

CHƯƠNG III: XÁC SUẤT

§1 TÍNH XÁC SUẤT THEO CÔNG THỨC CỔ ĐIỂN

I. Khái niệm về xác suất:

Để đánh giá khả năng xuất hiện của biến cố A, người ta gán cho A, 1 số không âm, ký hiệu là $P(A)$ gọi là xác suất của biến cố A.

Ta có: $0 \leq P(A) \leq 1$.

II. Công thức xác suất cổ điển

1. *Biến cố sơ cấp đồng khả năng*: là các biến cố có khả năng xảy ra như nhau trong 1 phép thử.

Ví dụ: 1 bộ 30 đề thi trong đó 10 đề khó, chọn ngẫu nhiên 2 đề trong số đó. Số biến cố sơ cấp đồng khả năng là số cách chọn ngẫu nhiên 2 đề trong 30 đề thi, ta có $C_{30}^2 = 435$ là số biến cố sơ cấp đồng khả năng.

Ví dụ: Tung con xúc sắc, 6 mặt đều có khả năng xuất hiện như nhau, ta có số biến cố sơ cấp đồng khả năng là 6.

2. *Công thức xác suất cổ điển*

$$P(A) = \frac{m_a}{n}$$

Trong đó m_a là số biến cố thuận lợi cho biến cố A.

n : là số biến cố sơ cấp đồng khả năng.

Ví dụ:

1 thí sinh đi thi chỉ thuộc 18 trong 25 câu đề cương. Đề thi được cho bằng cách 3 trong 25 câu. Tính xác suất:

a) Thí sinh trả lời được cả 3 câu.

b) Thí sinh trả lời được đúng 1 câu.

c) Thí sinh trả lời được ít nhất 1 câu.

GIẢI:

Số biến cố sơ cấp đồng khả năng của phép thử là: $n = C_{25}^3 = 2300$

a) Gọi A là biến cố "Thí sinh trả lời được cả 3 câu."

$$P(A) = \frac{m_a}{n} = \frac{C_{18}^3}{2300} = \frac{816}{2300} \approx 0.355 = 35.5\%$$

b) Gọi B là biến cố "Thí sinh trả lời đúng 1 câu."

$$P(B) = \frac{m_b}{n} = \frac{C_{18}^1 \times C_7^2}{2300} = \frac{378}{2300} \approx 0.164 = 16.4\%$$

c) Gọi C là biến cố ”Thí sinh trả lời được ít nhất 1 câu.”

$$P(C) = \frac{m_c}{n} = \frac{C_{18}^1 \times C_7^2 + C_{18}^2 \times C_7^1 + C_{18}^3 \times C_7^0}{2300} = \frac{2265}{2300} \approx 0.985 = 98.5\%$$

$$\text{or } P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - \frac{C_7^3}{2300} \approx 0.985$$

Trong đó \bar{C} là biến cố thí sinh không trả lời được câu nào.

Ví dụ:

1 túi bài thi sau khi chấm có 5 giỏi, 8 khá, 7 trung bình, rút ngẫu nhiên 3 bài. Tính xác suất để:

- Cả 3 bài đều giỏi.
- 3 bài thuộc 3 loại khác nhau.
- 3 bài thuộc cùng 1 loại.

GIAI

$$a) P(A) = \frac{C_5^3}{C_{20}^3} \approx 0.00877 \approx 0.88\%$$

$$b) P(B) = \frac{C_5^1 \times C_8^1 \times C_7^1}{C_{20}^3} \approx 0.2456 = 24.56\%$$

$$c) P(C) = \frac{C_5^3 + C_8^3 + C_7^3}{C_{20}^3} \approx 0.0886 = 8.86\%$$

§2 XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN**I. Khái niệm:**

1. Ví dụ:

1 hộp có 24 viên bi, trong đó có 14 viên có vẽ hình tròn, 16 viên có hình tam giác, 6 bi vừa có hình tròn vừa có hình tam giác. Lấy ngẫu nhiên từ bình 1 viên bi.

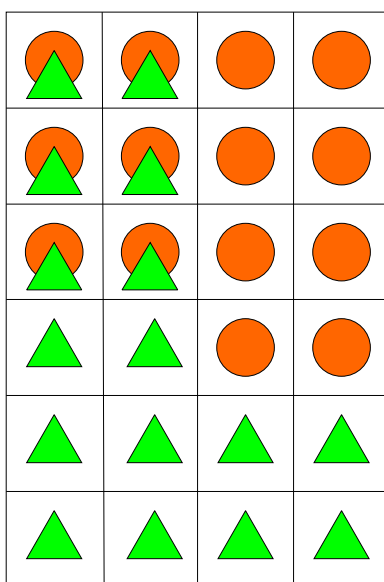
Gọi A là biến cố “ lấy được bi có hình tròn”

Gọi B là biến cố “ lấy được bi có hình tam giác”

Gọi C là biến cố “ lấy được bi có hình tròn và hình tam giác”

a) Tính $P(A), P(B), P(C)$

b) Bây giờ ta xét bài toán: Lấy ngẫu nhiên từ bình 1 bi, tính xác suất để bi lấy được có hình tròn với điều kiện ở nó có hình tam giác.



GIẢI:

$$a) P(A) = \frac{14}{24}, P(B) = \frac{16}{24}$$

Biến cố “ lấy được bi có hình tròn và tam giác: $A.B \Rightarrow P(A.B) = \frac{6}{24}$

b) Bây giờ với điều kiện bi đã có hình tam giác, tức là phạm vi xét bây giờ chỉ 16 bi có hình tam giác. Trong 16 bi có hình tam giác đó, ta quan tâm đến những bi có hình tròn, tức là số bi vừa có hình tròn và hình tam giác. Ta ký hiệu xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra là A/B . Trong bài toán này xác suất của biến cố bi có hình tròn với điều kiện bi đó có hình tam giác là:

$$P(A/B) = \frac{6}{16}, \text{ mặt khác lập tỷ số } \frac{P(A.B)}{P(B)} = \frac{\frac{6}{24}}{\frac{16}{24}} = \frac{6}{16} \Rightarrow P(A/B) = \frac{P(A.B)}{P(B)}$$

2. Công thức xác suất có điều kiện:

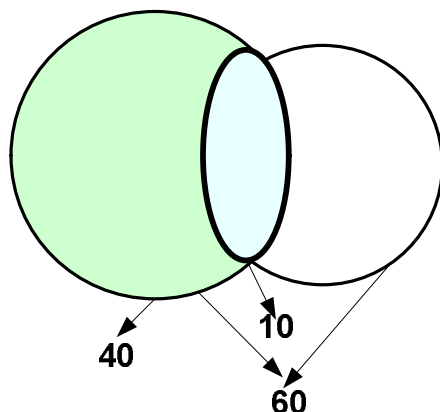
A, B là 2 biến cố liên quan với nhau, xác suất của biến cố A với điều kiện B

$$P(A/B) = \frac{P(A.B)}{P(B)}$$

Ví dụ:

1 lớp có 60 học sinh, trong đó 40 học sinh mặc áo có màu xanh, 10 học sinh mặc áo có cả xanh lẫn trắng. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Tính xác suất để học sinh đó áo có màu trắng với điều kiện áo em đó đã có màu xanh.

GIẢI



Gọi A là biến cố “ học sinh được chọn mặc áo trắng”

Gọi B là biến cố “ học sinh được chọn mặc áo xanh”

A.B là biến cố “ học sinh được chọn mặc áo trắng lẫn xanh”

Xác suất để học sinh đó áo có màu trắng với điều kiện áo em đó đã có màu xanh:

$$P(A/B) = \frac{P(A.B)}{P(B)} = \frac{\frac{10}{60}}{\frac{40}{60}} = 0.25 = 25\%$$

§3 CÔNG THỨC CỘNG VÀ NHÂN XÁC SUẤT

I. Biến cố độc lập:

1. A, B gọi là 2 biến cố độc lập nếu: $P(A/B) = P(A), P(B/A) = P(B)$. Nói cách khác việc xảy ra biến cố A không ảnh hưởng đến việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố B.

2. Tính chất: Nếu A, B là 2 biến cố độc lập thì $(A, \bar{B}), (\bar{A}, B), (\bar{A}, \bar{B})$ cũng là những biến cố độc lập.

3. Ví dụ:

- Gọi A, B, C lần lượt là các biến cố ném trúng rổ của 3 người chơi bóng rổ tương ứng. Ta có A, B, C là các biến cố độc lập vì khả năng chơi bóng của mỗi người là độc lập.
- Tung một đồng xu n lần. Kết quả của mỗi lần tung là các biến cố độc lập

II. Công thức nhân:

$$1) P(A.B) = P(A).P(B/A) = P(B).P(A/B)$$

$$2) P(A.B.C) = P(A).P(B/A).P(C/AB)$$

$$3) P(A_1.A_2 \dots A_n) = P(A_1).P(A_2/A_1).P(A_3/A_1A_2) \dots P(A_n/A_1A_2 \dots A_{n-1})$$

Hệ quả:

1) Nếu (A_1, A_2, \dots, A_n) là các biến cố độc lập thì $P(A_1.A_2 \dots A_n) = P(A_1)P(A_2) \dots P(A_n)$

2) Nếu A, B là 2 biến cố xung khắc thì $A.B = \Phi \Rightarrow P(A.B) = P(\Phi) = 0$

Ví dụ:

1 lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó có 3 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 lần, mỗi lần 1 sản phẩm và không hoàn lại. Tính xác suất để được 2 phế phẩm.

GIẢI:

Gọi A, B lần lượt là các biến cố lấy được phế phẩm ở lần thứ 1 và thứ 2. Để kết quả phép thử được 2 phế phẩm thì cả 2 biến cố A, B phải đồng thời xảy ra. Tức là A.B là biến cố “ lấy được 2 phế phẩm”

$$P(A.B) = P(A).P(B/A) = \frac{3}{20} \cdot \frac{2}{19} \approx 0.0158 = 1.58\%$$

Ví dụ:

Có 2 hộp bi, hộp 1 có 10 bi (trong đó có 3 bi đỏ), hộp 2 có 15 bi (trong đó có 4 bi đỏ). Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp 1 bi. Tính xác suất để được 2 bi đỏ

GIẢI:

Gọi A, B lần lượt là các biến cố “Lấy được bi đỏ ở hộp 1 và hộp 2”. Vì các hộp 1, 2 là riêng lẻ nên các biến cố A, B là độc lập.

Ta có A.B là biến cố “ lấy được 2 bi đỏ”

$$P(A.B) = P(A).P(B) = \frac{3}{10} \times \frac{4}{15} = 0.08 = 8\%$$

III. Công thức cộng

$$1) P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A.B)$$

$$2) P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A.B) - P(A.C) - P(B.C) + P(A.B.C)$$

Hệ quả:

1) Nếu A, B là 2 biến cố độc lập thì :

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$$

2) Nếu A, B là 2 biến cố xung khắc thì :

$$A.B = \Phi \Rightarrow P(A.B) = P(\Phi) = 0 \text{ nên } P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A.B) = P(A) + P(B)$$

Ví dụ:

1 dây chuyền sản xuất gồm 2 công đoạn độc lập. Xác suất để mỗi công đoạn ngừng hoạt động trong thời gian t lần lượt là 0.01 và 0.02. Biết rằng dây chuyền sẽ ngừng hoạt động nếu có ít nhất 1 công đoạn ngừng hoạt động. Tính xác suất để dây chuyền ngừng hoạt động trong thời gian t.

GIẢI:

Gọi A, B lần lượt là các biến cố “Công đoạn 1 và 2 ngừng hoạt động trong thời gian t” .

Ta có A, B là các biến cố độc lập

Khi đó A+B là biến cố “ ít nhất 1 trong 2 công đoạn ngừng hoạt động” hay biến cố “ Dây chuyền ngừng hoạt động trong thời gian t”

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B) = 0.01 + 0.02 - 0.01 \times 0.02 = 0.0298 = 2.98\% \text{ Ví dụ:}$$

Có 2 hộp bi, hộp 1 có 10 bi (trong đó có 3 bi đỏ), hộp 2 có 15 bi (trong đó có 4 bi đỏ).

Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp 1 bi. Tính xác suất để được bi đỏ

GIẢI:

Gọi A, B lần lượt là các biến cố “Lấy được bi đỏ ở hộp 1 và hộp 2”. Vì các hộp 1, 2 là riêng lẻ nên các biến cố A, B là độc lập.

Ta có A+B là biến cố “ lấy được bi đỏ” hay là biến cố “ Lấy được ít nhất 1 bi đỏ”

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B) = \frac{3}{10} + \frac{4}{15} - \frac{3}{10} \times \frac{4}{15} \approx 0.487 = 48.7\%$$

Ví dụ:

Ba người chơi bóng rổ, xác suất ném trúng rổ của mỗi người lần lượt là: 0.5; 0.6; 0.7 .

Tính xác suất để:

- Không có ai ném trúng rổ.
- Có ít nhất 1 người ném trúng rổ.
- Có đúng 2 người ném trúng rổ.
- Có không nhiều hơn 1 người ném trúng rổ.

GIẢI:

Gọi A,B,C lần lượt là các biến cố “người thứ 1, thứ 2, thứ 3 ném trúng rổ”

Ta có A,B,C là các biến cố độc lập

a) Biến cố “Không có ai ném trúng rổ”:

$$\overline{ABC} \Rightarrow P(\overline{ABC}) = P(\overline{A}).P(\overline{B}).P(\overline{C}) = 0.5 \times 0.4 \times 0.3 = 0.06 = 6\%$$

b) Biến cố “Có ít nhất 1 người ném trúng rổ”: $A+B+C$

$\Omega = \{\text{không có ai ném trúng } (\overline{ABC}), 1 \text{ người ném trúng, } 2 \text{ người ném trúng, } 3 \text{ người ném trúng}\}$

$$\text{Ta có } P(A + B + C) = 1 - P(\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}) = 1 - 0.06 = 0.94 = 94\%$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(A.B.\overline{C} + A.\overline{B}.C + \overline{A}.B.C) &= P(A)P(B)P(\overline{C}) + P(A)P(\overline{B})P(C) + P(\overline{A})P(B)P(C) = \text{d)} \\ &= 0.5 \times 0.6 \times 0.3 + 0.5 \times 0.4 \times 0.7 + 0.5 \times 0.6 \times 0.7 = 0.44 = 44\% \end{aligned}$$

Gọi biến cố “Có không nhiều hơn 1 người ném trúng rổ” là D

Có 2 trường hợp xảy ra:

- 0 có ai ném trúng rổ.
- Có đúng 1 người ném trúng rổ.

$$\begin{aligned} P(D) &= 1 - P(A.B.\overline{C} + A.\overline{B}.C + \overline{A}.B.C) - P(A).P(B).P(C) = \\ &= 1 - 0.44 - 0.5 \times 0.6 \times 0.7 = 0.35 = 35\% \end{aligned}$$

Ví dụ:

Ba sinh viên tham gia kỳ thi và khả năng làm được bài thi của mỗi người lần lượt là: 70%; 80%; 90%.

- Tính xác suất để 2 trong 3 sinh viên đó làm được bài thi.
- Giả sử chỉ có 2 trong 3 sinh viên làm được bài thi. Tính xác suất để sinh viên 1 không làm được bài thi.

GIẢI:

a) Gọi $A_1; A_2; A_3$ lần lượt là các biến cố sinh viên 1,2,3 làm được bài thi.

Gọi A là biến cố “chỉ có 2 trong 3 sinh viên làm được bài thi”

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_1.A_2.\overline{A_3} + A_1.\overline{A_2}.A_3 + \overline{A_1}.A_2.A_3) = \\ &= 0.7 \times 0.8 \times 0.1 + 0.7 \times 0.2 \times 0.9 + 0.3 \times 0.8 \times 0.9 = 39.8\% \end{aligned}$$

b) Biến cố “Sinh viên 1 không làm được bài thi với điều kiện chỉ có 2 trong 3 sinh viên làm được bài thi”:

$$\overline{A_1}/A \Rightarrow P\left(\overline{A_1}/A\right) = \frac{P(\overline{A_1}.A)}{P(A)} = \frac{P(\overline{A_1}.A_2.A_3)}{P(A)} = \frac{0.3 \times 0.8 \times 0.9}{0.398} \approx 0.543 = 54.3\%$$

Ví dụ:

Một cửa hàng có 10 bóng đèn, trong đó có 2 bóng hỏng. Đầu tiên khách hàng 1 mua 1 bóng, sau đó khách hàng 2 mua 2 bóng. Tính xác suất để

a) Trong 3 bóng có 2 bóng hỏng.

b) ít nhất 1 bóng hỏng.

GIẢI:

a) Có 2 trường hợp xảy ra:

- KH1: 1 tốt, KH2: 2 hỏng.
- KH1: 1 hỏng, KH2: 1 tốt, 1 hỏng.

Gọi A là biến cố “có đúng 2 bóng hỏng”.

A_1 : là biến cố “khách hàng 1 mua bóng hỏng”.

B_i : là biến cố “2 bóng của khách hàng 2 mua được có đúng i bóng hỏng” $i = 0; 1; 2$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(\overline{A_1}.B_2) + P(A_1.B_1) = P(\overline{A_1})P\left(\frac{B_2}{\overline{A_1}}\right) + P(A_1)P\left(\frac{B_1}{A_1}\right) = \\ &= \frac{8}{10} \times \frac{C_2^2}{C_9^2} + \frac{2}{10} \times \frac{C_1^1 \times C_8^1}{C_9^2} = 6.67\% \end{aligned}$$

b) Gọi B là biến cố “ có ít nhất 1 bóng hỏng ”

$\Rightarrow \overline{B}$: là biến cố “ không có bóng nào hỏng”=” Cả 3 bóng đều tốt ”

$$P(\overline{B}) = P(\overline{A_1}.B_0) = P(\overline{A_1})P\left(\frac{B_0}{\overline{A_1}}\right) = \frac{8}{10} \times \frac{C_7^2}{C_9^2} = 0.4667$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0.4667 = 53.33\%$$

Ví dụ:

Ba sinh viên mỗi người có 1 quyển sách giống nhau, để thành 1 chồng chung. Nếu mỗi sinh viên lấy ngẫu nhiên 1 quyển sách từ chồng sách đó thì xác suất để có ít nhất 1 sinh viên lấy đúng quyển sách của mình là bao nhiêu.

GIẢI:

Gọi $A_i (i = 1; 2; 3)$ là biến cố” Sinh viên thứ i lấy đúng quyển sách của mình”

A_i là các biến cố không xung khắc và không độc lập

A là biến cố “có ít nhất 1 sinh viên lấy đúng quyển sách của mình” ta có

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$P(A_1 + A_2 + A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(A_1.A_2) - P(A_1.A_3) - P(A_2.A_3) + P(A_1.A_2.A_3)$$

$$P(A_1.A_2) = P(A_1)P\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(A_1.A_3) = P(A_1)P\left(\frac{A_3}{A_1}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(A_2.A_3) = P(A_2)P\left(\frac{A_3}{A_2}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(A_1.A_2.A_3) = P(A_1).P\left(\frac{A_2}{A_1}\right)P\left(\frac{A_3}{A_1.A_2}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{6}$$

$$P(A) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} = 66.67\%$$

§4 CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN

I. Công thức:

1. Giả sử ta có hệ biến cố đầy đủ và xung khắc từng đôi $\{A_i; i = \overline{1, n}\}$

Ta biết được: $P(A_i), P\left(\frac{B}{A_i}\right) \quad i = \overline{1, n}$

B là 1 biến cố nào đó đột ngột xảy ra trong phép thử và có liên quan đến hệ $\{A_i; i = \overline{1, n}\}$

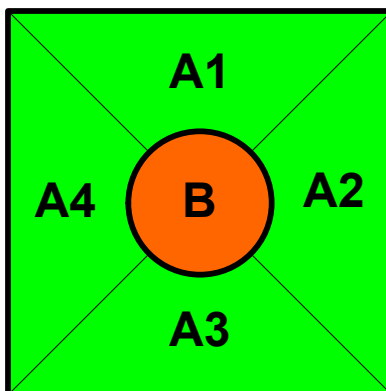
Ta có $P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P\left(\frac{B}{A_i}\right)$ (công thức xác suất toàn phần)

2. Công thức Bayes

Giả sử biến cố B đã xảy ra, ta cần tính xác suất A_i nào đó với điều kiện B đã xảy ra:

$$P\left(\frac{A_i}{B}\right) = \frac{P(A_i)P\left(\frac{B}{A_i}\right)}{P(B)} \quad i = \overline{1, n}$$

3. Mô tả hình học:



Ta có hệ biến cố đầy đủ và xung khắc $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, B là 1 biến cố nào đó đột ngột xảy ra, có liên quan đến hệ biến cố trên

$$a) P(B) = P(A_1)P\left(\frac{B}{A_1}\right) + P(A_2)P\left(\frac{B}{A_2}\right) + P(A_3)P\left(\frac{B}{A_3}\right) + P(A_4)P\left(\frac{B}{A_4}\right)$$

$$b) P\left(\frac{A_i}{B}\right) = \frac{P(A_i)P\left(\frac{B}{A_i}\right)}{P(B)} \quad i = \overline{1, 4}$$

Ví dụ:

Một nhà máy sản xuất bóng đèn gồm 3 phân xưởng, phân xưởng 1 sản xuất 50% tổng số bóng đèn, phân xưởng 2 sản xuất 20% tổng số bóng đèn, phân xưởng 3 sản xuất 30% tổng số bóng đèn. Tỷ lệ phế phẩm tương ứng của các phân xưởng là 2%, 3%, 4%. Tính tỷ lệ phế phẩm chung của toàn nhà máy

GIẢI:

Để xác định tỷ lệ phế phẩm chung của toàn nhà máy, ta lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ lô hàng của nhà máy. Tính xác suất để sản phẩm này là phế phẩm

Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là các biến cố “Chọn được sản phẩm của phân xưởng 1,2,3”. Ta có A_1, A_2, A_3 là hệ biến cố xung khắc và đầy đủ.

$$P(A_1) = 0.5, P(A_2) = 0.2, P(A_3) = 0.3$$

Gọi B là biến cố “Lấy được phế phẩm” Ta có

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1)P\left(\frac{B}{A_1}\right) + P(A_2)P\left(\frac{B}{A_2}\right) + P(A_3)P\left(\frac{B}{A_3}\right) \\ &= 0.5 \times 0.02 + 0.2 \times 0.03 + 0.3 \times 0.04 = 2.8\% \end{aligned}$$

Vậy tỷ lệ phế phẩm của nhà máy là 2.8%

Ví dụ:

Có 3 hộp bi: Hộp 1: Có 3 xanh, 4 đỏ, 5 vàng.

Hộp 2: Có 4 xanh, 5 đỏ, 6 vàng.

Hộp 3: Có 5 xanh, 6 đỏ, 7 vàng.

a) Chọn ngẫu nhiên 1 hộp và từ hộp đó lấy ngẫu nhiên 1 bi. Tính xác suất để bi lấy ra là bi xanh. Nếu bi lấy ra không là bi xanh, tính xác suất để bi đó được lấy từ hộp 2.

b) Chọn ngẫu nhiên 1 hộp và từ hộp đó lấy ngẫu nhiên 3 bi. Tính xác suất để 3 bi lấy ra có 3 màu khác nhau. Trong trường hợp đó tính xác suất để 3 bi được lấy từ hộp thứ 3

GIẢI:

a) Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là các biến cố “Chọn được hộp thứ 1,2,3” ta có hệ A_1, A_2, A_3 là hệ biến cố xung khắc và đầy đủ.

$$P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = \frac{1}{3}$$

Gọi B là biến cố “Lấy được bi xanh” Ta có

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1)P\left(\frac{B}{A_1}\right) + P(A_2)P\left(\frac{B}{A_2}\right) + P(A_3)P\left(\frac{B}{A_3}\right) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{3}{12} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{15} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{18} \approx 26.48\% \end{aligned}$$

\bar{B} là biến cố bi lấy ra không phải là bi xanh, ta cần tính:

$$P\left(\frac{A_2}{\bar{B}}\right) = \frac{P(A_2)P\left(\frac{\bar{B}}{A_2}\right)}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{11}{15}}{1 - 0.2648} = 33.25\%$$

b) Gọi C là biến cố "3 bi lấy ra có ba màu khác nhau"

$$P(C) = P(A_1)P\left(\frac{C}{A_1}\right) + P(A_2)P\left(\frac{C}{A_2}\right) + P(A_3)P\left(\frac{C}{A_3}\right)$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{3 \times 4 \times 5}{C_{12}^3} + \frac{1}{3} \times \frac{4 \times 5 \times 6}{C_{15}^3} + \frac{1}{3} \times \frac{5 \times 6 \times 7}{C_{18}^3} = 26.46\%$$

$$P\left(\frac{A_3}{C}\right) = \frac{P(A_3)P\left(\frac{C}{A_3}\right)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{210}{C_{18}^3}}{0.2646} = 32.42\%$$

BÀI TẬP CHƯƠNG XÁC SUẤT:

CT: Xác suất cổ điển- Xác suất có điều kiện

1) 30 đề thi có 10 đề khó. Chọn 2 đề trong bộ đó để làm đề thi chính thức và đề thi lại. Tính xác suất để

- a) Cả 2 đề thi đều khó.
- b) Có đúng 1 đề thi khó.
- c) Có nhiều nhất 1 đề thi khó.

2) Lớp học của sinh viên S có 50 sinh viên (trong đó có 3 sv giỏi S_1, S_2, S_3). Trong đợt thực tập sắp tới lớp chia làm 10 nhóm, mỗi nhóm 5 sinh viên. Tính xác suất để:

- a) SV S cùng nhóm với sv S_1 .
- b) SV S cùng nhóm với chỉ 1 trong 3 sv S_1, S_2, S_3 .
- c) SV S và ít nhất 1 trong 3 sv S_1, S_2, S_3 cùng nhóm.

3) Trong 1 hộp có 12 bóng đèn trong đó có 3 bóng hỏng. Lấy ngẫu nhiên có thứ tự và 0 hoàn lại 3 bóng để dùng. Tìm xác suất để:

- a) Cả 3 bóng đều hỏng.
- b) Cả 3 bóng đều 0 hỏng.
- c) Có ít nhất 1 bóng 0 hỏng.
- d) Chỉ có bóng thứ 2 hỏng.

Công thức cộng, nhân, xác suất toàn phần:

- 1) Một thiết bị có 3 loại linh kiện
Loại 1: Chiếm 35% tổng số các linh kiện.
Loại 2: Chiếm 25% tổng số các linh kiện.
Loại 3: Chiếm 40% tổng số các linh kiện.

Cho biết xác suất hỏng (tại thời điểm đang xét) của linh kiện loại 1,2,3 lần lượt là: 15%, 25%, 5%. Máy hiện bị hỏng . Tính xem loại linh kiện nào có xác suất hỏng lớn nhất.

2) Trong 1 xưởng có 3 máy làm việc. Trong 1ca xác suất cần sửa chữa của máy 1, máy 2, máy 3 lần lượt là 0.15; 0.1; 0.12. Tính xác suất sao cho trong 1 ca làm việc

- a) Cả 3 máy 0 cần sửa chữa.
 - b) Có ít nhất 1 máy cần sửa chữa.
 - c) Có đúng 2 máy cần sửa chữa.
 - d) Có nhiều nhất 2 máy cần sửa chữa.
- 3) Có 3 loại hộp

Loại 1 có 4 hộp mỗi hộp có 5 sản phẩm tốt, 3 phế phẩm.

Loại 2 có 3 hộp mỗi hộp có 6 sản phẩm tốt, 4 phế phẩm.

Loại 3 có 3 hộp mỗi hộp có 5 sản phẩm tốt, 2 phế phẩm.

a) Lấy ngẫu nhiên 1 hộp, từ hộp lấy ra 1 sản phẩm. Tính xác suất để được sản phẩm tốt.

b) Giả sử lấy được sản phẩm tốt. Tính xác suất để sản phẩm đó được lấy từ hộp loại 2.

4) Có 3 hộp phân. Hộp 1 có 15 viên tốt và 5 viên xấu.

Hộp 2 có 10 viên tốt và 4 viên xấu.

Hộp 3 có 20 viên tốt và 10 viên xấu.

Lấy ngẫu nhiên 1 hộp và từ hộp đó lấy ra 1 viên. Tính xác suất anhrđ

a) Viên phân lấy ra là viên phân tốt.

b) Giả sử viên lấy ra là phân tốt. Tính xác suất để viên đó được lấy từ hộp thứ 2.

5) Các sản phẩm của 3 phân xưởng của nhà máy được đóng thành hộp. Mỗi hộp có 10 sản phẩm. Tỷ lệ sản phẩm loại B của phân xưởng 1,2,3 lần lượt là: 20%; 50%; 30%. Một nhân viên lấy mẫu mang về 4 hộp của phân xưởng 1, 3 hộp của phân xưởng 2, 3 hộp của phân xưởng 3. Một nhân viên khác chọn ngẫu nhiên 1 hộp và từ hộp đó lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm.

a) Tìm xác suất để sản phẩm lấy ra là loại B.

b) Nếu sản phẩm lấy ra là loại B. Tính xác suất để sản phẩm đó do phân xưởng 2 sản xuất.

6) Có 3 hộp bi: Hộp 1 có: 6 xanh, 4 đỏ

Hộp 2 có: 7 xanh, 3 đỏ

Hộp 3 có: 8 xanh, 2 đỏ.

a) Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 bi. Tính xác suất để trong 3 bi lấy ra có:

a1) Đúng 1 bi đỏ.

a2) Có ít nhất 1 bi đỏ.

b) Lấy ngẫu nhiên từ hộp H_i ra i viên bi. Tính xác suất để 6 bi lấy ra có :

b1) 6 bi xanh b2) ít nhất 1 bi xanh b3) Đúng 2 bi xanh.