ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ

1. Biết A có giá trị gần đúng 187.18976 với sai số tương đối 0.0037%. Giá trị nào trong các giá trị sau là sai số tuyệt đối nhỏ nhất của A.

a. 0.00685 √ b. 0.00693 c. 0.00697

d. 0.00687 e. các câu trên đều sai

Sai số tuyệt đối $\Delta_a = |a|\ \delta_a = 6.9260212^{-03}$

2. Biết A có giá trị gần đúng a = 23.6472 với sai số tương đối 0.003%. Số chữ số đáng tin của a là

a. 2 b. 3 √ c. 4 d. 5 e. các câu trên đều sai

Chữ số a_k là đáng tin nếu

$$\Delta_a = 7.09416\ 10^{-4} \leq ½\ 10^k$$

$$\Rightarrow \quad k \geq \log(2x\ 7.09416\ 10\text{-}4\ ) = -2.84$$

vậy ta có 4 chữ số đáng tin 23.64

3. Phương trình $-\cos x + 2^x = 0.9$ có khoảng cách ly nghiệm [-3, -2]. Theo pp chia đôi, nghiệm gần đúng x thuộc khoảng nào sau đây :

a. [-3, -2.75] √ b. [-2.5, -2.25] c. [-2.25, -2] d. [-2.75, -2.5]

$f(x) = -\cos x + 2x - 0.9$

n	a_n	$f(a_n)$	b_n	$f(b_n)$	x_n	$f(x_n)$
0	-3	+	-2	-	-2.5	+
1	-2.5	+	-2	-	-2.25	-
2	-2.5	-	-2.25	+		

4. Cho hàm $f(x) = x^9-1$, những điểm nào sau đây thỏa ĐK Fourier :

a. {-1, 1} √ b. {-1, 2} c. {0, 1} d. {1, 2}

$f(x)\, f''(x) = 72x^7 (x^9 - 1) > 0$

5. Cho phương trình $x = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}2^x + 1.5$ thỏa điều kiện lặp đơn trên [0,1]. Nếu chọn $x_o = 1$ thì giá trị x_1 trong pp lặp đơn là :

√ a. 0.25 b. 5018 c. 0.7647 d. 0.7027

$$x_1 = \frac{1}{4}x_0 - \frac{3}{4}2^{x_0} + 1.5 = 0.25$$

6. Phương trình $-4x-x^2+3 = 0$ có khoảng cách lý nghiệm [0,1]. Với x_o chọn từ 2 đầu khoảng và thỏa điều kiện Fourier, giá trị x_1 trong pp Newton là :

a. 0.1156 b. 0.8112 c. 0.7778 √ d. 0.6667

f'(x) = -4-2x, f''(x) = -2,

f' và f'' cùng dấu trên [0,1], chọn $x_o = 1$

$$x_1 = x_o - \frac{-4x_0 - x_0^2 + 3}{-4 - 2x_0} = 0.66666666$$

7. Cho phương trình $x = \sqrt[3]{x+12}$ thỏa điều kiện lặp đơn trên [2,3]. Nếu chọn $x_o = 2.5$ thì số lần lặp tối thiểu để sai số tính theo công thức tiên nghiệm $\leq 10^{-6}$ là

a. 3 √ b. 4 c. 5 d. 6 e. các câu trên đều sai

$$|g'(x)| = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+12)^2}} \leq \frac{1}{3\sqrt[3]{14^2}} = q, \forall x \in [2,3]$$

$$|x_n - x| \leq \frac{q^n}{1-q}|x_1 - x_0| \leq 10^{-6}$$

$$\Rightarrow \quad n \geq \log\left(\frac{(1-q)10^{-6}}{|x_1 - x_0|}\right) / \log q = 3.87$$

8. Cho phương trình $$x = \sqrt{\frac{3x+7}{x^2+3}}$$

thỏa điều kiện lặp đơn trên [1,2]. Nếu chọn $x_o = 1.48$ thì nghiệm gần đúng x_2 theo pp lặp đơn là

√ a. 1.4836 b. 1.4846 c. 1.4856 d. 1.4866 e. đều sai

9. Phương trình $f(x) = x-2^{-x} = 0$ có khoảng cách ly nghiệm [0,1]. Trong pp Newton chọn x_o thỏa ĐK Fourier, sai số của nghiệm x_1 tính theo công thức sai số tổng quát :

a. 0.0055 √ b. 0.0546 c. 0.0556 d. 0.0565 e. đều sai

$$f'(x) = 1 + (\ln 2)2^{-x} > 0 \qquad f''(x) = -(\ln 2)^2 e^{-x} < 0$$

$$\Rightarrow x_0 = 0, x_1 = x_0 - \frac{x_0 - 2^{-x_0}}{1 + (\ln 2)2^{-x_0}} = \frac{1}{1+\ln 2}$$

$$m = \min_{0 \le x \le 1} |f'(x)| = \min_{0 \le x \le 1} |1 + (\ln 2)2^{-x}| = 1 + \frac{\ln 2}{2}$$

$$\Delta_1 = |f(x_1)|/m = 0.05454076$$

10. Phương trình $f(x) = x^4-4x^2+2x-8 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực

a. 1 √ b. 2 c. 3 d. 4 e. đều sai

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	+	-	-	-	-	-	+

$f'(x) = 4x^3 - 8x + 2 > 0 \ \forall x \in [2,3], \ < 0 \ \forall x \in [-3,-2]$

11. Cho phương trình $x = 5/x^2 + 2$ thỏa ĐK lặp đơn trên [2.6, 2.8]. Nếu chọn xo = 2.7 thì sai số tuyệt đối nhỏ nhất của nghiệm gần đúng x1 theo công thức hậu nghiệm là :

a. 0.0186 √ b. 0.0187 c. 0.0188 d. 0.0189 e. đều sai

$$g'(x) = -\frac{10}{x^3} \quad \Rightarrow \quad |g'(x)| \le \frac{10}{2.6^3} = q < 1, \forall x \in [2.6.2.8]$$

$$|x_1 - x| \le \frac{q}{1-q}|x_1 - x_0| = 0.018649608$$

12. Cho

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -4 & 1 & -1 \\ 6 & 1 & -8 \end{pmatrix}$$

Phân tích A= LU theo pp Doolittle, phần tử u33 của U là

a. -3 b. 1 √ c. -2 d. 3 e. đều sai

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -4 & 1 & -1 \\ 6 & 1 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & l_{32} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix}$$

$$u_{22} = a_{22} - l_{21}u_{12} = -1$$

$$u_{23} = a_{23} - l_{21}u_{13} = 3$$

$$l_{32} = \frac{1}{u_{22}}(a_{32} - l_{31}u_{12}) = -4$$

$$u_{33} = a_{33} - l_{31}u_{13} - l_{32}u_{23} = -2$$

13. Cho

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -10 & 2 \end{pmatrix}$$

Ma trận U trong phân tích A= LU theo pp Doolittle là

$a.\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ $b.\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ $c.\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$ √ $d.\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ $e.đều\ sai$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -10 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & u_{22} \end{pmatrix}$$

$$u_{22} = a_{22} - l_{21}u_{12} = 2 - (-2)(2) = 6$$

14. Cho x = (-2, 5, -4, 2, -3)^T. Giá trị $\|x\|_1 - 2\|x\|_\infty$ là

a. 8 b. 10 √ c. 6 d. 12 e. đều sai

$\|x\|_1 = 16$ $\|x\|_\infty = 5$

15. Cho

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 6 & -9 \\ 6 & 20 & -22 \\ -9 & -22 & 26 \end{pmatrix}$$

Phân tích A= BB^T theo pp Cholesky, tổng các phần tử $b_{11}+b_{22}+b_{33}$ của ma trận B là

a. 2 b. 4 c. 6 √ d. 8 e. đều sai

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & b_{22} & 0 \\ -3 & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

Các hệ số

$$\begin{cases} b_{22} = \sqrt{a_{22} - b_{21}^2} = 4 \\ b_{32} = \dfrac{1}{b_{22}}[a_{32} - b_{31}b_{21}] = -4 \\ b_{33} = \sqrt{a_{33} - b_{31}^2 - b_{32}^2} = 1 \end{cases}$$

16. Cho

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ -8 & 25 \end{pmatrix}$$

Ma trận U trong phân tích A= LU theo pp Doolittle là

$a.\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ $b.\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$ √ $c.\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ $d.\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ $e.đều\ sai$

17. Cho

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \\ 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Số điều kiện k(A) tính theo chuẩn 1 là

√ a. 18 b. 19 c. 20 d. 21 e. đều sai

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.3333 & 0.3333 & -0.6667 \\ 0.0741 & -0.2593 & 0.2963 \\ -0.2593 & 0.4074 & -0.0370 \end{pmatrix} \quad \| A \|_1 = 18 \quad \| A^{-1} \|_1 = 1$$

18. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} 25x_1 - x_2 - 3x_3 = 30 \\ 2x_1 - 18x_2 - x_3 = 28 \\ -2x_1 + 2x_2 + 37x_3 = 25 \end{cases}$$

Với $x^{(0)} = (1, -1, 1)^t$, vector $x^{(1)}$ tính theo pp Jacobi là

√ $a.\begin{pmatrix} 1.28 \\ -1.50 \\ 0.78 \end{pmatrix}$ $b.\begin{pmatrix} 1.28 \\ 1.50 \\ 0.78 \end{pmatrix}$ $c.\begin{pmatrix} 1.28 \\ -1.50 \\ -0.78 \end{pmatrix}$ $d.\begin{pmatrix} -1.28 \\ -1.50 \\ 0.78 \end{pmatrix}$ $e.đều\ sai$

$$A = \begin{pmatrix} 25 & -1 & -3 \\ 2 & -18 & -1 \\ -2 & 2 & 27 \end{pmatrix}$$

Công thức lặp Jacobi

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = \dfrac{1}{25}(\qquad + x_2^{(0)} + 3x_3^{(0)} + 30) \\ x_2^{(1)} = \dfrac{1}{-18}(-2x_1^{(0)} \qquad + x_3^{(0)} + 28) \\ x_3^{(1)} = \dfrac{1}{37}(2x_1^{(0)} \quad - 2x_2^{(0)} \qquad + 25) \end{cases}$$

19. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} 15x_1 + x_2 + 2x_3 = 21 \\ -x_1 + 17x_2 + x_3 = 15 \\ -2x_1 + x_2 + 19x_3 = 10 \end{cases}$$

Với $x^{(0)} = (1.5, 1.0, 0.5)^t$, vector $x^{(1)}$ tính theo pp Gauss Seldel là

$a.\begin{pmatrix} 1.267 \\ 0.957 \\ 0.661 \end{pmatrix}$ $b.\begin{pmatrix} 1.267 \\ 0.927 \\ 0.661 \end{pmatrix}$ $c.\begin{pmatrix} 1.267 \\ 0.957 \\ 0.611 \end{pmatrix}$ √ $d.\begin{pmatrix} 1.267 \\ 0.927 \\ 0.611 \end{pmatrix}$ $e.đều\ sai$

$$A = \begin{pmatrix} 15 & 1 & 2 \\ -1 & 17 & 1 \\ -2 & 1 & 19 \end{pmatrix}$$

Công thức lặp gauss seldel

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = \frac{1}{15}(\qquad - x_2^{(0)} - 2x_3^{(0)} + 21) \\ x_2^{(1)} = \frac{1}{17}(x_1^{(1)} \qquad - x_3^{(0)} + 15) \\ x_3^{(1)} = \frac{1}{19}(2x_1^{(1)} \quad - x_2^{(1)} \qquad + 10) \end{cases}$$