

CHƯƠNG II: BIẾN CỐ VÀ PHÉP THỬ

§1 KHÁI NIỆM BIẾN CỐ

I. Phép thử và biến cố:

1. Định nghĩa:

Phép thử: Thực hiện công việc quan sát, thí nghiệm.

Biến cố: Là kết quả của phép thử hay kết cục.

Ví dụ: Tung 1 con xúc sắc là thực hiện 1 phép thử. Giả sử xuất hiện mặt 1 chấm. Đó là biến cố của phép thử.

Biến cố thường ký hiệu bằng các chữ A, B, C, ...

2. Các loại biến cố:

a) Biến cố ngẫu nhiên: là biến cố không thể biết trước được có thể xảy ra hay không xảy ra trong 1 phép thử.

b) Biến cố chắc chắn: là biến cố chắc chắn xảy ra trong phép thử.

Ví dụ: Tung con xúc sắc, chắc chắn sẽ xuất hiện 1 trong 6 mặt. Gọi $A_i (i = \overline{1;6})$ là số chấm xuất hiện trên các mặt của con xúc sắc. Ta có:

$$\Omega = \{A_1; A_2; A_3; A_4; A_5; A_6\}$$

Ta gọi biến cố chắc chắn là không gian mẫu: là tất cả các trường hợp có thể xảy ra trong 1 phép thử.

c) Biến cố không thể: là biến cố không bao giờ xảy ra trong 1 phép thử.

Ví dụ: Tung con xúc sắc, biến cố “xuất hiện mặt 7 chấm” là biến cố không thể, ký hiệu là Φ .

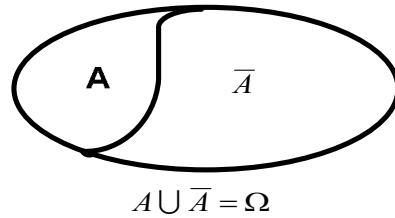
3. Quan hệ giữa các biến cố:

a) 2 biến cố đối lập:

Biến cố đối lập của biến cố A, ký hiệu: \bar{A} là biến cố không xảy ra nếu A xảy ra và ngược lại.

Bảng logic:

A	\bar{A}
0	1
1	0



Ví dụ:

Tung con xúc sắc, biến cố đối lập của A_1 là $\bar{A}_1 = \{A_2; A_3; A_4; A_5; A_6\}$.

b) Biến cố tổng:

Tổng của 2 biến cố A và B ký hiệu: $A+B$ là biến cố xảy ra khi ít nhất 1 trong 2 biến cố A hoặc B xảy ra.

Bảng logic:

A	B	$A+B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

c) Biến cố tích:

Tích của 2 biến cố A và B , ký hiệu: $A.B$ là 1 biến cố xảy ra khi cả 2 biến cố A và B đồng thời xảy ra

Bảng logic

Mở rộng:

- Tổng của nhiều biến cố: $A_1 + A_2 + \dots + A_n$.
- Tích của nhiều biến cố: $A_1.A_2.\dots.A_n$.
- Công thức Demorgan:
$$\overline{A_1 + A_2 + \dots + A_n} = \bar{A}_1.\bar{A}_2 \dots \bar{A}_n$$
$$\overline{A_1.A_2.\dots.A_n} = \bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \dots + \bar{A}_n$$

d) Biến cố xung khắc và đầy đủ

- 2 biến cố A và B gọi là xung khắc nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra và ngược lại.

Vậy A, B xung khắc thì $A.B = \Omega$.

- Hệ biến cố $\{A_1; A_2; \dots; A_n\}$ gọi là xung khắc từng đôi nếu 1 biến cố A_i nào đó xảy ra thì các biến cố còn lại không xảy ra. $A_i.A_j = \Phi (i \neq j)$.
- Hệ biến cố $\{A_1; A_2; \dots; A_n\}$ gọi là đầy đủ nếu: $A_1 + A_2 + \dots + A_n = \Omega$.

Ví dụ: Có 2 xạ thủ mỗi người bắn 1 viên đạn vào 1 tấm bia, gọi $A_i (i = 1; 2)$ lần lượt là các biến cố “Xạ thủ 1, 2 bắn trúng bia”. Hãy biểu diễn các biến cố sau qua A_1, A_2 .

- a) A là biến cố “Chỉ có xạ thủ 1 bắn trúng bia”.
- b) B là biến cố “Có đúng 1 xạ thủ bắn trúng bia”.
- c) C là biến cố “Cả 2 xạ thủ bắn trúng bia”.
- d) D là biến cố “Có ít nhất 1 xạ thủ bắn trúng bia”.
- e) E là biến cố “Không có xạ thủ nào bắn trúng bia”.
- f) F là biến cố “Có không quá 1 xạ thủ bắn trúng bia”.

GIẢI:

$$a) A = A_1 \cdot \overline{A_2}$$

$$b) B = A_1 \cdot \overline{A_2} + \overline{A_1} A_2$$

$$c) C = A_1 \cdot A_2$$

$$d) D = A_1 + A_2$$

$$e) E = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2}$$

$$f) F = \overline{A_1} \cdot A_2$$

Vì $\Omega = \{ 0 \text{ có ai bắn trúng bia (E), có 1 người bắn trúng (B), cả 2 người bắn trúng (C)} \}$

$$F = E + B = \overline{C} = \overline{A_1 A_2}$$

Ví dụ:

Tung con súc sắc, gọi A, B lần lượt các biến cố xuất hiện mặt lẻ và mặt chẵn.

$A_i (i = \overline{1; 6})$ lần lượt là biến cố “xuất hiện mặt i nút”.

Hãy cho biết tính xung khắc từng đôi và đầy đủ của các biến cố sau đây:

- a) $\{A; B\}$
- b) $\{A_1; A_2; A_3; A_4; A_5\}$
- c) $\{A_1; A_2; A_3; A_4; A_5; A\}$
- d) $\{A_1; A_2; A_3; A_4; A_5; B\}$
- e) $\{A_1; A_2; A_3; A_4; A_5; A_6\}$
- f) $\{A_1; A_2; A_3; A_4; A_5; A; B\}$

BÀI TẬP:

1) 3 người đi săn mỗi người bắn 1 phát đạn vào con mồi. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là các biến cố người thứ 1, thứ 2, thứ 3, bắn trúng mồi. Hãy biểu diễn các biến cố sau qua A_1, A_2, A_3 .

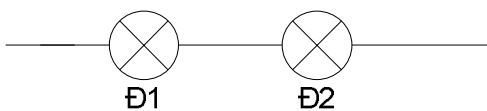
- a) A là biến cố “ Con mồi trúng đạn”.
- b) B là biến cố “ Con mồi chỉ trúng 1 viên đạn”.
- c) C là biến cố “ Con mồi không trúng đạn”.
- d) D là biến cố “ Con mồi trúng nhiều nhất 2 phát đạn”.
- e) E là biến cố “ Con mồi trúng 2 viên đạn”.

2) A,B,C là các biến cố ngẫu nhiên. Hãy viết các biểu thức biến cố sau:

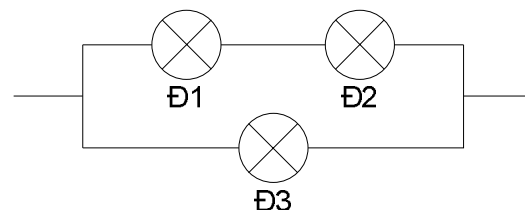
- a) Chỉ có biến cố A xảy ra.
- b) A và B xảy ra nhưng C không xảy ra.
- c) Cả 3 biến cố đều không xảy ra.
- d) Có ít nhất 1 biến cố xảy ra.
- e) Cả 3 biến cố đều xảy ra.
- f) Có ít nhất 1 biến cố 0 xảy ra.
- g) Có ít nhất 2 biến cố xảy ra.
- h) Có nhiều nhất 1 biến cố xảy ra.
- i) Có không ít hơn 2 biến cố xảy ra.
- j) Có 0 nhiều hơn 2 biến cố xảy ra.

3) Gọi $A_i (i = 1, 2, 3)$ lần lượt là các biến cố bóng đèn thứ i bị hỏng. Hãy viết các biến cố sau (theo A_i & $\overline{A_i}$) cho 2 hình vẽ dưới đây trong các trường hợp a) Mạch có dòng điện chạy qua.

b) Mạch mất điện.



Hình 1



Hình 2