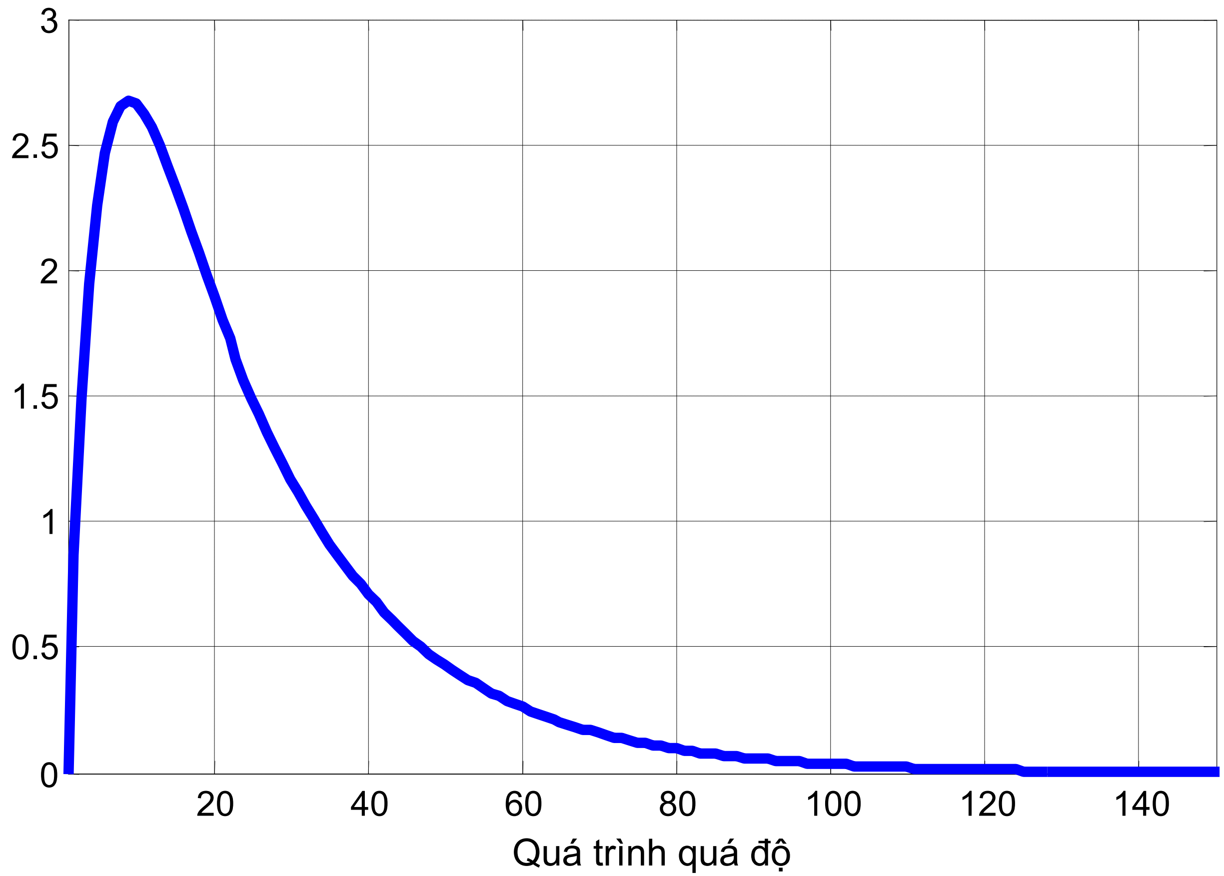
RLC (4)

VD1

$E = 100$ V; $R = 30\ \Omega$; $L = 0{,}1$ H; $C = 0{,}8$ mF.



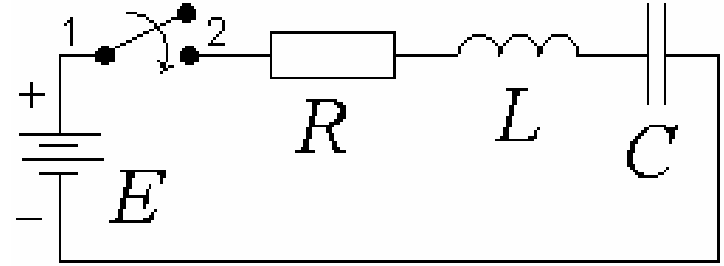
$$i = -5e^{-250t} + 5e^{-50t}\ \text{A}$$



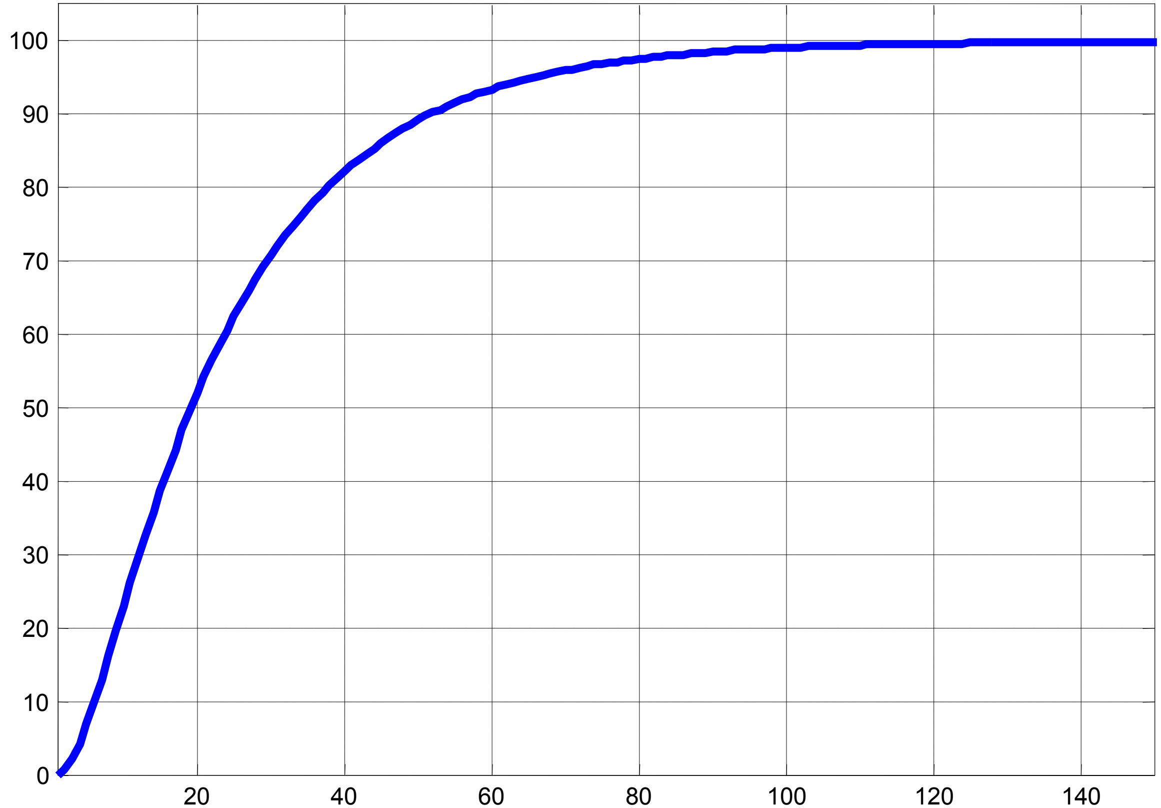
RLC (5)

VD1

$E = 100$ V; $R = 30\ \Omega$; $L = 0{,}1$ H; $C = 0{,}8$ mF.



$$u_C = 100 + 25e^{-250t} - 125e^{-50t}\ \text{V}$$

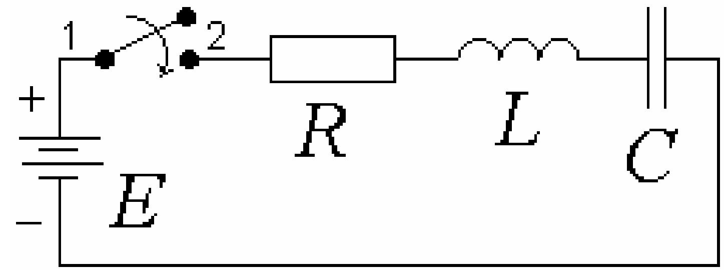


Quá trình quá độ

RLC (6)

VD2

$E = 100$ V; $R = 22{,}36\ \Omega$; $L = 0{,}1$ H; $C = 0{,}8$ mF.



$$i_{xl} = 0; \quad u_{Cxl} = 100\,\text{V}; \quad i_L(0) = 0; \quad u_C(0) = 0$$

$$p_1 = p_2 = -112; \qquad i'(0) = 1000\,\text{A/s}; \quad u_C'(0) = 0$$

$$i = i_{xl} + i_{td} = 0 + (A_1 + A_2 t)e^{-112t} \to i(0) = A_1 = 0$$

$$i' = -112A_1e^{-112t} + A_2e^{-112t} - 112A_2te^{-112t} \to i'(0) = -112A_1 + A_2 = 1000$$

$$\to A_2 = 1000 \boxed{\to i = 1000te^{-112t}\ \text{A}}$$

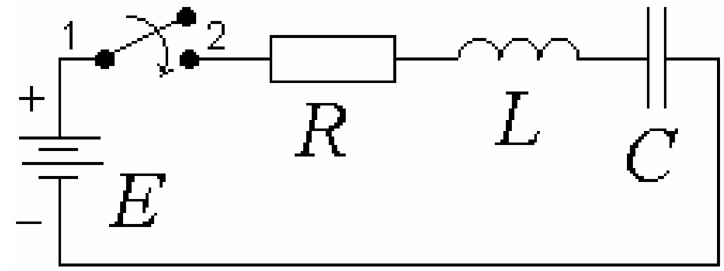
$$u_C = u_{Cxl} + u_{Ctd} = 100 + (B_1 + B_2t)e^{-112t} \to u_C(0) = 100 + B_1 = 0$$

$$u_C' = -112B_1e^{-112t} + B_2e^{-112t} - 112B_2te^{-112t}$$

$$\to u_C'(0) = -112B_1 + B_2 = 0 \boxed{\to u_C = 100 - (100 + 11200t)e^{-112t}\ \text{V}}$$

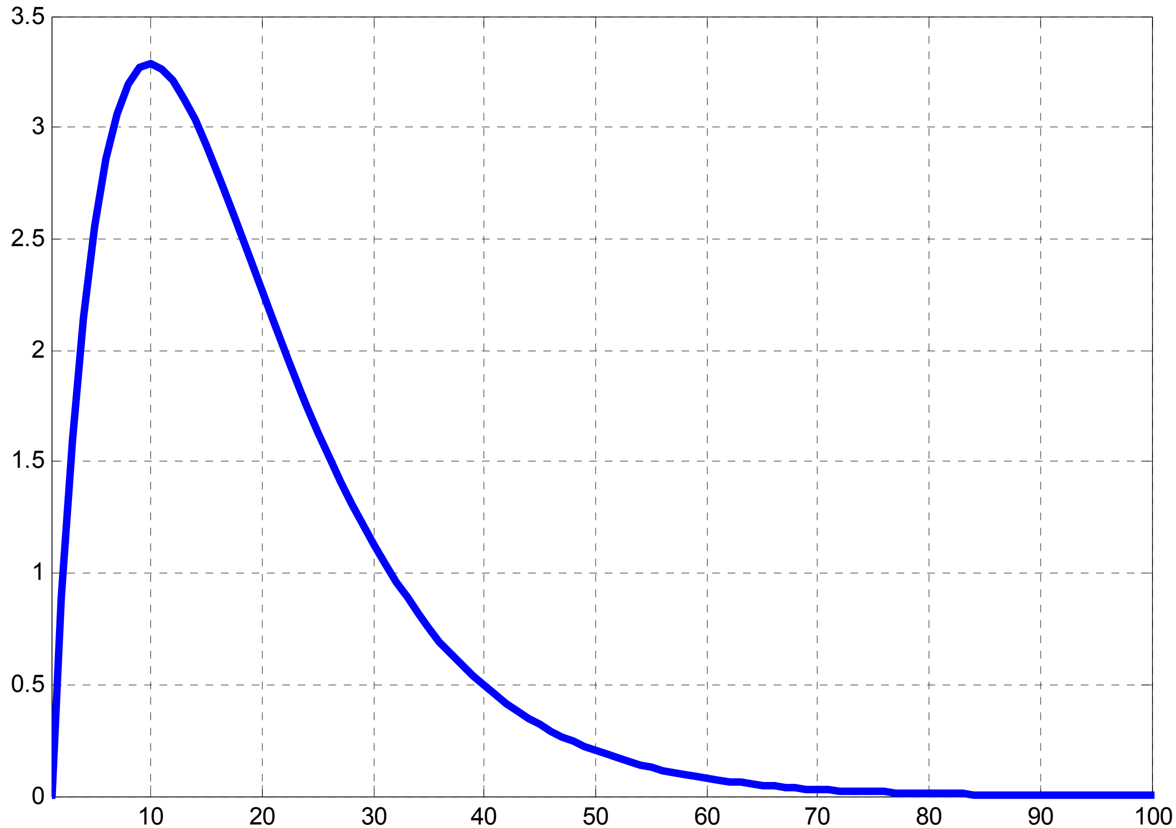
RLC (7)

VD2



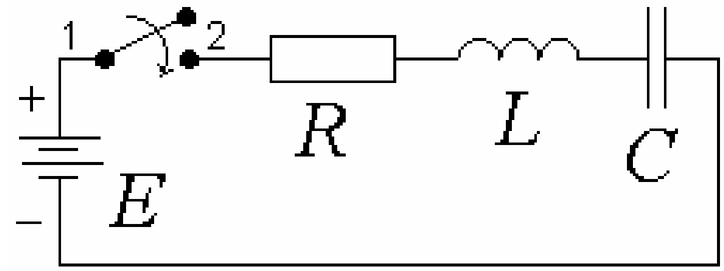
$E = 100$ V; $R = 22{,}36\ \Omega$; $L = 0{,}1$ H; $C = 0{,}8$ mF.

$$i = 1000te^{-112t}\ \text{A}$$



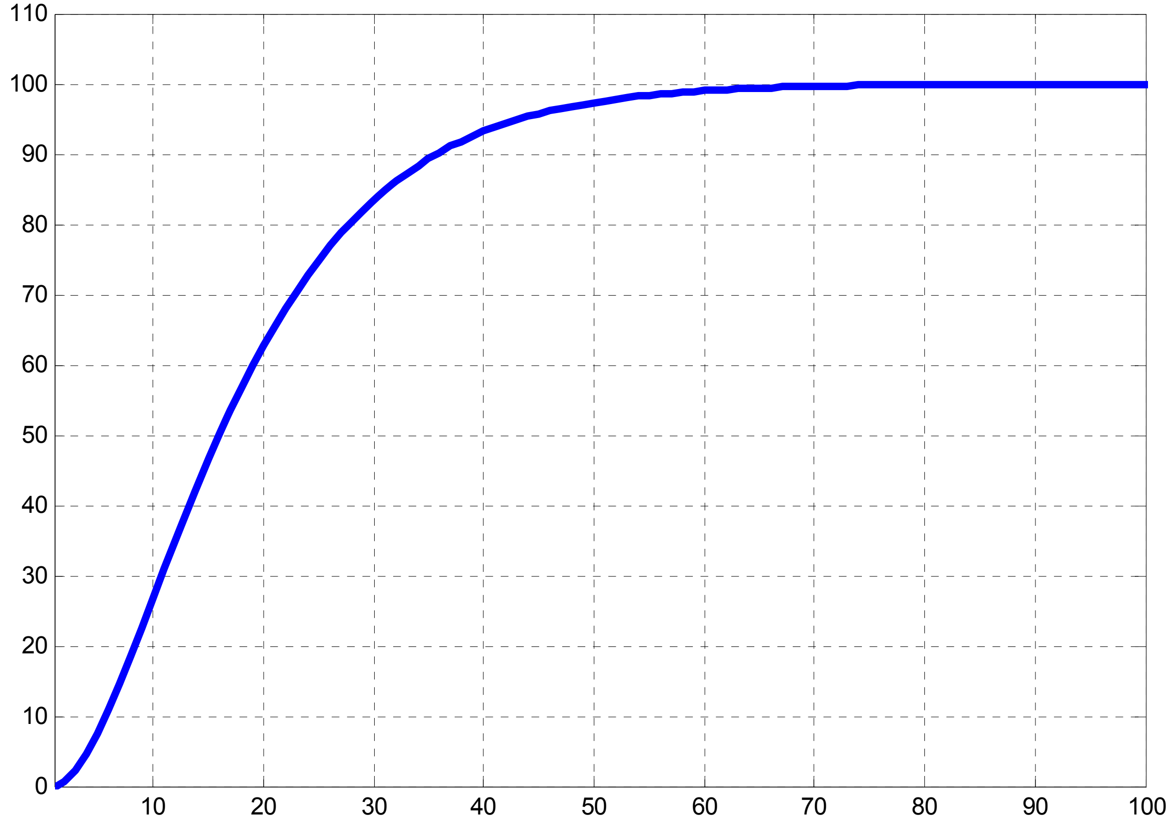
RLC (8)

VD2



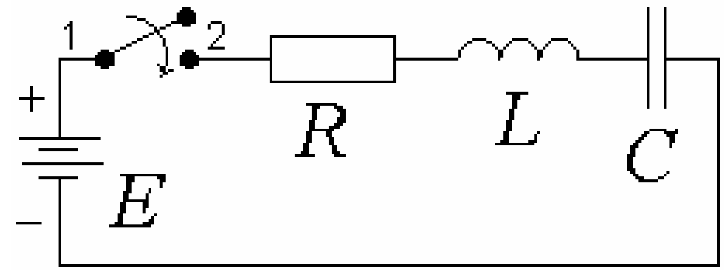
E = 100 V; R = 22,36 Ω; L = 0,1 H; C = 0,8 mF.

$$u_C = 100 - (100 + 11200t)e^{-112t} \text{ V}$$



Quá trình quá độ

RLC (9)



VD3

$\boxed{E = 100 \text{ V};\ R = 2\ \Omega;\ L = 0{,}1 \text{ H};\ C = 3{,}85 \text{ mF.}}$

$$i_{xl} = 0; \quad u_{Cxl} = 100\text{ V}; \quad i_L(0) = 0; \quad u_C(0) = 0$$

$$p_{1,2} = -100 \pm j50 \qquad i'(0) = 1000\text{ A/s}; \quad u_C'(0) = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} i = 0 + Ae^{-100t}\sin(50t+\beta) \to i(0) = A\sin\beta = 0 \\ i' = -10Ae^{-100t}\sin(50t+\beta) + 50Ae^{-100t}\cos(50t+\beta) \\ \qquad \to i'(0) = -10A\sin\beta + 50A\cos\beta = 1000 \end{array}\right\} \to \begin{cases} A = 20 \\ \beta = 0 \end{cases}$$

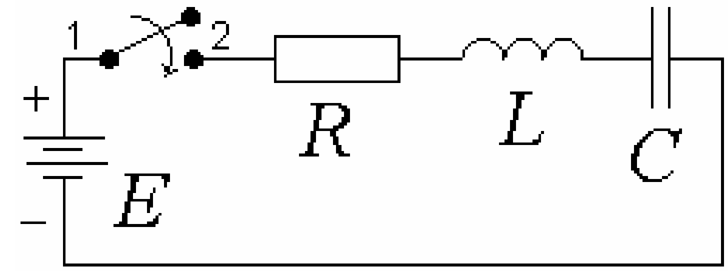
$$\boxed{\to i = 20e^{-100t}\sin 50t \text{ A}}$$

$$\left.\begin{array}{l} u_C = 100 + Be^{-100t}\sin(50t+\gamma) \to u_C(0) = 100 + B\sin\gamma = 0 \\ u_C' = -10Be^{-100t}\sin(50t+\gamma) + 50Be^{-100t}\cos(50t+\gamma) \\ \qquad \to u_C'(0) = -10B\sin\gamma + 50B\cos\gamma = 0 \end{array}\right\}$$

$$\to \begin{cases} B = -102 \\ \gamma = 26{,}6^0 \end{cases} \qquad \boxed{\to u_C = 100 - 102e^{-100t}\sin(50t + 26{,}6^0)\text{ V}}$$

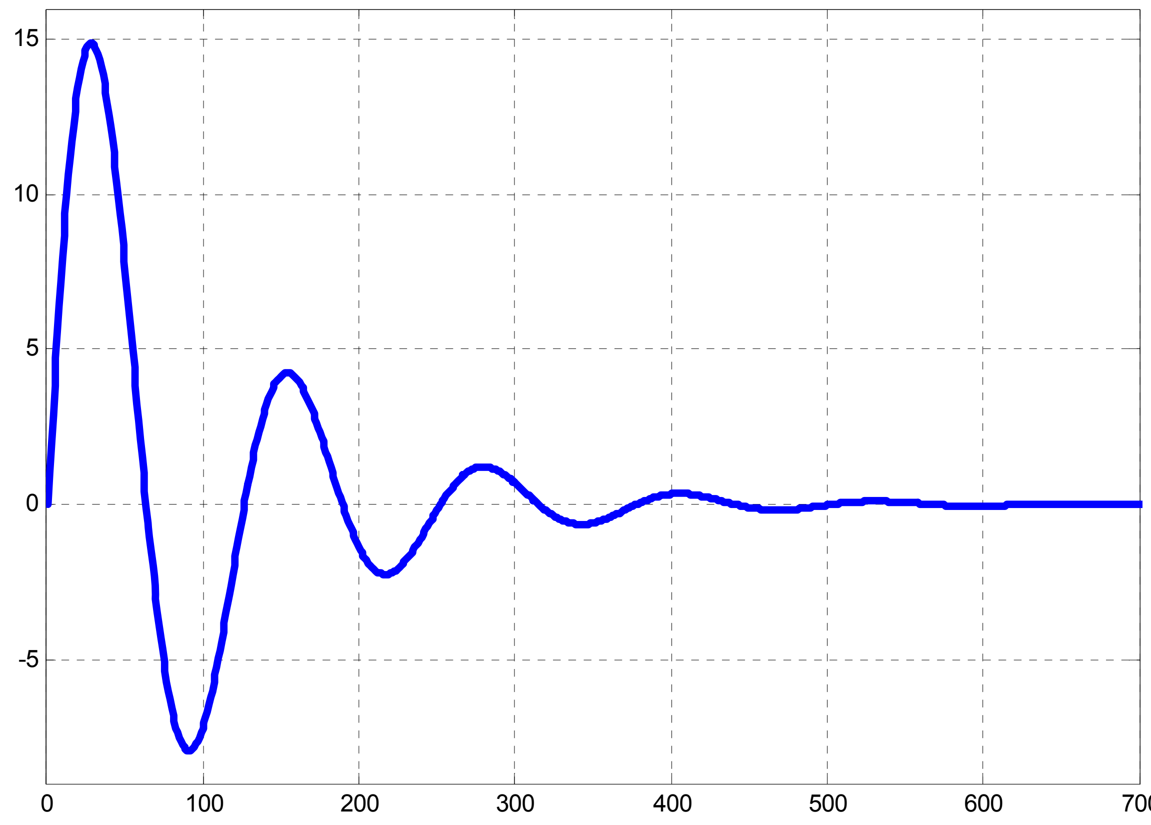
VD3

RLC (10)



E = 100 V; R = 2 Ω; L = 0,1 H; C = 3,85 mF.

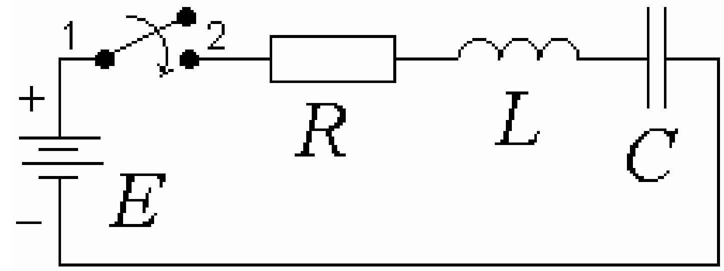
$$i = 20e^{-100t}\sin 50t \text{ A}$$



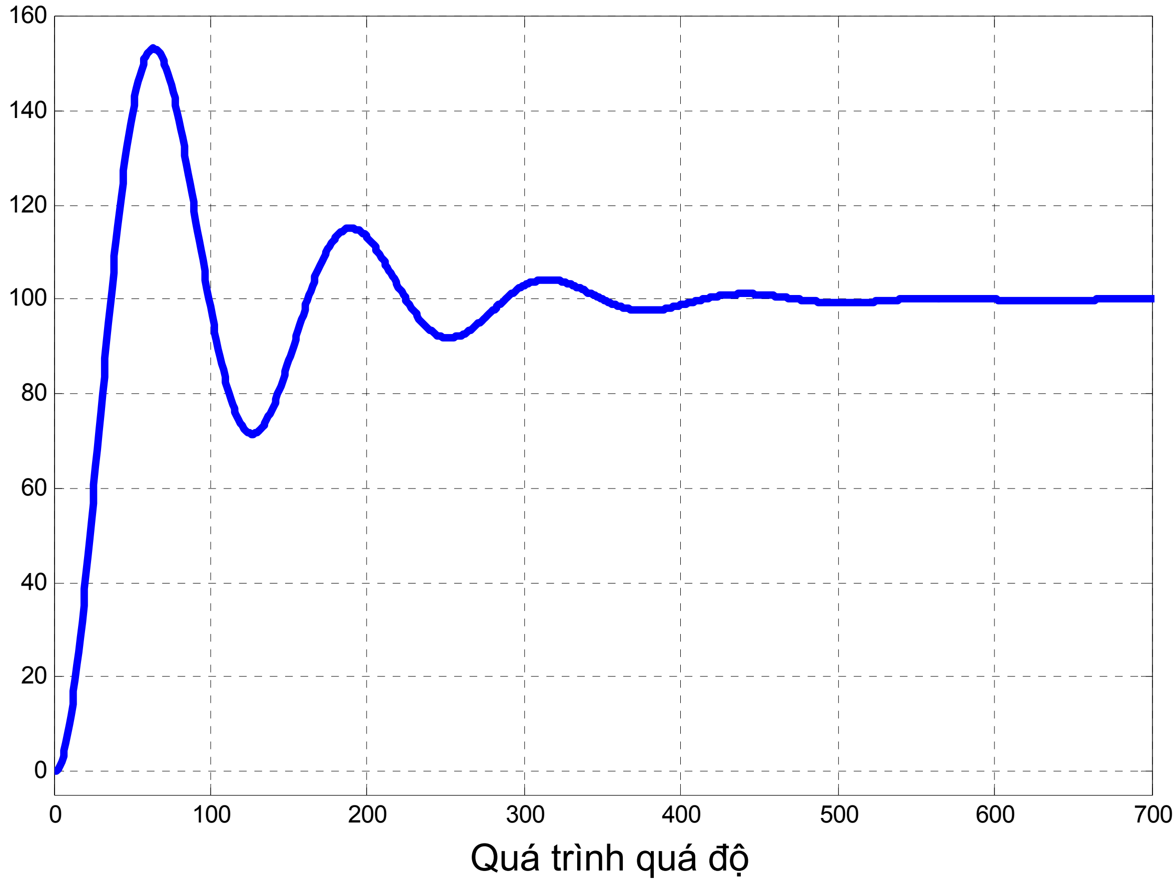
RLC (11)

VD3

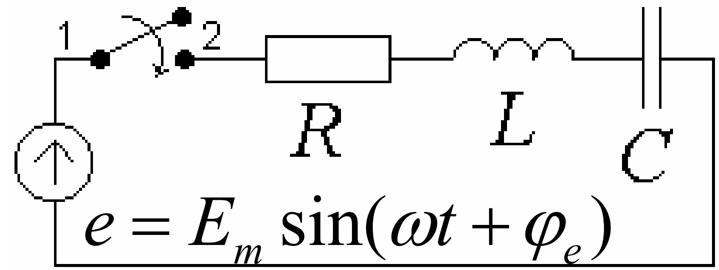
$E = 100$ V; $R = 2\ \Omega$; $L = 0{,}1$ H; $C = 3{,}85$ mF.



$$u_C = 100 - 102e^{-100t}\sin(50t + 26{,}6^0)\ \text{V}$$



RLC (12)



$$i_{xl} = I_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi)$$

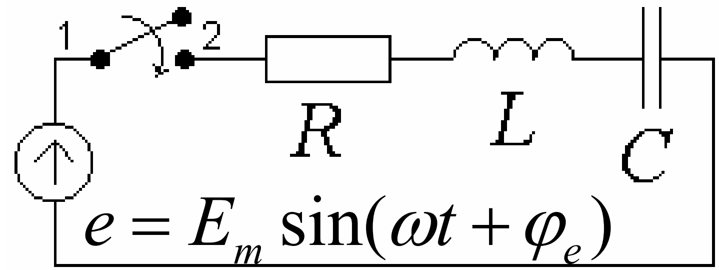
$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}; \ \varphi = \arctan\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{RC\omega}\right)$$

$$\dot{U}_{Cxl} = \frac{1}{j\omega C} I \underline{/\varphi_e - \varphi} = \frac{I}{\omega C} \underline{/\varphi_e - \varphi - \pi/2}$$

$$\rightarrow u_{Cxl} = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi - \frac{\pi}{2})$$

$$R + Lp + \frac{1}{Cp} = 0 \rightarrow LCp^2 + RCp + 1 = 0 \rightarrow p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

RLC (13)



$$i_L(0) = i_L(-0) = 0;\ u_C(0) = u_C(-0) = 0$$

$$Ri + Li' + u_C = e \ \rightarrow Ri(0) + Li'(0) + u_C(0) = e(0)$$

$$\rightarrow 0 + Li'(0) + 0 = E_m \sin\varphi_e \ \rightarrow i'(0) = \frac{E_m \sin\varphi_e}{L}$$

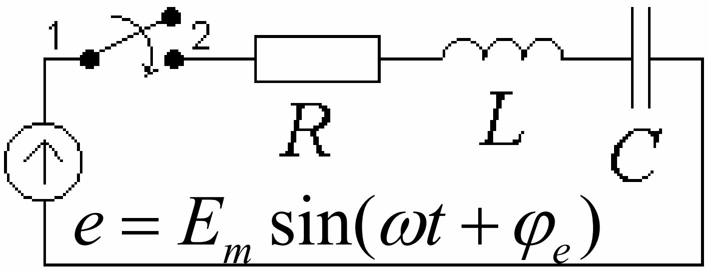
$$i = Cu_C' \ \rightarrow i(0) = Cu_C'(0) = 0 \ \rightarrow u_C'(0) = 0$$

$$R > 2\sqrt{L/C}: \qquad i_{td} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}; \qquad u_{Ctd} = B_1 e^{p_1 t} + B_2 e^{p_2 t}$$

$$R = 2\sqrt{L/C}: \qquad i_{td} = (A_1 + A_2 t)e^{\alpha t}; \qquad u_{Ctd} = (B_1 + B_2 t)e^{\alpha t}$$

$$R < 2\sqrt{L/C}: \qquad i_{td} = Ae^{-\alpha t}\sin(\omega t_{td} + \beta); \qquad u_{Ctd} = Be^{-\alpha t}\sin(\omega_{td} t + \beta)$$

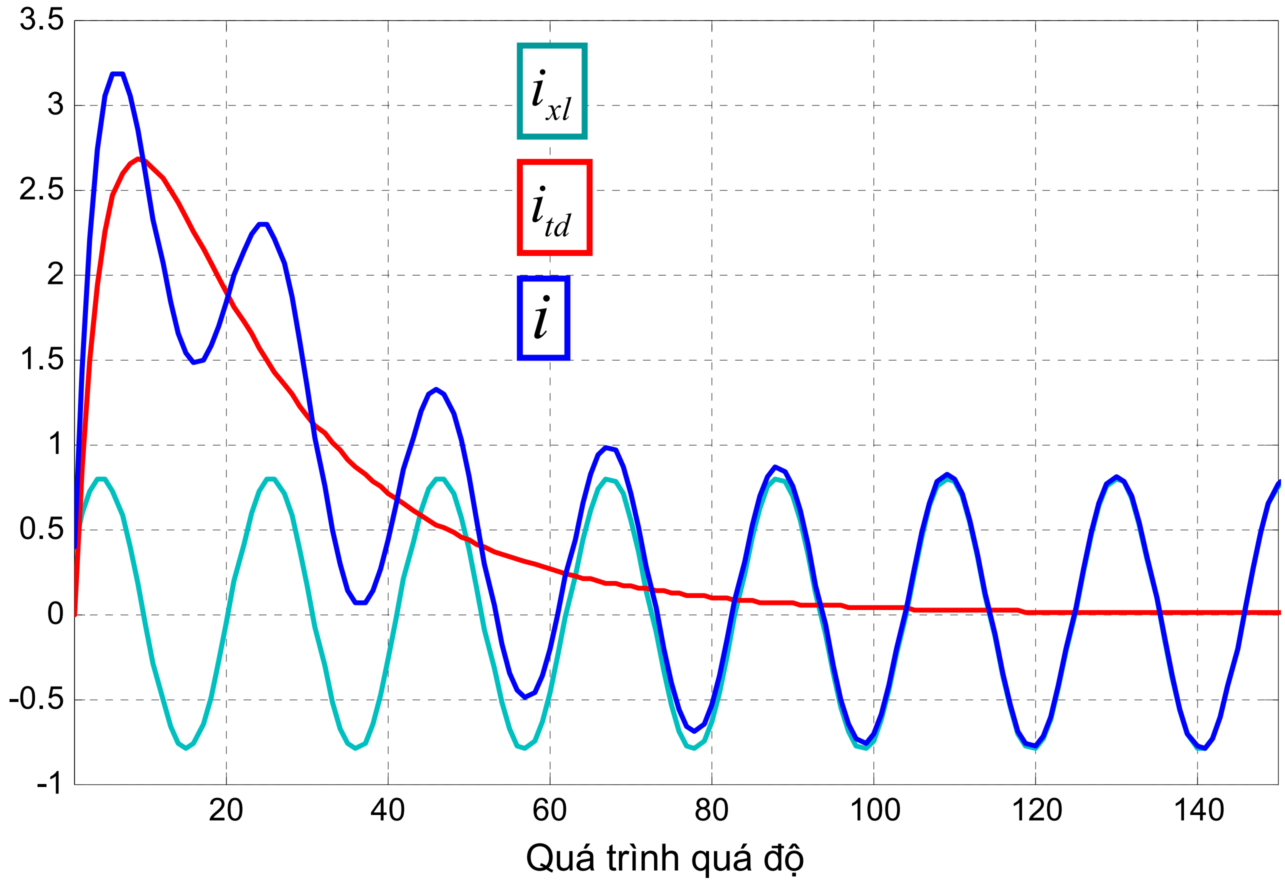
RLC (14)



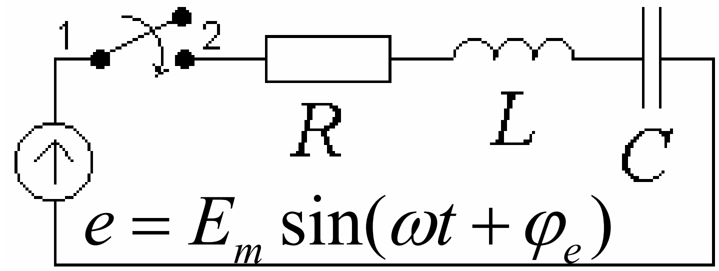
$$e = E_m \sin(\omega t + \varphi_e)$$

$$R > 2\sqrt{L/C}$$

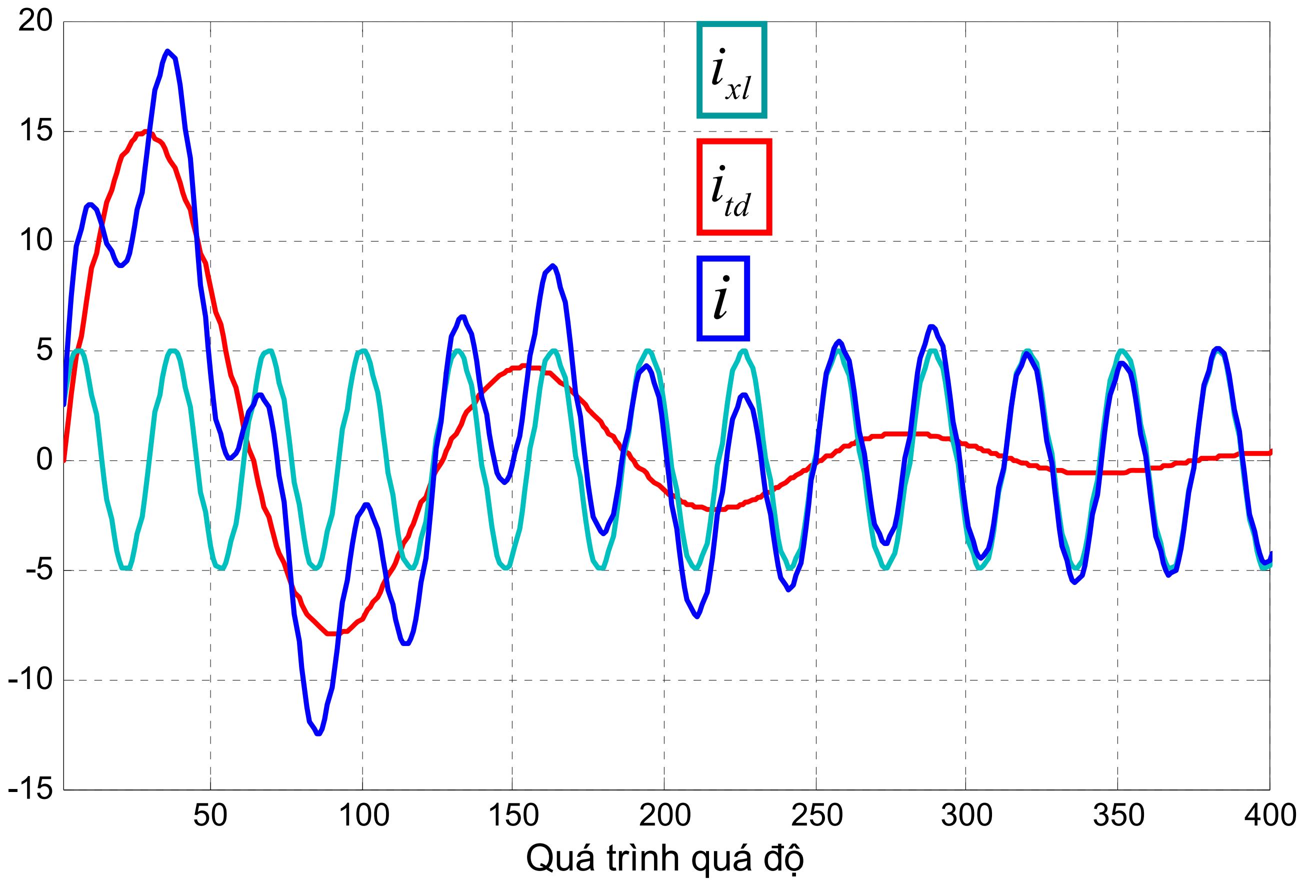
$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi) + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$



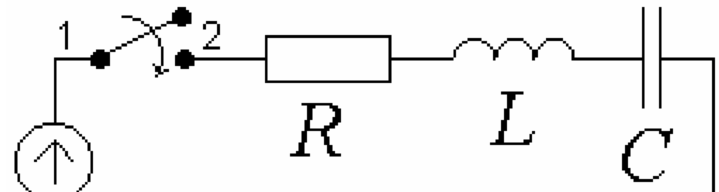
RLC (15)



$$R < 2\sqrt{L/C} \qquad i = I_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi) + Ae^{-\alpha t}\sin(\omega_{td} t + \beta)$$



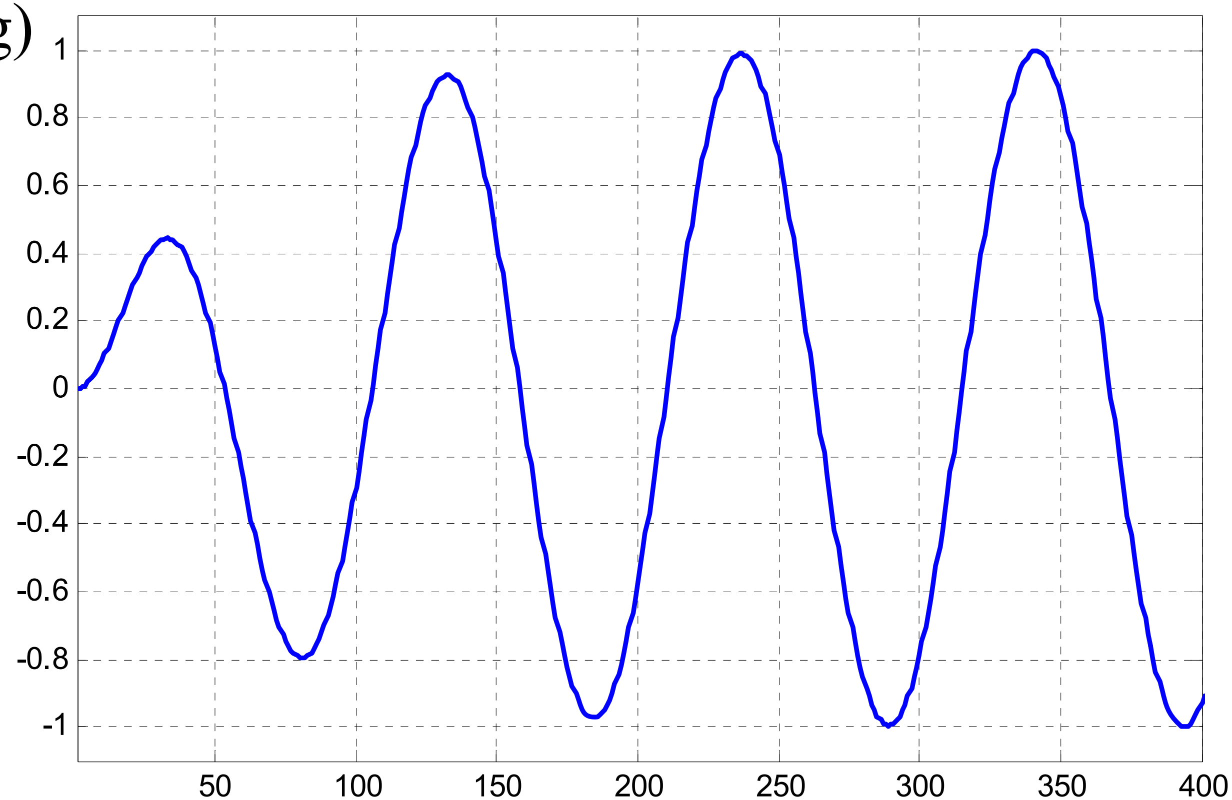
RLC (16)



$$e = E_m \sin(\omega t + \varphi_e)$$

$$R < 2\sqrt{L/C}; \omega = \omega_{td} \qquad i = I_m \sin(\omega t + \varphi_e - \varphi) + Ae^{-\alpha t} \sin(\omega t + \beta)$$

(Cộng hưởng)



Quá trình quá độ

- Mạch chỉ có 1 L & 1 C → tính sơ kiện cấp 0 & 1
- Mạch có *m* L và/hoặc C → tính sơ kiện đến cấp $n - 1$ (vấn đề 1)
- Phương trình đặc trưng có *n* bậc → cần tìm *n* hằng số tích phân → giải hệ *n* phương trình *n* ẩn (vấn đề 2)
- Nguồn có dạng $e = Ae^{-\alpha t}$ → rất khó tìm dòng/áp xác lập (vấn đề 3)
- Phương pháp toán tử:
  - Chỉ cần tính $i_L(-0)$ & $u_C(-0)$
  - Không cần tính hằng số tích phân
  - Có thể áp dụng đối với nguồn có dạng phức tạp

Nội dung

- Giới thiệu
- Sơ kiện
- Phương pháp tích phân kinh điển
- Quá trình quá độ trong mạch RLC
- **Phương pháp toán tử**
- Phương pháp hàm quá độ và hàm trọng lượng
- Giải quyết một số vấn đề của QTQĐ bằng máy tính

Phương pháp toán tử (1)

- Khắc phục các nhược điểm của p/p tích phân kinh điển
- Biến đổi hai chiều: gốc thời gian ↔ ảnh toán tử
- Có nhiều phép biến đổi (Laplace, Fourier, …) cho nhiều kiểu ứng dụng, có những ưu nhược điểm khác nhau
- Đối với kỹ thuật điện thì biến đổi Laplace đủ dùng
- Phép biến đổi Laplace làm cho một số phép toán trở nên đơn giản hơn

Phương pháp toán tử (2)

Mạch điện → (Hệ) phương trình trong miền thời gian —khó→ (Bộ) nghiệm trong miền thời gian

(Hệ) phương trình trong miền thời gian —Biến đổi Laplace thuận↓ (Hệ) phương trình trong miền toán tử

(Hệ) phương trình trong miền toán tử —(có thể) dễ hơn→ (Bộ) nghiệm trong miền toán tử

(Bộ) nghiệm trong miền toán tử —Biến đổi Laplace ngược↑ (Bộ) nghiệm trong miền thời gian

Phương pháp toán tử (3)

- Biến đổi thuận Laplace
- Tính chất cơ bản của biến đổi thuận Laplace
- Tìm ảnh Laplace từ gốc thời gian
- Biến đổi ngược Laplace
- Tính chất cơ bản của biến đổi ngược Laplace
- Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace
- Sơ đồ toán tử
- Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử

Biến đổi thuận Laplace (1)

Gốc

Ảnh

$$1(t)x(t) \leftrightarrow X(p)$$

$$X(p) = L\left[x(t)\right] = \int_{-0}^{\infty} x(t)e^{-pt}dt = \lim_{\tau\to\infty}\int_{-0}^{\tau} x(t)e^{-pt}dt$$

$p = \sigma + j\omega;\quad p$: toán tử Laplace

Biến đổi thuận Laplace (2)

$$1(t)x(t) \leftrightarrow X(p)$$

- Đây là biến đổi một phía, chỉ từ – 0 → ∞
- $X(p)$ hội tụ thì $x(t)$ mới có ảnh
- $X(p)$ hội tụ khi $x(t)e^{-pt}$ hội tụ
- $x(t)e^{-pt}$ hội tụ khi $x(t) \le Me^{\alpha t}$ với $\alpha > 0$ → $x(t)$ phải tăng chậm hơn một hàm mũ
- VD hàm có ảnh Laplace: const, sin, $e^{\alpha t}$, t^n
- VD hàm không có ảnh Laplace: $\exp(t^2)$
- Phần lớn các hàm trong thiết bị điện đều có ảnh Laplace

Tính chất cơ bản của biến đổi Laplace (1)

$$x(t) \leftrightarrow X(p) = L[x(t)]$$

- Tuyến tính:

$$c_1x_1(t)+c_2x_2(t) \leftrightarrow c_1X_1(p)+c_2X_2(p)$$

- Ảnh của đạo hàm của gốc:

$$x'(t) \leftrightarrow pX(p) - x(-0)$$

$$x''(t) \leftrightarrow p^2X(p) - px(-0) - x'(-0)$$

Tính chất cơ bản của biến đổi Laplace (2)

- Ảnh của tích phân của gốc:

$$\int_{-0}^{\infty} x(t)dt \leftrightarrow \frac{X(p)}{p} + \frac{x(-0)}{p}$$

- Trễ (dịch):

$$1(t-\tau)x(t-\tau) = X(p)e^{-\tau p}$$

- Giới hạn đầu:

$$\lim_{t \to 0} x(t) = \lim_{p \to \infty} pX(p) = f(-0)$$

- Tỉ lệ (đồng dạng):

$$x(at) = \frac{1}{a} X(\frac{p}{a})$$

Tìm ảnh Laplace (1)

- Dùng bảng

$$\delta(t) \leftrightarrow 1$$

$$\delta(t-\tau) \leftrightarrow e^{-\tau p}$$

$$1(t) \leftrightarrow \frac{1}{p}$$

$$t1(t) \leftrightarrow \frac{1}{p^2}$$

$$1(t)e^{-at} \leftrightarrow \frac{1}{p+a}$$

$$1(t)\sin\omega t \leftrightarrow \frac{\omega}{p^2+\omega^2}$$

$$1(t)\cos\omega t \leftrightarrow \frac{p}{p^2+\omega^2}$$

$$\ldots$$

Tìm ảnh Laplace (2)

- Dùng tính chất

$$5t + e^{-25t} \leftrightarrow \frac{5}{p^2} + \frac{1}{p+25}$$

$$t \leftrightarrow \frac{1}{p^2} \quad \rightarrow 5t \leftrightarrow \frac{5}{p^2}$$

$$e^{-25t} \leftrightarrow \frac{1}{p+25}$$

Tìm ảnh Laplace (3)

- Dùng định nghĩa $x(t) = 4t^3e^{-2t} \quad \leftrightarrow X(p) = \int_{-0}^{\infty}\left(4t^3e^{-2t}\right)e^{-pt}dt$

$$X(p) = \frac{4}{-(p+2)}\int_{-0}^{\infty} t^3 d\left[e^{-(p+2)t}\right] = \left.\frac{4t^3e^{-(p+2)t}}{-(p+2)}\right|_{-0}^{\infty} - \frac{4}{-(p+2)}\int_{-0}^{\infty} 3e^{-(p+2)t}t^2 dt = A + B$$

$$A = 0 \quad B = \frac{-12}{(p+2)^2}\int_{-0}^{\infty} t^2 de^{-(p+2)t} = \left.\frac{-12}{(p+2)^2}t^2e^{-(p+2)t}\right|_{-0}^{\infty} - \frac{-24}{(p+2)^2}\int_{-0}^{\infty} e^{-(p+2)t}tdt = C + D$$

$$C = 0 \quad D = \frac{-24}{(p+2)^3}\int_{-0}^{\infty} tde^{-(p+2)t} = \left.\frac{-24}{(p+2)^3}te^{-(p+2)t}\right|_{-0}^{\infty} - \frac{-24}{(p+2)^3}\int_{-0}^{\infty} e^{-(p+2)t}dt = E + F$$

$$E = 0 \quad F = -\left.\frac{24}{(p+2)^4}e^{-(p+2)t}\right|_{-0}^{\infty} = \frac{24}{(p+2)^4}$$

$$\boxed{X(p) = \frac{24}{(p+2)^4}}$$

Tìm ảnh Laplace (4)

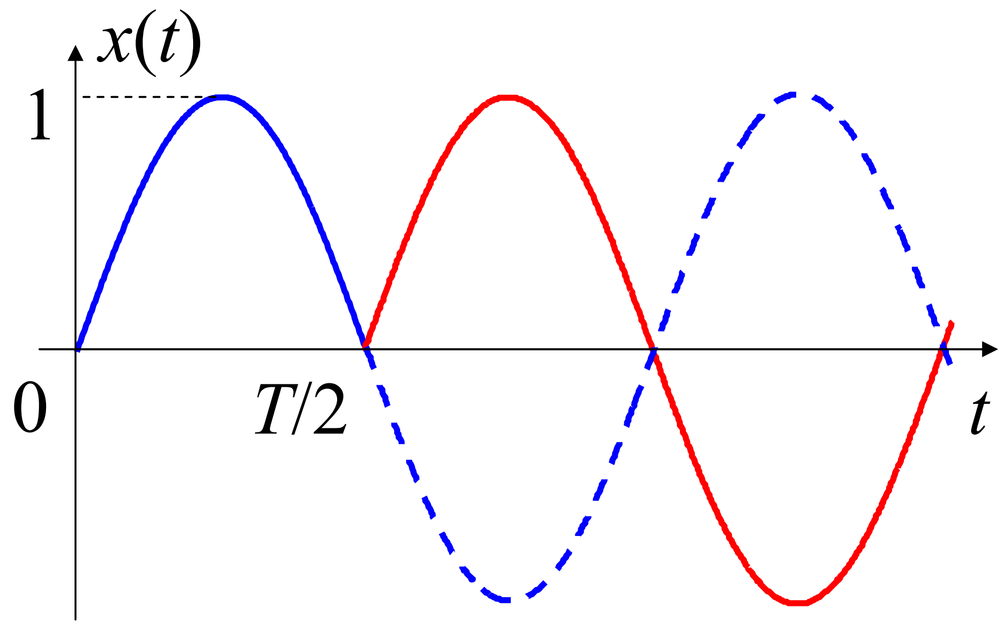
- Có 3 cách:
  - Tra bảng
  - Tính chất
  - Định nghĩa
- Thường kết hợp cách 1 & cách 2

Tìm ảnh Laplace (5)

VD1

$$x_1(t) = \sin \omega t$$

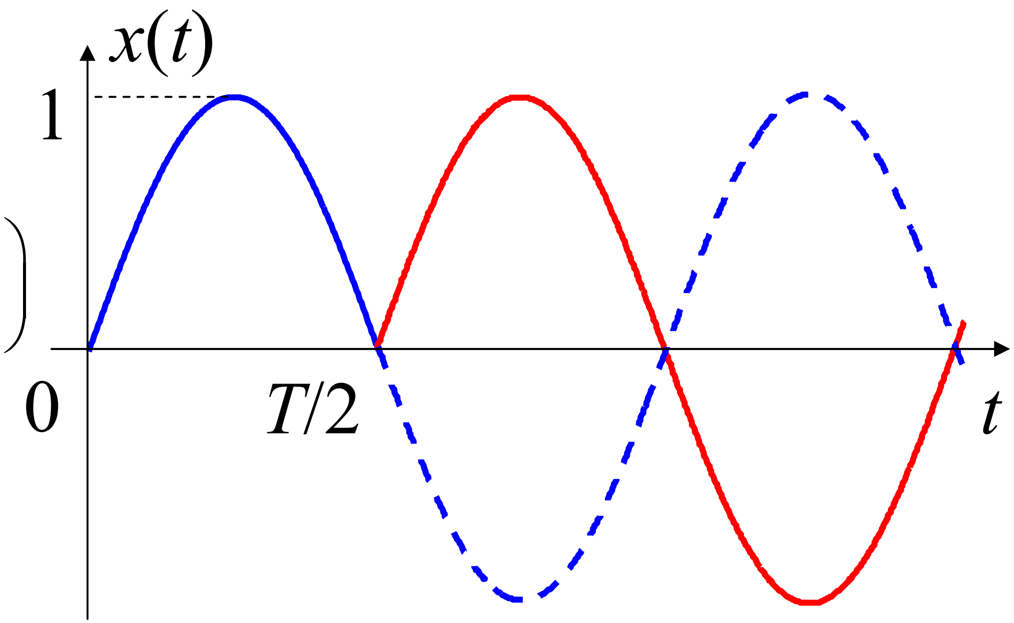
$$x_2(t) = 1\left(\omega t - \frac{T}{2}\right)\sin\left(\omega t - \frac{T}{2}\right)$$



$$\rightarrow x(t) = x_1(t) + x_2(t) = \sin \omega t + 1\left(\omega t - \frac{T}{2}\right)\sin\left(\omega t - \frac{T}{2}\right)$$

Tìm ảnh Laplace (6)

VD1



$$x(t) = \sin\omega t + 1\left(\omega t - \frac{T}{2}\right)\sin\left(\omega t - \frac{T}{2}\right)$$

$$\sin\omega t \leftrightarrow \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$$

$$1(t-\tau)f(t-\tau) \leftrightarrow X(p)e^{-\tau p}$$

$$\to 1\left(t - \frac{T}{2}\right)\sin\omega\left(t - \frac{T}{2}\right) \leftrightarrow \frac{\omega}{p^2+\omega^2}e^{-\frac{T}{2}p}$$

$$\to x(t) \leftrightarrow \frac{\omega}{p^2+\omega^2} + \frac{\omega}{p^2+\omega^2}e^{-\frac{T}{2}p} = \frac{\omega(1+e^{-\frac{T}{2}p})}{p^2+\omega^2}$$

Phương pháp toán tử

- Biến đổi thuận Laplace
- Tính chất cơ bản của biến đổi thuận Laplace
- Tìm ảnh Laplace từ gốc thời gian
- **Biến đổi ngược Laplace**
- Tính chất cơ bản của biến đổi ngược Laplace
- Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace
- Sơ đồ toán tử
- Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử

Biến đổi ngược Laplace

$$L^{-1}\left[X(p)\right]=x(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega}X(p)e^{pt}dp$$

- Chỉ có gốc nếu tích phân này hội tụ
- Còn gọi là tìm gốc của ảnh
- Các cách tìm gốc thời gian từ ảnh toán tử:
  - Dùng bảng tính sẵn
  - Dùng khai triển phân thức hữu tỉ
  - Dùng định nghĩa

Tính chất cơ bản của biến đổi ngược Laplace

- Vi phân của ảnh:

$$\frac{d}{dp}X(p) \leftrightarrow -tx(t)$$

- Tích phân của ảnh:

$$\int_p^\infty X(p)dp \leftrightarrow \frac{x(t)}{t}$$

- Dịch ảnh:

$$X(p+a) \leftrightarrow e^{-at}x(t)$$

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (1)

- 4 cách: bảng tính sẵn, tính chất, khai triển phân thức hữu tỉ, hoặc định nghĩa
- Cách thứ ba thường gặp nhất, do ảnh thường có dạng đa thức hữu tỉ:

$$X(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0}$$

- $m > n$ → $X(p)$ là phân thức hữu tỉ chính tắc
- $m \leq n$ → $X(p)$ không chính tắc → chia đa thức
- Chỉ khai triển khi $X(p)$ chính tắc

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (2)

$$X(p)=\frac{p+8}{p(p+2)(p+4)^2}=\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{p+2}+\frac{K_3}{(p+4)^2}+\frac{K_4}{p+4}$$

$$\to\frac{p+8}{p(p+2)(p+4)^2}\leftrightarrow K_1+K_2e^{-2t}+K_3te^{-4t}+K_4e^{-4t}$$

- K_1, K_2, K_3, K_4 ?
- Cách tính các hệ số K phụ thuộc vào dạng nghiệm của mẫu số
- Mẫu số có thể có 4 dạng nghiệm:
  - Nghiệm thực phân biệt
  - Nghiệm thực lặp (kép)
  - Nghiệm phức phân biệt
  - Nghiệm phức lặp (kép)

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (3)

- Nghiệm thực phân biệt

$$X(p)=\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)(p+8)}=\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{p+4}+\frac{K_3}{p+8}$$

$$\to p\left(\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)(p+8)}\right)=p\left(\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{p+4}+\frac{K_3}{p+8}\right)$$

$$\to \frac{25p^2+300p+640}{(p+4)(p+8)}=K_1+\frac{K_2p}{p+4}+\frac{K_3p}{p+8}$$

$$\to \left.\left(\frac{25p^2+300p+640}{(p+4)(p+8)}\right)\right|_{p=0}=\left.\left(K_1+\frac{K_2p}{p+4}+\frac{K_3p}{p+8}\right)\right|_{p=0}$$

$$\to \left.\frac{25p^2+300p+640}{(p+4)(p+8)}\right|_{p=0}=K_1+\left.\frac{K_2p}{p+4}\right|_{p=0}+\left.\frac{K_3p}{p+8}\right|_{p=0}$$

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (4)

- Nghiệm thực phân biệt

$$X(p)=\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)(p+8)}=\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{p+4}+\frac{K_3}{p+8}$$

$$\to \left.\frac{25p^2+300p+640}{(p+4)(p+8)}\right|_{p=0}=K_1+\left.\frac{K_2 p}{p+4}\right|_{p=0}+\left.\frac{K_3 p}{p+8}\right|_{p=0}$$

$$\to \frac{640}{4.8}=K_1+0+0$$

$$\to K_1=\frac{640}{4.8}=20$$

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (5)

- Nghiệm thực phân biệt

$$X(p)=\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)(p+8)}=\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{p+4}+\frac{K_3}{p+8}$$

$$\to (p+4)\left(\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)(p+8)}\right)=(p+4)\left(\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{p+4}+\frac{K_3}{p+8}\right)$$

$$\to \frac{25p^2+300p+640}{p(p+8)}=\frac{K_1(p+4)}{p}+K_2+\frac{K_3(p+4)}{p+8}$$

$$\to \left.\left(\frac{25p^2+300p+640}{p(p+8)}\right)\right|_{p=-4}=\left.\left(\frac{K_1(p+4)}{p}+K_2+\frac{K_3(p+4)}{p+8}\right)\right|_{p=-4}$$

$$\to \left.\frac{25p^2+300p+640}{p(p+8)}\right|_{p=-4}=\left.\frac{K_1(p+4)}{p}\right|_{p=-4}+K_2+\left.\frac{K_3(p+4)}{p+8}\right|_{p=-4}$$

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (6)

- Nghiệm thực phân biệt

$$X(p) = \frac{25p^2 + 300p + 640}{p(p+4)(p+8)} = \frac{K_1}{p} + \frac{K_2}{p+4} + \frac{K_3}{p+8}$$

$$\rightarrow \left.\frac{25p^2 + 300p + 640}{p(p+8)}\right|_{p=-4} = \left.\frac{K_1(p+4)}{p}\right|_{p=-4} + K_2 + \left.\frac{K_3(p+4)}{p+8}\right|_{p=-4}$$

$$\rightarrow \frac{25(-4)^2 + 300(-4) + 640}{(-4)(-4+8)} = 0 + K_2 + 0$$

$$\rightarrow K_2 = \frac{25(-4)^2 + 300(-4) + 640}{(-4)(-4+8)} = 10$$

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (7)

- Nghiệm thực phân biệt

$$X(p)=\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)(p+8)}=\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{p+4}+\frac{K_3}{p+8}$$

$$\rightarrow (p+8)\left(\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)(p+8)}\right)=(p+8)\left(\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{p+4}+\frac{K_3}{p+8}\right)$$

$$\rightarrow \frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)}=\frac{K_1(p+8)}{p}+\frac{K_2(p+8)}{p+4}+K_3$$

$$\rightarrow \left(\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)}\right)\bigg|_{p=-8}=\left(\frac{K_1(p+8)}{p}+\frac{K_2(p+8)}{p+4}+K_3\right)\bigg|_{p=-8}$$

$$\rightarrow \frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)}\bigg|_{p=-8}=\frac{K_1(p+8)}{p}\bigg|_{p=-8}+\frac{K_2(p+8)}{p+4}\bigg|_{p=-8}+K_3$$

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (8)

- Nghiệm thực phân biệt

$$X(p)=\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)(p+8)}=\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{p+4}+\frac{K_3}{p+8}$$

$$\rightarrow \left.\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)}\right|_{p=-8}=\left.\frac{K_1(p+8)}{p}\right|_{p=-8}+\left.\frac{K_2(p+8)}{p+4}\right|_{p=-8}+K_3$$

$$\rightarrow \frac{25(-8)^2+300(-8)+640}{(-8)(-8+4)}=0+0+K_3$$

$$\rightarrow K_3=\frac{25(-8)^2+300(-8)+640}{(-8)(-8+4)}=-5$$

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (9)

- Nghiệm thực phân biệt

$$X(p)=\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)(p+8)}=\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{p+4}+\frac{K_3}{p+8}\boxed{=\frac{20}{p}+\frac{10}{p+4}-\frac{5}{p+8}}$$

$$K_1=\left[p\left(\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)(p+8)}\right)\right]\Bigg|_{p=0}=\frac{640}{4.8}=20$$

$$K_2=\left[(p+4)\left(\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)(p+8)}\right)\right]\Bigg|_{p=-4}=\frac{25(-4)^2+300(-4)+640}{(-4)(-4+8)}=10$$

$$K_3=\left[(p+8)\left(\frac{25p^2+300p+640}{p(p+4)}\right)\right]\Bigg|_{p=-8}=\frac{25(-8)^2+300(-8)+640}{(-8)(-8+4)}=-5$$

- Nghiệm thực phân biệt
- **Nghiệm thực lặp**
- Nghiệm phức phân biệt
- Nghiệm phức lặp

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (10)

- Nghiệm thực lặp

$$X(p)=\frac{10p^2+34p+27}{p(p+3)^2}=\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{(p+3)^2}+\frac{K_3}{p+3}$$

$$K_1=\left[p\left(\frac{10p^2+34p+27}{p(p+3)^2}\right)\right]\Bigg|_{p=0}=3$$

$$\left[(p+3)^2\left(\frac{10p^2+34p+27}{p(p+3)^2}\right)\right]\Bigg|_{p=-3}=\left[(p+3)^2\left(\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{(p+3)^2}+\frac{K_3}{p+3}\right)\right]\Bigg|_{p=-3}$$

$$\rightarrow\frac{10p^2+34p+27}{p}\Bigg|_{p=-3}=\left(\frac{K_1}{p}(p+3)^2\right)\Bigg|_{p=-3}+K_2+\left(K_3(p+3)\right)\Big|_{p=-3}$$

$$\rightarrow\frac{10(-3)^2+34(-3)+27}{-3}=0+K_2+0$$

$$\rightarrow K_2=\frac{10(-3)^2+34(-3)+27}{-3}=-5$$

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (11)

- Nghiệm thực lặp

$$X(p)=\frac{10p^2+34p+27}{p(p+3)^2}=\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{(p+3)^2}+\frac{K_3}{p+3}$$

$$\left\{\frac{d}{dp}\left[(p+3)^2\left(\frac{10p^2+34p+27}{p(p+3)^2}\right)\right]\right\}\Bigg|_{p=-3}=\left\{\frac{d}{dp}\left[(p+3)^2\left(\frac{K_1}{p}+\frac{K_2}{(p+3)^2}+\frac{K_3}{p+3}\right)\right]\right\}\Bigg|_{p=-3}$$

$$\to\left[\frac{d}{dp}\left(\frac{10p^2+34p+27}{p}\right)\right]\Bigg|_{p=-3}=\left[\frac{d}{dp}\left(\frac{K_1}{p}(p+3)^2\right)\right]\Bigg|_{p=-3}+\left[\frac{d}{dp}\left(K_2\right)\right]\Bigg|_{p=-3}+\left[\frac{d}{dp}\left(K_3(p+3)\right)\right]\Bigg|_{p=-3}$$

$$\to\frac{p(20p+34)-(10p^2+34p+27)}{p^2}\Bigg|_{p=-3}=K_1\frac{p(p+3)-(p+3)^2}{p^2}\Bigg|_{p=-3}+0+K_3$$

$$\to\frac{-3[20(-3)+34]-[10(-3)^2+34(-3)+27]}{(-3)^2}=0+0+K_3\ \to K_3=7$$

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (12)

- Nghiệm thực lặp

$$X(p) = \frac{10p^2 + 34p + 27}{p(p+3)^2} = \frac{K_1}{p} + \frac{K_2}{(p+3)^2} + \frac{K_3}{p+3} \boxed{= \frac{3}{p} - \frac{5}{(p+3)^2} + \frac{7}{p+3}}$$

$$K_1 = \left[p\left(\frac{10p^2 + 34p + 27}{p(p+3)^2} \right) \right] \Bigg|_{p=0} = 3$$

$$K_2 = \left[(p+3)^2 \left(\frac{10p^2 + 34p + 27}{p(p+3)^2} \right) \right] \Bigg|_{p=-3} = -5$$

$$K_3 = \left\{ \frac{d}{dp} \left[(p+3)^2 \left(\frac{10p^2 + 34p + 27}{p(p+3)^2} \right) \right] \right\} \Bigg|_{p=-3} = 7$$

- Nghiệm thực phân biệt
- Nghiệm thực lặp
- **Nghiệm phức phân biệt**
- Nghiệm phức lặp

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (13)

- Nghiệm phức phân biệt

$$X(p)=\frac{4p^2+76p}{(p+2)(p^2+6p+25)}=\frac{K_1}{p+2}+\frac{K_2}{p+3-j4}+\frac{K_3}{p+3+j4}$$

$$=\frac{-8}{p+2}+\frac{6-j8}{p+3-j4}+\frac{6+j8}{p+3+j4}=\frac{-8}{p+2}+\frac{10\angle-53,13^0}{p+3-j4}+\frac{10\angle 53,13^0}{p+3+j4}$$

$$\rightarrow x(t)=-8e^{-2t}+10e^{-j53,13^0}e^{-(3-j4)t}+10e^{j53,13^0}e^{-(3+j4)t}$$

$$K_1=\left[(p+2)\left(\frac{4p^2+76p}{(p+2)(p^2+6p+25)}\right)\right]\Bigg|_{p=-2}=-8$$

$$K_2=\left[(p+3-j4)\left(\frac{4p^2+76p}{(p+2)(p^2+6p+25)}\right)\right]\Bigg|_{p=-3+j4}=6-j8$$

$$K_3=\left[(p+3+j4)\left(\frac{4p^2+76p}{(p+2)(p^2+6p+25)}\right)\right]\Bigg|_{p=-3-j4}=6+j8$$

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (14)

- Nghiệm phức phân biệt

$$\frac{4p^2+76p}{(p+2)(p^2+6p+25)} \leftrightarrow -8e^{-2t}+10e^{-j53,13^0}e^{-(3-j4)t}+10e^{j53,13^0}e^{-(3+j4)t}$$

$$10e^{-j53,13^0}e^{-(3-j4)t}+10e^{j53,13^0}e^{-(3+j4)t} = 10e^{-3t}\left(e^{j(4t-53,13^0)}+e^{-j(4t-53,13^0)}\right)$$

$$\left.\begin{aligned} e^{j(4t-53,13^0)} &= \cos(4t-53,13^0)+j\sin(4t-53,13^0) \\ e^{-j(4t-53,13^0)} &= \cos(-4t+53,13^0)+j\sin(-4t+53,13^0) \end{aligned}\right\} \longrightarrow$$

$$\rightarrow e^{j(4t-53,13^0)}+e^{-j(4t-53,13^0)} = 2\cos(4t-53,13^0)$$

$$\rightarrow 10e^{-j53,13^0}e^{-(3-j4)t}+10e^{j53,13^0}e^{-(3+j4)t} = 20e^{-3t}\cos(4t-53,13^0)$$

$$\rightarrow \frac{4p^2+76p}{(p+2)(p^2+6p+25)} = \frac{4p^2+76p}{(p+2)(p+3-j4)(p+3+j4)} \leftrightarrow -8e^{-2t}+20e^{-3t}\cos(4t-53,13^0)$$

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (15)

- Nghiệm phức phân biệt

$$X(p)=\frac{4p^2+76p}{(p+2)(p^2+6p+25)} \leftrightarrow \boxed{x(t)=-8e^{-2t}+20e^{-3t}\cos(4t-53{,}13^0)}$$

$$=\frac{K_1}{p+2}+\frac{K_2}{p+3-j4}+\frac{K_3}{p+3+j4}$$

$$K_1=\left[(p+2)\left(\frac{4p^2+76p}{(p+2)(p^2+6p+25)}\right)\right]\Bigg|_{p=-2}=-8$$

x2

$$K_2=\left[(p+3-j4)\left(\frac{4p^2+76p}{(p+2)(p^2+6p+25)}\right)\right]\Bigg|_{p=-3+j4}=6-j8=10\angle-53{,}13^0$$

- Nghiệm thực phân biệt
- Nghiệm thực lặp
- Nghiệm phức phân biệt
- **Nghiệm phức lặp**

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (16)

- Nghiệm phức lặp

$$X(p) = \frac{20p^2 + 120p + 1140}{(p^2 + 6p + 25)^2} = \frac{20p^2 + 120p + 1140}{(p + 3 - j4)^2 (p + 3 + j4)^2}$$

$$= \frac{K_1}{(p + 3 - j4)^2} + \frac{K_2}{p + 3 - j4} + \frac{K_1^*}{(p + 3 + j4)^2} + \frac{K_2^*}{p + 3 + j4}$$

$$= \frac{-10}{(p + 3 - j4)^2} + \frac{-j5}{p + 3 - j4} + \frac{-10}{(p + 3 + j4)^2} + \frac{j5}{p + 3 + j4}$$

$$K_1 = \left[(p + 3 - j4)^2 \left(\frac{20p^2 + 120p + 1140}{(p^2 + 6p + 25)^2} \right) \right] \Bigg|_{p=-3+j4} = -10$$

$$K_2 = \left\{ \frac{d}{dp} \left[(p + 3 - j4)^2 \left(\frac{20p^2 + 120p + 1140}{(p^2 + 6p + 25)^2} \right) \right] \right\} \Bigg|_{p=-3+j4}$$

$$= \left(\frac{40p + 120}{(p + 3 + j4)^2} - 2\frac{20p^2 + 120p + 1140}{(p + 3 + j4)^3} \right) \Bigg|_{p=3+j4} = -j5$$

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (17)

- Nghiệm phức lặp

$$X(p)=\frac{20p^2+120p+1140}{(p+6p+25)^2}$$

$$=\frac{-10}{(p+3-j4)^2}+\frac{-j5}{p+3-j4}+\frac{-10}{(p+3+j4)^2}+\frac{j5}{p+3+j4}$$

$$=\left(\frac{-10}{(p+3-j4)^2}+\frac{-10}{(p+3+j4)^2}\right)+\left(\frac{5\angle-90^0}{p+3-j4}+\frac{5\angle 90^0}{p+3+j4}\right)$$

$$\rightarrow x(t)=-20te^{-3t}\cos 4t+10e^{-3t}\cos(4t-90^0)$$

$$-j5=5\underline{/-90^0}$$

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace (18)

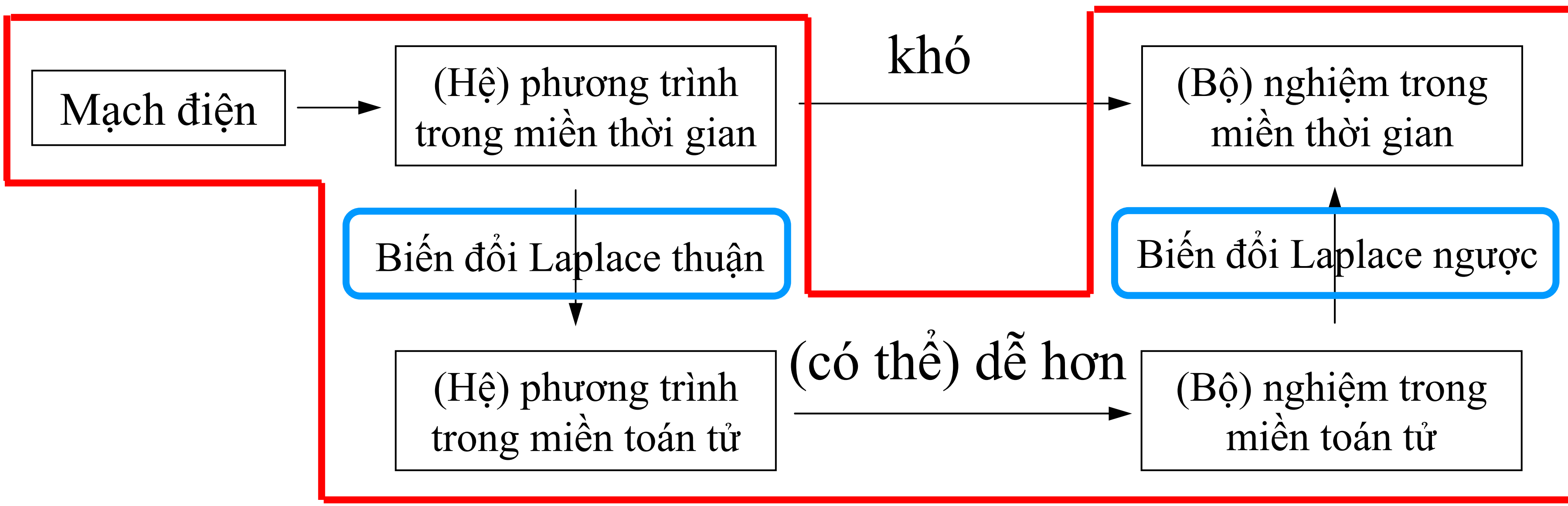
$$\frac{K}{p+a} \longleftrightarrow Ke^{-at}$$

$$\frac{K}{(p+a)^2} \longleftrightarrow Kte^{-at}$$

$$\frac{K}{p+\alpha-j\beta} + \frac{K^*}{p+\alpha+j\beta} \longleftrightarrow 2|K|e^{-\alpha t}\cos(\beta t+\theta)$$

$$\frac{K}{(p+\alpha-j\beta)^2} + \frac{K^*}{(p+\alpha+j\beta)^2} \longleftrightarrow 2t|K|e^{-\alpha t}\cos(\beta t+\theta)$$

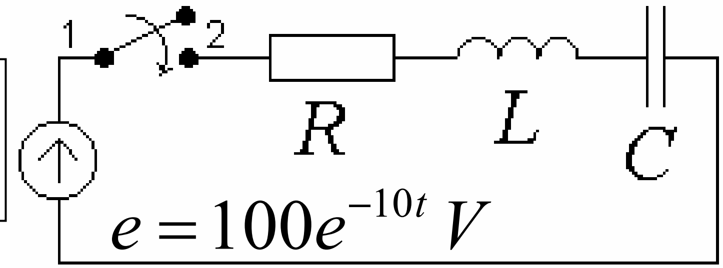
Phương pháp toán tử (3)



VD1

Phương pháp toán tử (4)

$R = 30\ \Omega$; $L = 0{,}1$ H; $C = 0{,}8$ mF. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K đóng. Tính dòng điện quá độ.



$$Ri + Li' + u_C = e$$

$$cx(t) \leftrightarrow cX(p) \rightarrow Ri \leftrightarrow RI(p)$$

$$x'(t) \leftrightarrow pX(p) - x(-0) \rightarrow Li' \leftrightarrow L\left[pI(p) - i_L(-0)\right]$$

$$i = C\frac{du}{dt} \leftrightarrow I(p) = C[pU(p) - u_C(-0)] = CpU(p) - Cu_C(-0)$$

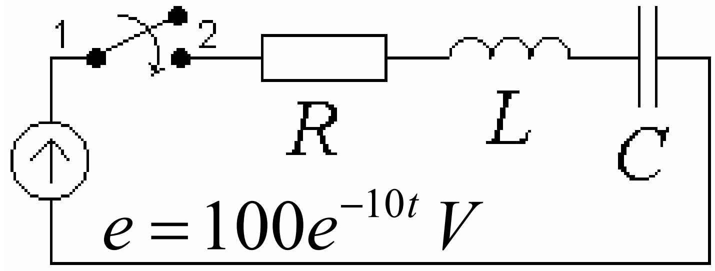
$$\rightarrow U(p) = \frac{1}{Cp}I(p) + \frac{u_C(-0)}{p}$$

$$\rightarrow Ri + Li' + u_C = e \leftrightarrow RI(p) + LpI(p) - Li_L(-0) + \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p} = E(p)$$

Phương pháp toán tử (5)

VD1

R = 30 Ω; L = 0,1 H; C = 0,8 mF. Tại thời điểm t = 0 khoá K đóng. Tính dòng điện quá độ.



$$Ri + Li' + u_C = e \leftrightarrow RI(p) + LpI(p) - Li_L(-0) + \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p} = E(p)$$

$$100e^{-10t} \leftrightarrow \frac{100}{p+10}$$

$$i_L(-0) = 0$$

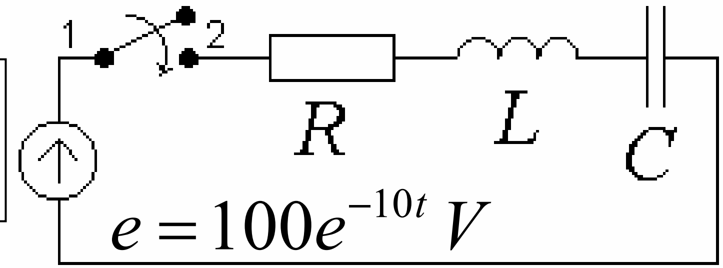
$$u_C(-0) = 0$$

$$\rightarrow 30I(p) + 0{,}1pI(p) + \frac{I(p)}{8.10^{-4}p} = \frac{100}{p+10}$$

Phương pháp toán tử (6)

VD1

R = 30 Ω; L = 0,1 H; C = 0,8 mF. Tại thời điểm t = 0 khoá K đóng. Tính dòng điện quá độ.



$$Ri + Li' + u_C = e$$

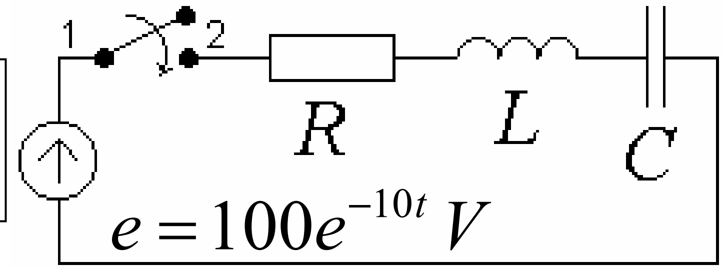
$$\rightarrow 30I(p) + 0{,}1pI(p) + \frac{I(p)}{8.10^{-4}p} = \frac{100}{p+10}$$

$$\rightarrow I(p) = \frac{1250000p}{(p+10)(p+50)(p+250)} = \frac{K_1}{p+10} + \frac{K_2}{p+50} + \frac{K_3}{p+250}$$

VD1

Phương pháp toán tử (7)

$R = 30\ \Omega$; $L = 0{,}1$ H; $C = 0{,}8$ mF. Tại thời điểm $t = 0$ khoá K đóng. Tính dòng điện quá độ.



$$I(p) = \frac{1250000\,p}{(p+10)(p+50)(p+250)} = \frac{K_1}{p+10} + \frac{K_2}{p+50} + \frac{K_3}{p+250}$$

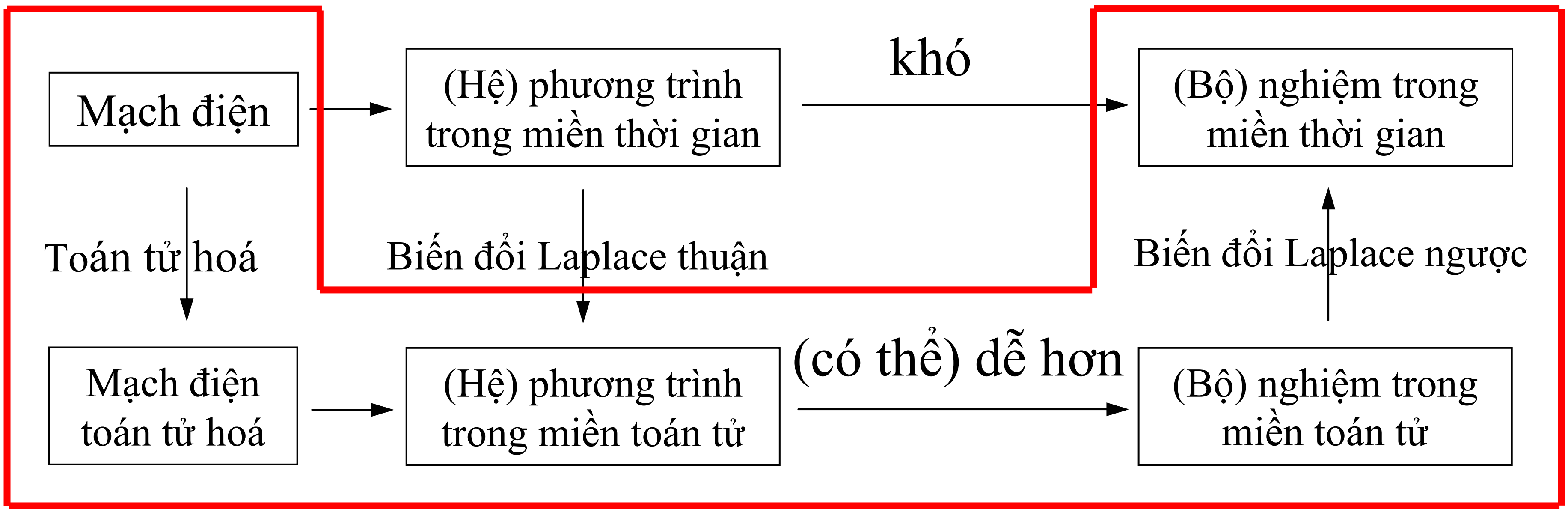
$$K_1 = \left[(p+10)\left(\frac{1250000\,p}{(p+10)(p+50)(p+250)}\right)\right]\Bigg|_{p=-10} = \frac{125.10^4(-10)}{(-10+50)(-10+250)} = -1302$$

$$K_2 = \left[(p+50)\left(\frac{1250000\,p}{(p+10)(p+50)(p+250)}\right)\right]\Bigg|_{p=-50} = \frac{1250000(-50)}{(-50+10)(-50+250)} = 7813$$

$$K_3 = \left[(p+250)\left(\frac{1250000\,p}{(p+10)(p+50)(p+250)}\right)\right]\Bigg|_{p=-250} = \frac{1250000(-250)}{(-250+10)(-250+50)} = -6510$$

$$\boxed{\rightarrow i(t) = -1302e^{-10t} + 7813e^{-50t} - 6510e^{-250t}\ \text{A}}$$

Phương pháp toán tử (8)

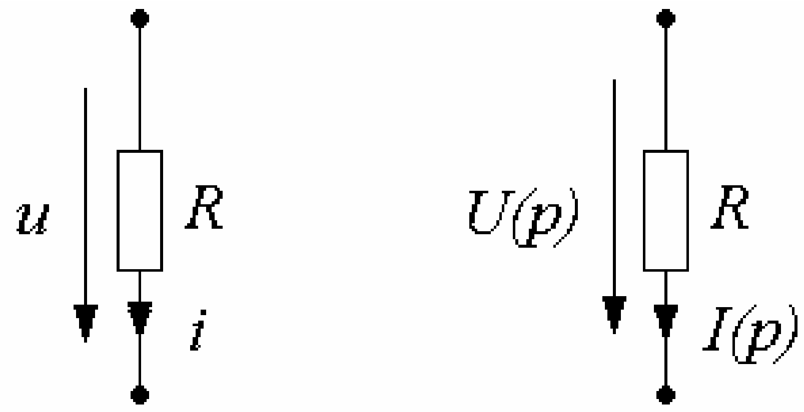


Phương pháp toán tử

- Biến đổi thuận Laplace
- Tính chất cơ bản của biến đổi thuận Laplace
- Tìm ảnh Laplace từ gốc thời gian
- Biến đổi ngược Laplace
- Tính chất cơ bản của biến đổi ngược Laplace
- Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace
- **Sơ đồ toán tử**
- Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử

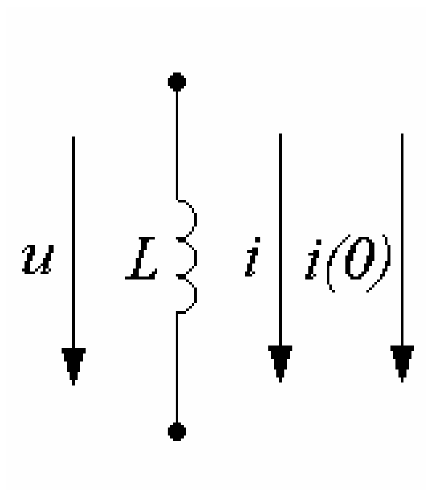
Sơ đồ toán tử (1)

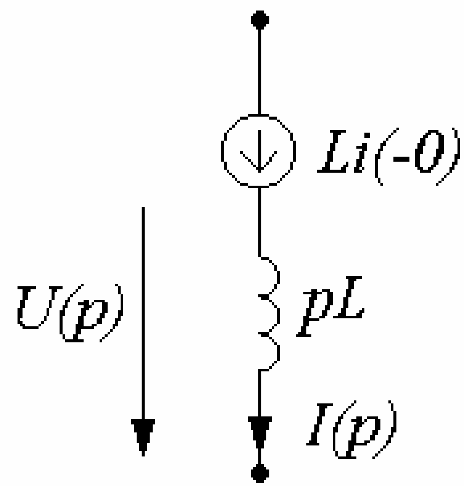
$$u = ri \leftrightarrow U(p) = rI(p)$$



Sơ đồ toán tử (2)

$$u = L\frac{di}{dt} \leftrightarrow U(p) = L[pi - i(-0)] = pLI - Li(-0)$$

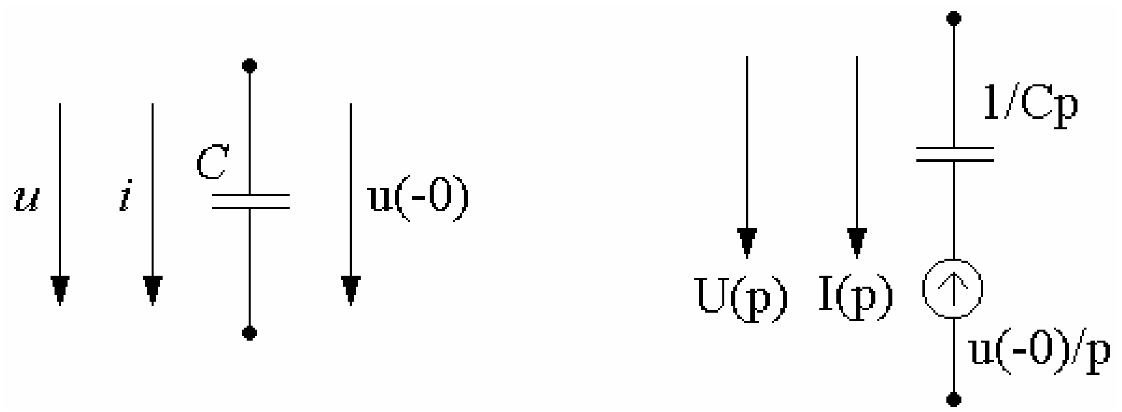




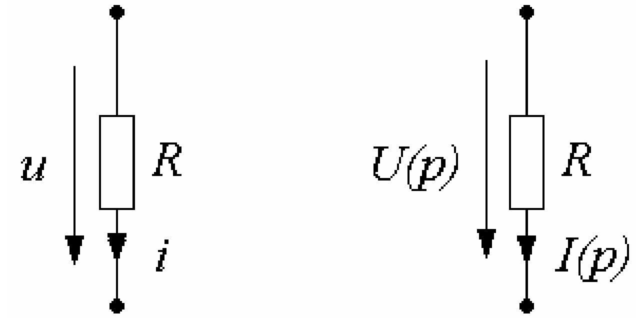
Sơ đồ toán tử (3)

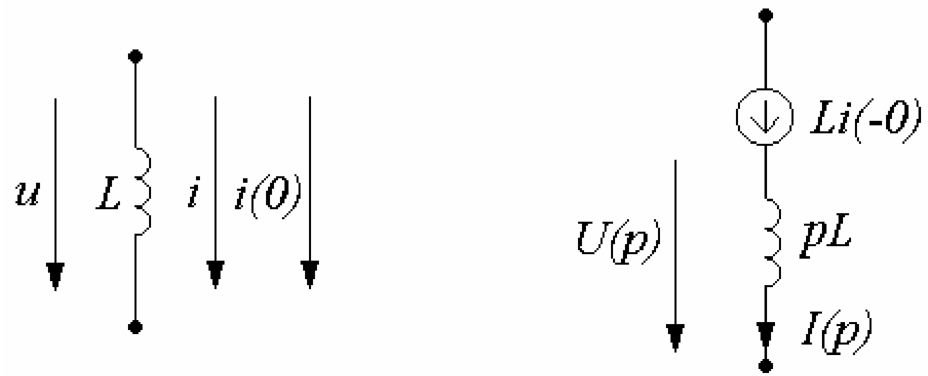
$$i = C\frac{du}{dt} \leftrightarrow I(p) = C[pU(p) - u_C(-0)] = CpU(p) - Cu_C(-0)$$

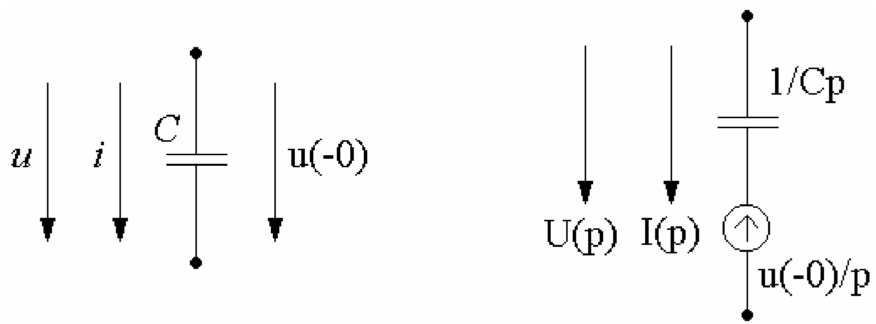
$$\rightarrow U(p) = \frac{1}{Cp}I(p) + \frac{u_C(-0)}{p}$$



Sơ đồ toán tử (4)







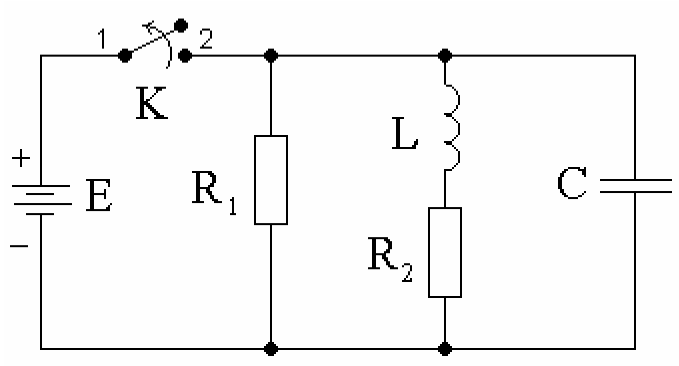
Phương pháp toán tử

- Biến đổi thuận Laplace
- Tính chất cơ bản của biến đổi thuận Laplace
- Tìm ảnh Laplace từ gốc thời gian
- Biến đổi ngược Laplace
- Tính chất cơ bản của biến đổi ngược Laplace
- Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace
- Sơ đồ toán tử
- **Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử**

Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (1)

- Tính thông số của chế độ cũ: $i_L(-0)$ & $u_C(-0)$
- Toán tử hoá sơ đồ mạch điện (sau khi đóng/mở khoá K)
- Lập (hệ) phương trình đại số (theo KD & KA) mô tả mạch điện đã toán tử hoá
- Giải (hệ) phương trình đại số → $X(p)$
- Tìm gốc thời gian $x(t)$ từ ảnh $X(p)$

Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (2)



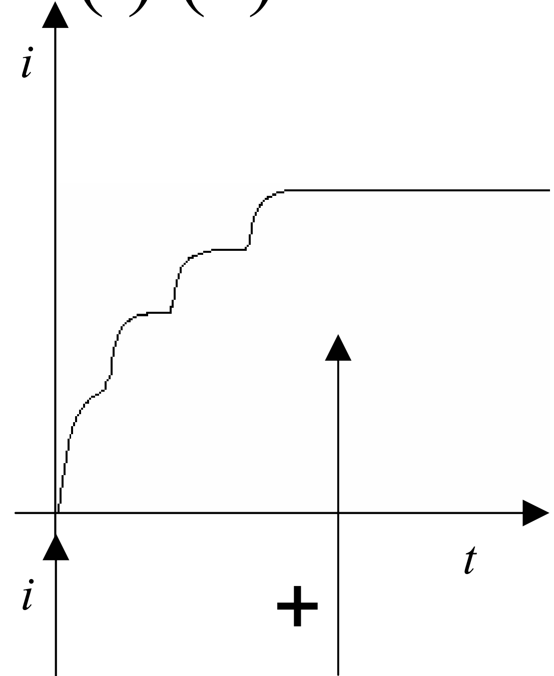
	Tích phân kinh điển	**Toán tử**
Nên áp dụng nếu	Nguồn DC, AC	Mọi kiểu nguồn
Ưu điểm	Dễ tính dòng/áp xác lập	Không cần tính sơ kiện & hằng số tích phân Có thể áp dụng cho mạch có nguồn ≠ DC, AC
Nhược điểm	Dài (sơ kiện & hằng số tích phân) Khó áp dụng cho mạch có nguồn ≠ DC, AC	Việc tìm gốc thời gian từ ảnh toán tử khó & mất thời gian

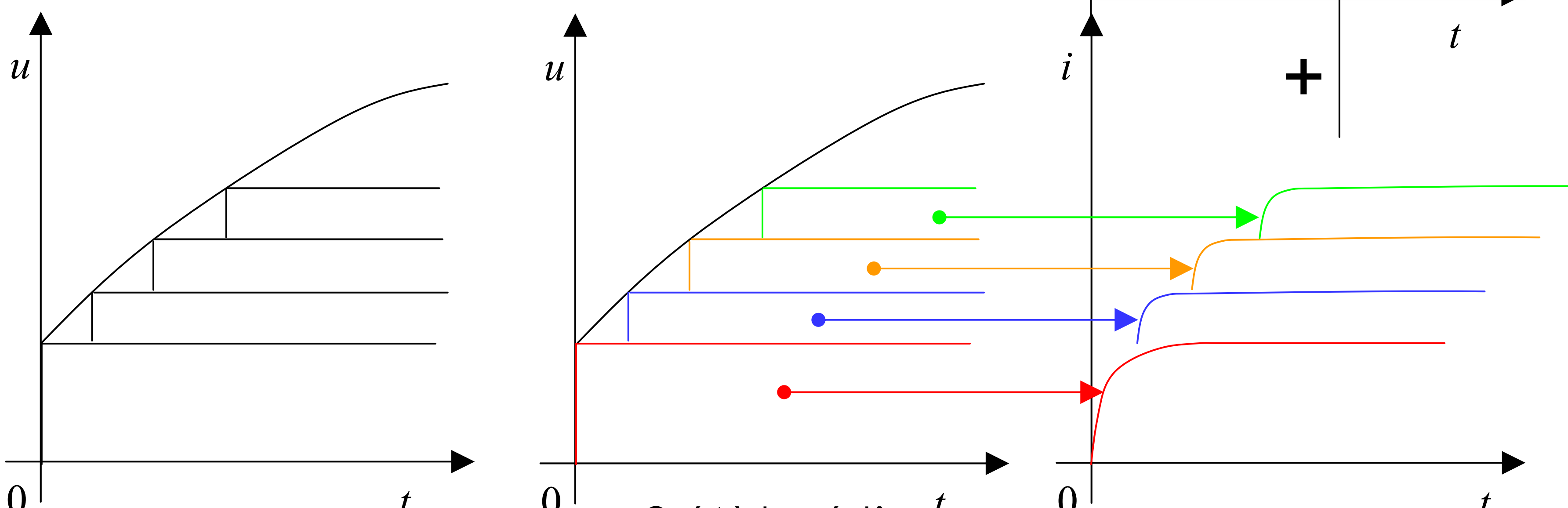
Nội dung

- Giới thiệu
- Sơ kiện
- Phương pháp tích phân kinh điển
- Quá trình quá độ trong mạch RLC
- Phương pháp toán tử
- **Phương pháp hàm quá độ và hàm trọng lượng**
- Giải quyết một số vấn đề của QTQĐ bằng máy tính

Giải QTQĐ bằng hàm quá độ $h(t)$ (1)

- Dùng khi nguồn kích thích có dạng phức tạp
- Ý tưởng:
  - Chia nguồn kích thích thành các hàm đơn vị $1(t)$
  - Tính đáp ứng $h(t)$ của từng $1(t)$,
  - Tổng hợp các đáp ứng → nghiệm của QTQĐ



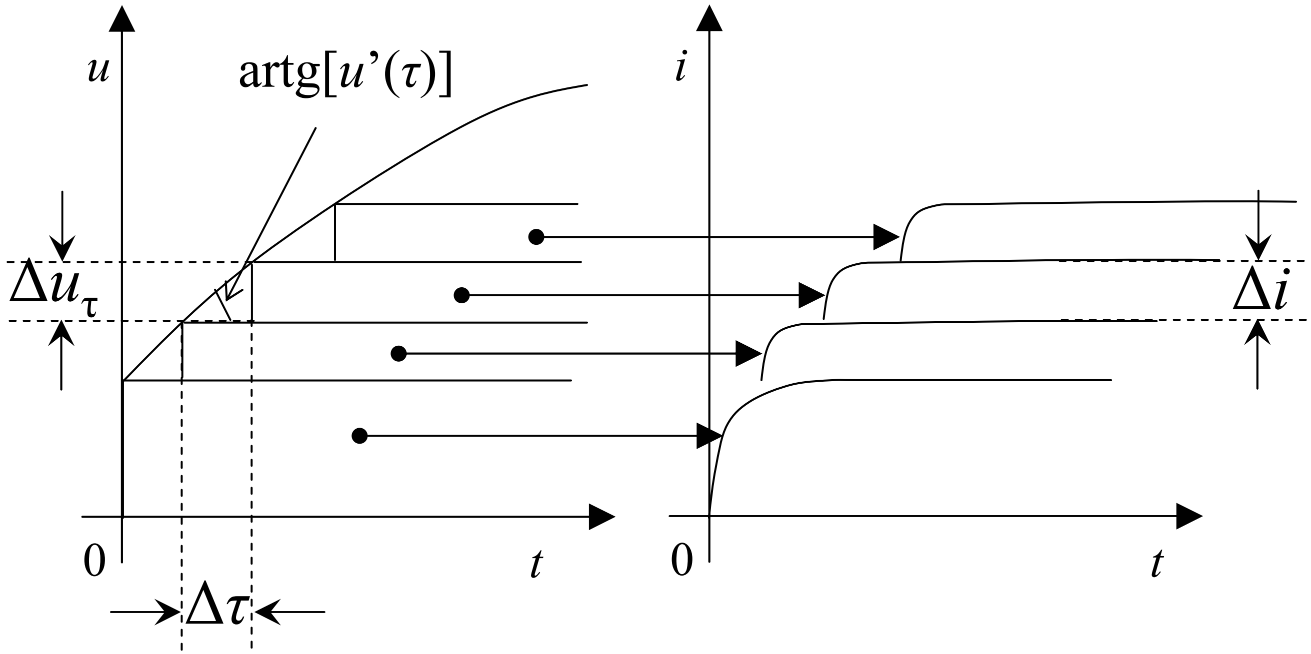


Quá trình quá độ

Giải QTQĐ bằng hàm quá độ $h(t)$ (2)

$$1(t) \to i = h(t)$$

$$1(t-\tau) \to i = h(t-\tau)$$



$$\left.\begin{aligned} i &= \Delta u_\tau h(t-\tau) \\ \Delta u_\tau &= u'(\tau)\Delta\tau \end{aligned}\right\} \to \Delta i = u'(\tau)\Delta\tau.h(t-\tau)$$

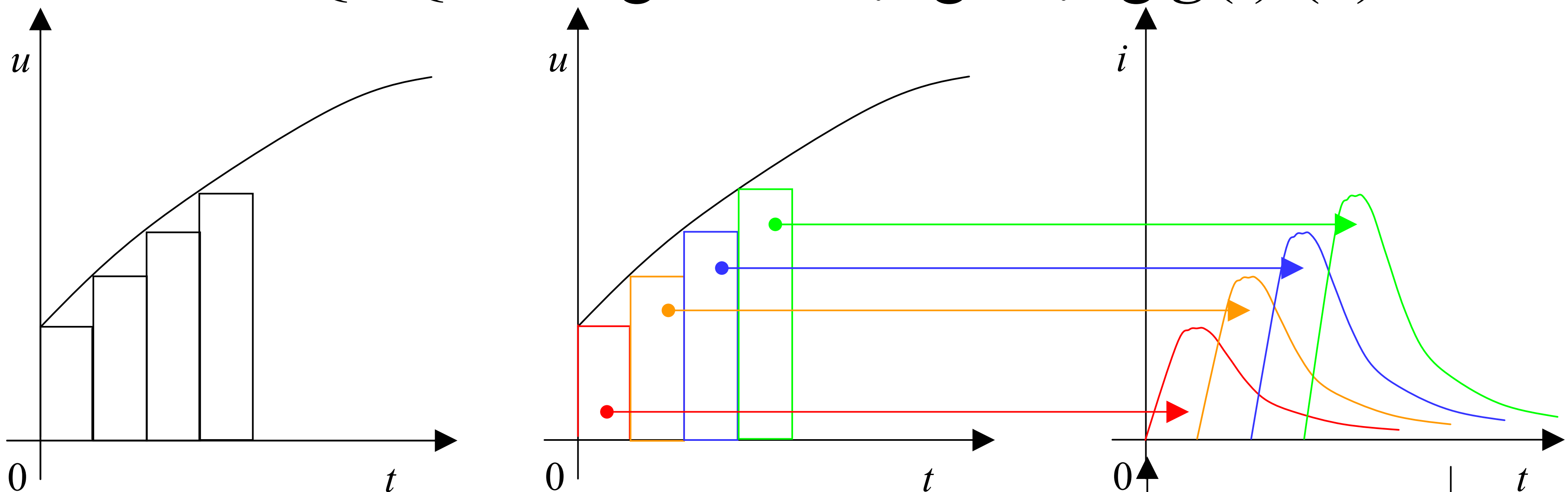
(Dhuhamel)

$$\to di = u'(\tau)d\tau.h(t-\tau) = u'(\tau)h(t-\tau)d\tau \to \boxed{i = \int_{-0}^{t} di = \int_{-0}^{t} u'(\tau)h(t-\tau)d\tau}$$

Giải QTQĐ bằng hàm trọng lượng $g(t)$ (1)

- Khi dùng $h(t)$, chúng ta đã chia kích thích $u(t)$ theo chiều ngang
- Nếu chia $u(t)$ theo chiều dọc, ta sẽ dùng đến hàm trọng lượng $g(t)$
- Cũng áp dụng khi nguồn kích thích có dạng phức tạp
- Gọi là p/p Green
- Ý tưởng:
  – Chia nguồn kích thích thành các xung Dirac $\delta(t)$
  – Tìm đáp ứng $g(t)$ của từng $\delta(t)$
  – Tổng hợp các đáp ứng → nghiệm của QTQĐ

Giải QTQĐ bằng hàm trọng lượng $g(t)$ (2)

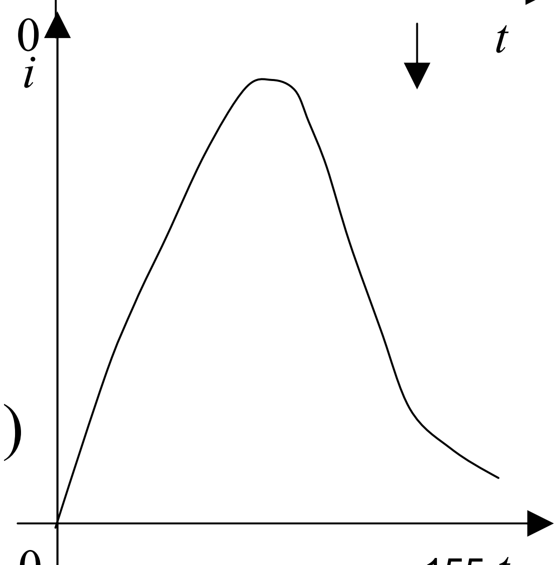


$$\delta(t) \rightarrow i = g(t)$$

$$\delta(t-\tau) \rightarrow i = g(t-\tau)$$

$$u(\tau)d\tau.\delta(t-\tau) \rightarrow i = u(\tau)g(t-\tau)d\tau = di$$

$$\rightarrow i = \boxed{\int_{-0}^{t} di = \int_{-0}^{t} u(\tau)g(t-\tau)d\tau} \qquad g(t) = h'(t)$$



Giải QTQĐ bằng *h*(*t*) & *g*(*t*) (1)

- Cùng biểu diễn một dòng điện nên chúng phải bằng nhau
- Khó tính tích phân
- Có thể đổi biến số:

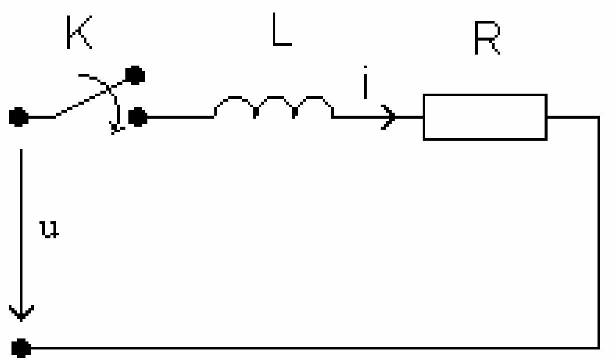
$$i = \int_{-0}^{t} u'(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad \to i = \int_{-0}^{t} u'(t-\tau)h(\tau)d\tau$$

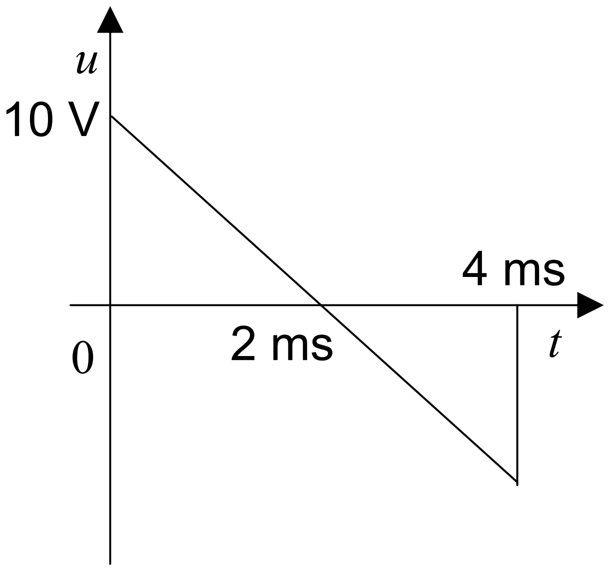
$$i = \int_{-0}^{t} u(\tau)g(t-\tau)d\tau \quad \to i = \int_{-0}^{t} u(t-\tau)g(\tau)d\tau$$

- Viết gọn ở dạng tích xếp:

$$i = u * h$$

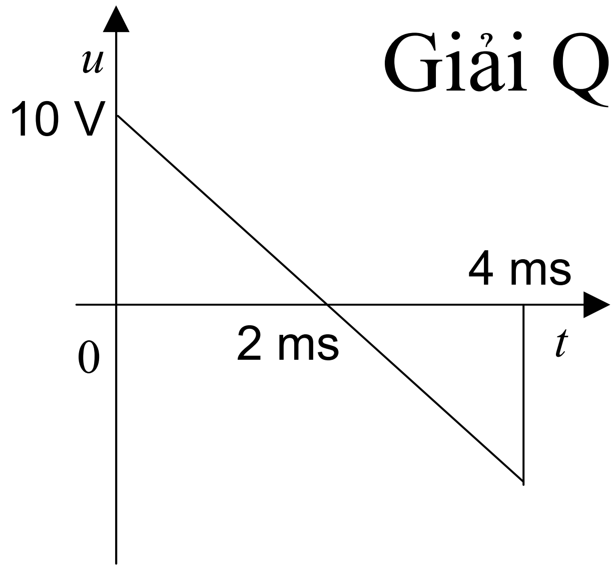
Giải QTQĐ bằng *h*(*t*) & *g*(*t*) (2)

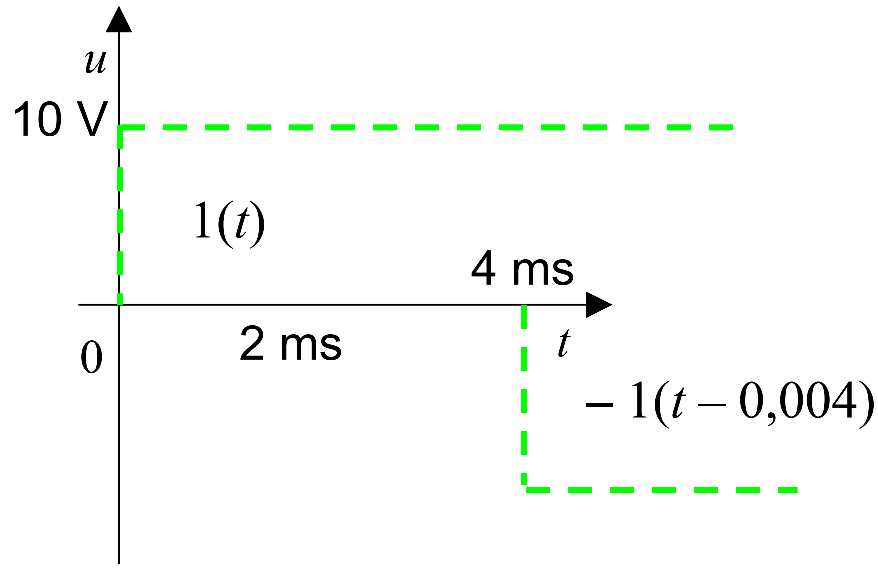


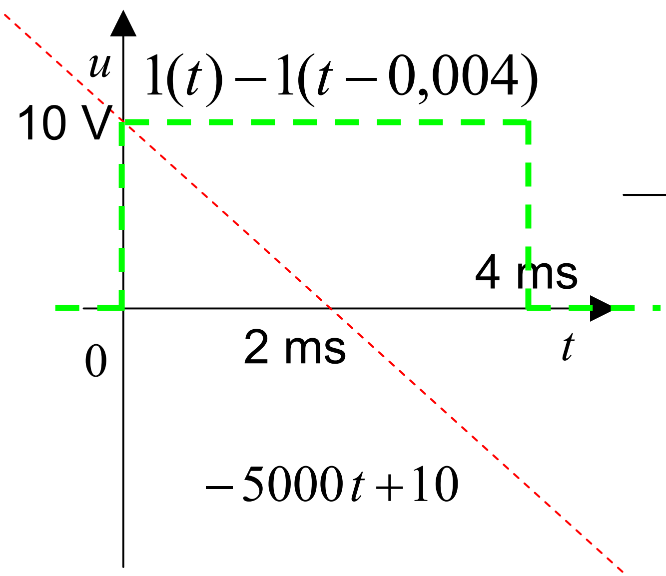


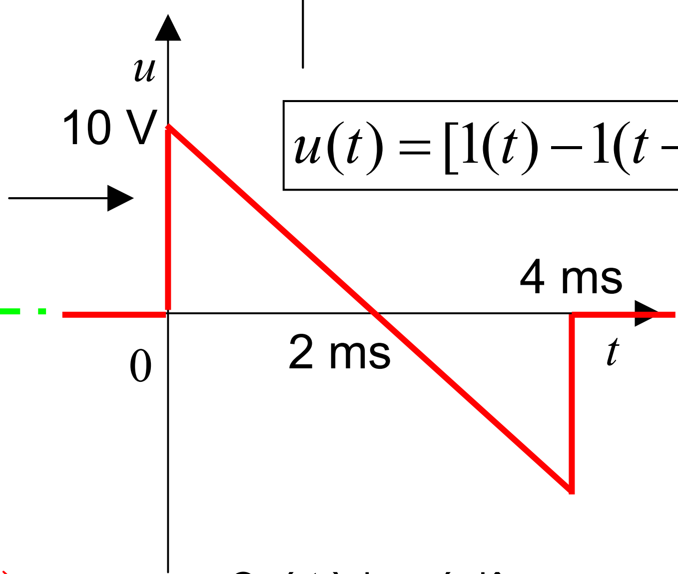
$$i = \int_{-0}^{t} u'(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

Giải QTQĐ bằng $h(t)$ & $g(t)$ (3)



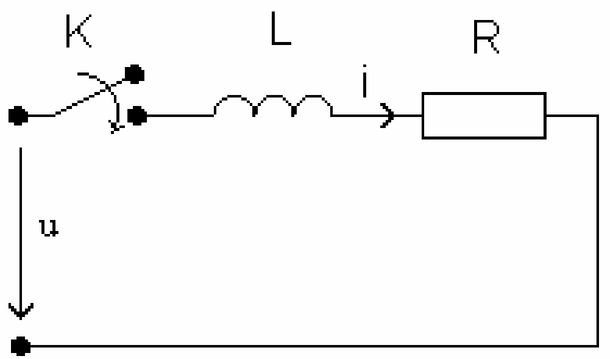






$$\boxed{u(t) = [1(t) - 1(t-0{,}004)](-5000t+10)\,V}$$

Giải QTQĐ bằng $h(t)$ & $g(t)$ (4)



$$i(0) = i(-0) = 0$$

$$r + pL = 0 \quad \to p = \frac{-r}{L} = -\alpha$$

$$\to i_{td} = Ae^{-\alpha t}$$

$$i_{xl} = \frac{U}{r}$$

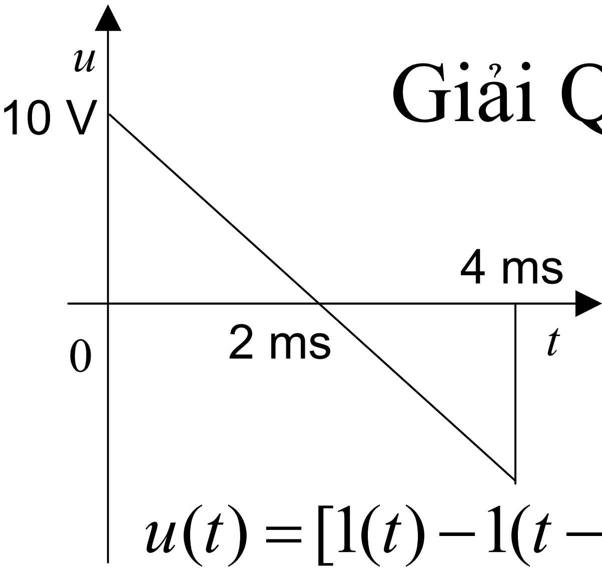
$$i = i_{xl} + i_{td} = \frac{U}{r} + Ae^{-\alpha t}$$

$$\boxed{h(t) = \frac{1 - e^{-\alpha t}}{r}}$$

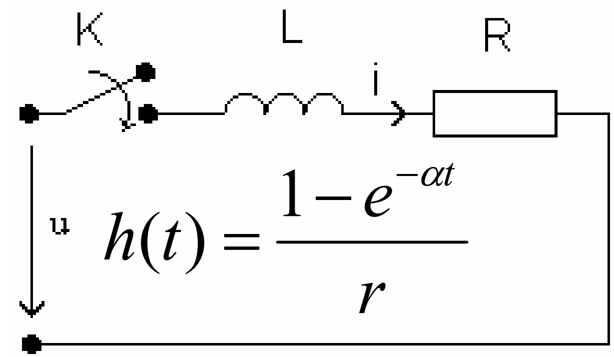
$$i(0) = \frac{U}{r} + Ae^{-\alpha 0} = \frac{U}{r} + A = 0 \to A = -\frac{U}{r} \quad \to i(t) = \frac{U}{r}(1 - e^{-\alpha t})$$

Giải QTQĐ bằng $h(t)$ & $g(t)$ (5)

$$\alpha = \frac{r}{L}$$



$$i = \int_{-0}^{t} u'(\tau)h(t-\tau)d\tau$$



$$h(t) = \frac{1-e^{-\alpha t}}{r}$$

$$u(t) = [1(t) - 1(t-0,004)](-5000t+10)\ \text{V}$$

$$u'(t) = [1(t) - 1(t-0,004)]'(-5000t+10) + [1(t) - 1(t-0,004)](-5000t+10)'$$

$$= [\delta(t) - \delta(t-0,004)](-5000t+10) + [1(t) - 1(t-0,004)](-5000)$$

$$\left.\begin{array}{r}(-5000t+10)\delta(t) = 10\delta(t) \\ (-5000t+10)\delta(t-0,004) = -10\delta(t-0,004)\end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow u'(t) = 10[\delta(t) - \delta(t-0,004)] + 5000[1(t) - 1(t-0,004)] \quad \text{V/s}$$

$$\rightarrow u'(\tau) = 10[\delta(\tau) - \delta(\tau-0,004)] + 5000[1(\tau) - 1(\tau-0,004)] \quad \text{V/s}$$

Giải QTQĐ bằng $h(t)$ & $g(t)$ (6)

$$\left.\begin{aligned} & i = \int_{-0}^{t} u'(\tau)h(t-\tau)d\tau \\ & u'(\tau) = 10[\delta(\tau)-\delta(\tau-0{,}004)] + 5000[1(\tau)-1(\tau-0{,}004)] \\ & h(t) = \frac{1-e^{-\alpha t}}{r} = \frac{1-e^{-\alpha(t-\tau)}}{r} \end{aligned}\right\} \longrightarrow$$

$$\rightarrow i = \int_{-0}^{t} 10[\delta(t)-\delta(t-0{,}004)] + 5000[1(t)-1(t-0{,}004)]\frac{1-e^{-\alpha(t-\tau)}}{r}d\tau$$

$$= \left(\frac{10}{r}\int_{-0}^{t}\delta(\tau)d\tau - \frac{10}{r}\int_{-0}^{t}\delta(\tau-0{,}004)d\tau\right) + \left(\frac{5000}{r}\int_{-0}^{t}[1(\tau)-1(\tau-0{,}004)]d\tau\right) +$$

$$-\left(\frac{5000}{r}\int_{-0}^{t}\delta(\tau)e^{-\alpha(t-\tau)}d\tau - \frac{5000}{r}\int_{-0}^{t}\delta(\tau-0{,}004)e^{-\alpha(t-\tau)}d\tau\right) +$$

$$-\left(\frac{5000}{r}\int_{-0}^{t}[1(\tau)-1(\tau-0{,}004)]e^{-\alpha(t-\tau)}d\tau\right) \qquad = A + B - C - D$$

Giải QTQĐ bằng $h(t)$ & $g(t)$ (7)

$$A = \frac{10}{r}\int_{-0}^{t}\delta(\tau)d\tau - \frac{10}{r}\int_{-0}^{t}\delta(\tau - 0{,}004)d\tau$$

$$= \frac{10}{r}1(t) - \frac{10}{r}1(t - 0{,}004) = \frac{10}{r}\left[1(t) - 1(t - 0{,}004)\right]$$

$$B = \frac{5000}{r}\int_{-0}^{t}\left[1(\tau) - 1(\tau - 0{,}004)\right]d\tau$$

$$= \frac{5000}{r}\tau\Big|_{0}^{t} - \frac{5000}{r}\tau\Big|_{0{,}004}^{t} = \frac{5000}{r}t - \frac{5000}{r}t + \frac{5000}{r}0{,}004 = 20$$

Giải QTQĐ bằng $h(t)$ & $g(t)$ (8)

$$\left.\begin{aligned} C = \frac{5000}{r}\int_{-0}^{t}\delta(\tau)e^{-\alpha(t-\tau)}d\tau - \frac{5000}{r}\int_{-0}^{t}\delta(\tau-0{,}004)e^{-\alpha(t-\tau)}d\tau \\ \int_{-0}^{t}\delta(\tau-T)f(t-\tau)d\tau = f(t-T) \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

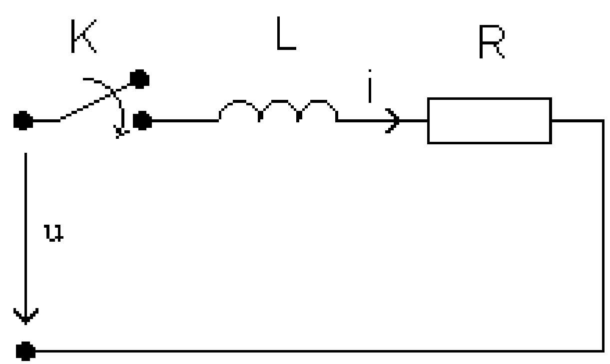
$$\rightarrow C = \frac{5000}{r}e^{-\alpha t} - \frac{5000}{r}e^{-\alpha(t-0{,}004)}$$

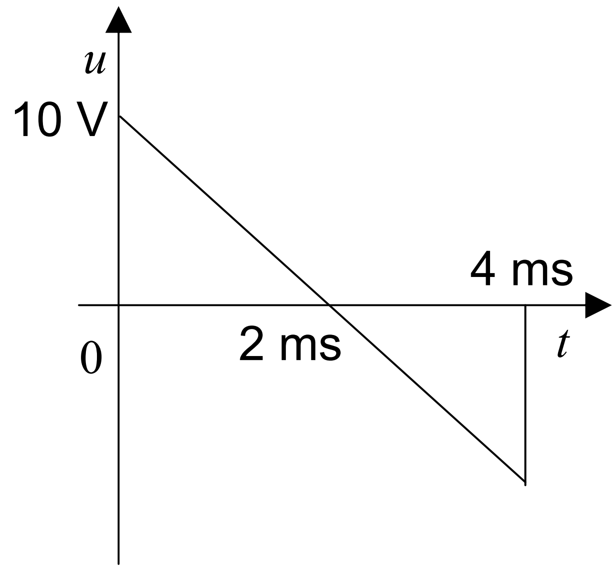
$$D = \frac{5000}{r}\int_{-0}^{t}\left[1(\tau)-1(\tau-0{,}004)\right]e^{-\alpha(t-\tau)}d\tau$$

$$= \frac{5000}{\alpha r}e^{-\alpha(t-\tau)}\Big|_0^t - \frac{5000}{\alpha r}1(t-0{,}004)e^{-\alpha(t-\tau)}\Big|_0^t$$

$$= -\frac{5000}{\alpha r}e^{-\alpha t} + 1(t-0{,}004)e^{-\alpha(t-0{,}004)}$$

Giải QTQĐ bằng *h*(*t*) & *g*(*t*) (9)





$$i = \int_{-0}^{t} u'(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-0}^{t} u(\tau)g(t-\tau)d\tau = \int_{-0}^{t} u(\tau)h'(t-\tau)d\tau$$

Giải QTQĐ bằng $h(t)$ & $g(t)$ (10)

- P/p tích phân kinh điển chỉ dùng được khi nguồn kích thích có dạng đơn giản (hằng, điều hoà, chu kỳ)
- P/p $h(t)$ & $g(t)$ có thể dùng được khi nguồn kích thích có dạng phức tạp nhưng:
  - Phải chuẩn bị $u(t)$, $h(t)$, $g(t)$
  - Phải tính tích phân

Nội dung

- Giới thiệu
- Sơ kiện
- Phương pháp tích phân kinh điển
- Quá trình quá độ trong mạch RLC
- Phương pháp toán tử
- Phương pháp hàm quá độ và hàm trọng lượng
- **Giải quyết một số vấn đề của QTQĐ bằng máy tính**
  - **Tìm ảnh Laplace từ gốc thời gian**
  - **Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace**
  - **Giải phương trình vi phân**

Tìm ảnh Laplace từ gốc thời gian

$$x(t) = 20 + 10e^{-4t} - 5e^{-8t} \leftrightarrow X(p) = \frac{20}{p} + \frac{10}{p+4} - \frac{5}{p+8}$$

```
>> syms s t;

>> ft = -5*exp(-8*t)+10*exp(-4*t)+20;

>> Fs = laplace(ft); pretty(Ft)


          5         10        20
   - ----- + ----- + ----
        s + 8     s + 4      s
```

Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace

$$X(p) = \frac{25p^2 + 300p + 640}{p^3 + 12p^2 + 32p} \leftrightarrow x(t) = 20 + 10e^{-4t} - 5e^{-8t}$$

```
>> syms s t;
>> Fs = (25*s^2+300*s+640)/(s^3+12*s^2+32*s);
>> ft = ilaplace(Fs); pretty(ft)
        -5 exp(-8 t) + 10 exp(-4 t) + 20
```

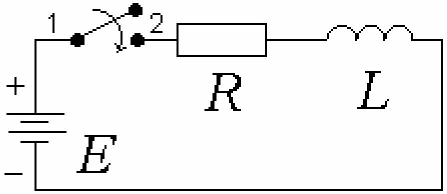
Nội dung

- Giới thiệu
- Sơ kiện
- Phương pháp tích phân kinh điển
- Quá trình quá độ trong mạch RLC
- Phương pháp toán tử
- Phương pháp hàm quá độ và hàm trọng lượng
- **Giải quyết một số vấn đề của QTQĐ bằng máy tính**
  - Tìm ảnh Laplace từ gốc thời gian
  - Tìm gốc thời gian từ ảnh Laplace
  - **Giải phương trình vi phân**

VD1

Giải phương trình vi phân (1)

E = 12 V; R = 6 Ω; L = 2 mH. Tại thời điểm t = 0 khoá K đóng lại. Tính dòng điện quá độ trong mạch.



$$Li' + Ri = E \quad \rightarrow i' = -\frac{R}{L}i + \frac{E}{L} \quad = -\frac{6}{0,002}i + \frac{12}{0,002}$$

$$\rightarrow i' = -3000i + 6000$$

$$i(0) = i_L(0) = i_L(-0) = 0$$

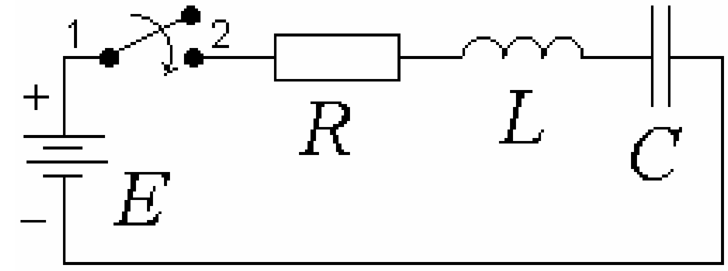
```
>> x = dsolve('Dx = -3000*x + 6000','x(0) = 0','s')

>> pretty(x)
```

VD2

Giải phương trình vi phân (2)

E = 100 V; R = 30 Ω; L = 0,1 H; C = 0,8 mF.
Tính dòng quá độ trong mạch.



$$i_L(0) = 0;\ \ i_L'(0) = 1000\ \mathrm{A/s}$$

$$Ri + Li' + \frac{1}{C}\int i dt = E \rightarrow Ri' + Li'' + \frac{1}{C}i = 0 \rightarrow 30i' + 0,1i'' + 1250i = 0$$

$$\rightarrow i'' = -300i' - 12500i$$

```
>> x = dsolve('D2x = -300*Dx - 12500*x','x(0) = 0','Dx(0) = 1000')

>> pretty(x)
```

Nội dung

- Giới thiệu
- Sơ kiện
- Phương pháp tích phân kinh điển
- Quá trình quá độ trong mạch RLC
- Phương pháp toán tử
- Phương pháp hàm quá độ và hàm trọng lượng
- Giải quyết một số vấn đề của QTQĐ bằng máy tính