Mạch phi tuyến

Cơ sở lý thuyết mạch điện

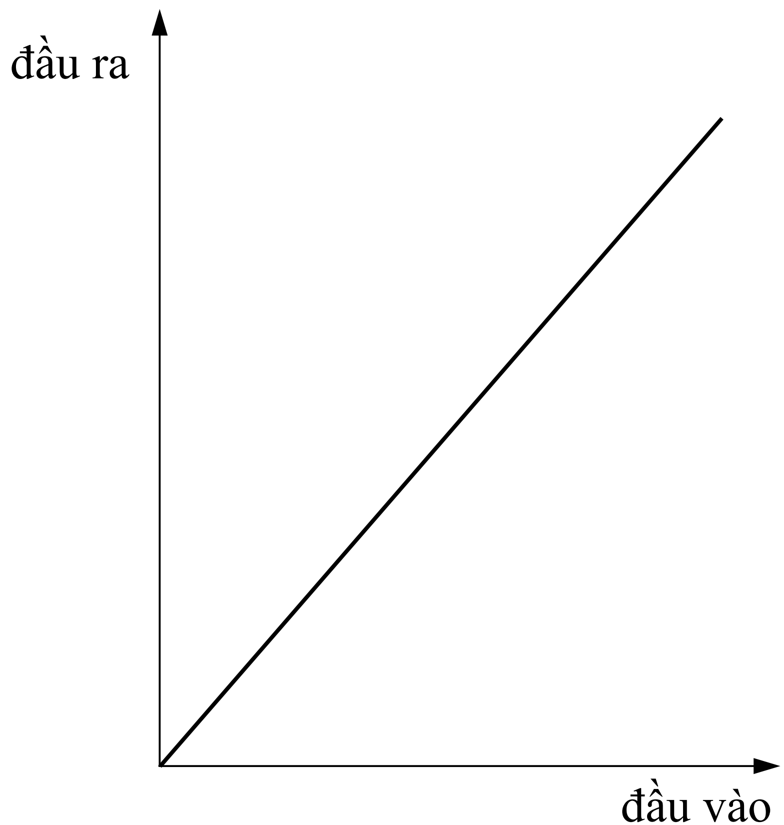
Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

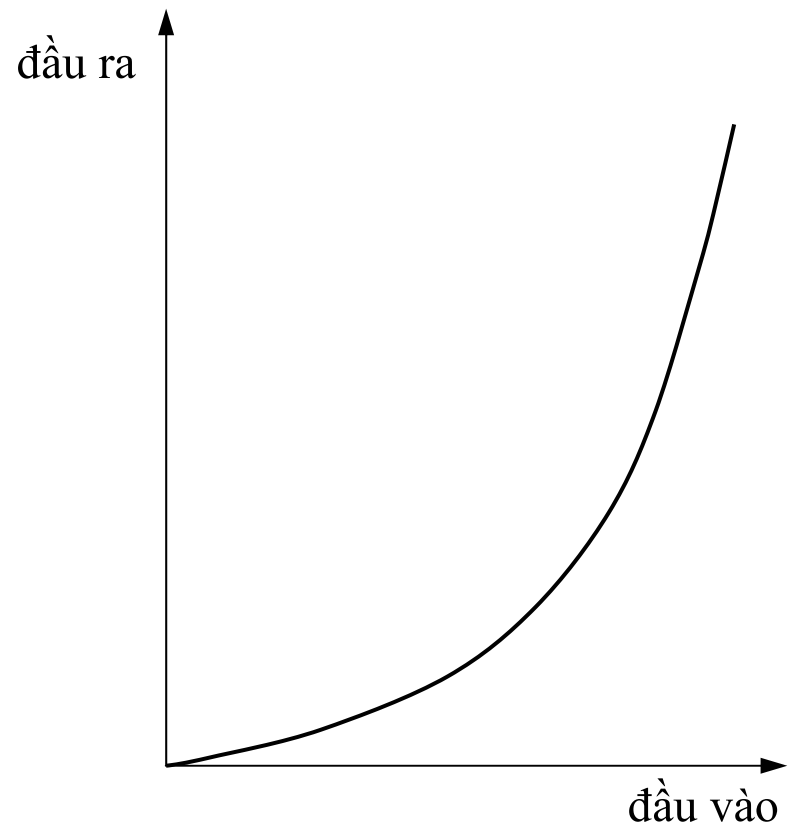
Giới thiệu (1)

- Về mạch điện phi tuyến
- Mạch điện phi tuyến: có ít nhất một phần tử phi tuyến (không kể các nguồn áp hoặc dòng độc lập)
- Phần tử phi tuyến: đáp ứng & kích thích liên hệ với nhau bằng một hàm phi tuyến hoặc một quan hệ phi tuyến
- (Dòng/áp, dòng/từ thông, áp/điện tích)
- Tất cả các mạch điện trong thực tế đều phi tuyến

Giới thiệu (2)



Tuyến tính



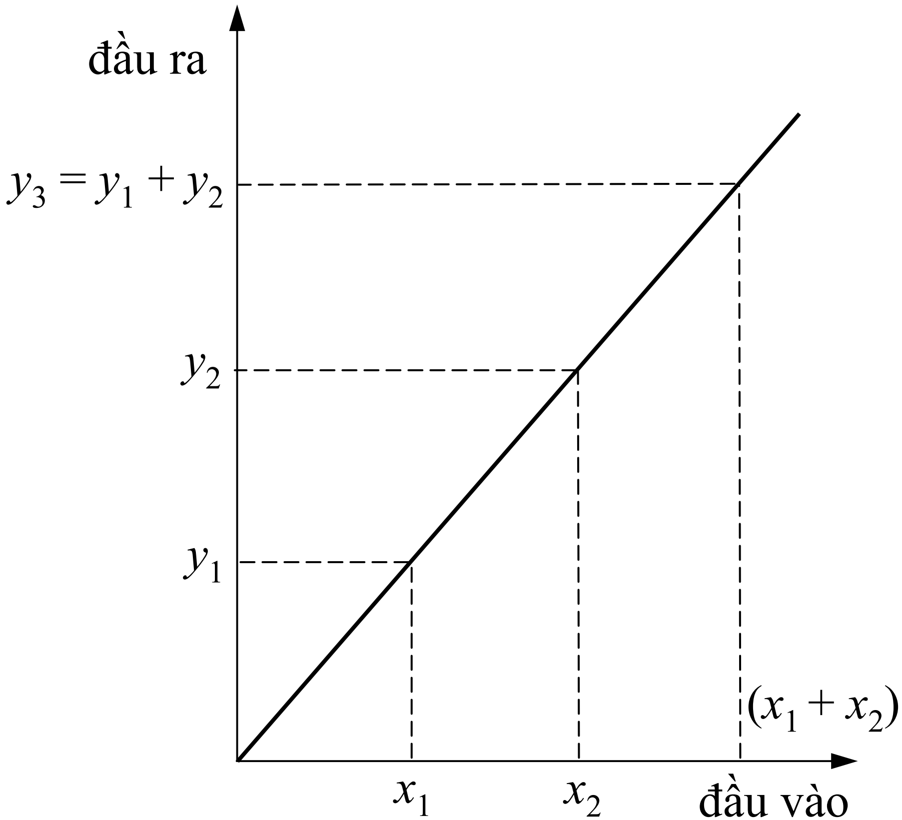
Phi tuyến

Giới thiệu (3)

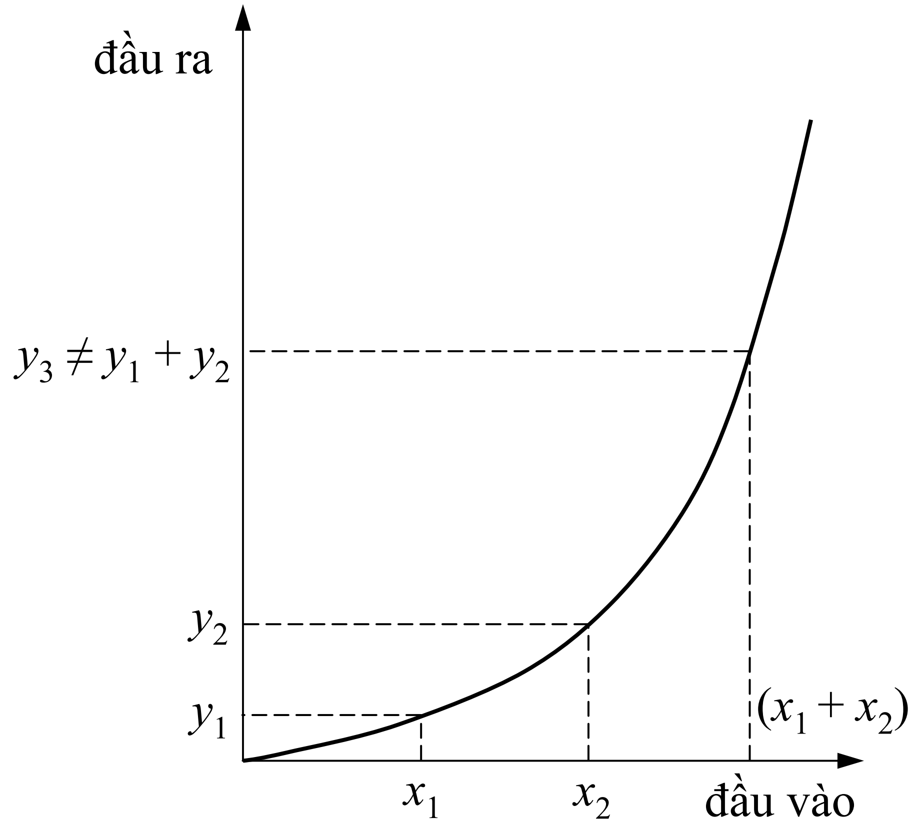
- Các luật Kirchhoff vẫn đúng
- Không xếp chồng đáp ứng
- Ứng dụng: điện tử, mạch từ, …
- Các lĩnh vực nghiên cứu:
  - Xác lập
  - Quá độ

Giới thiệu (4)

Không xếp chồng đáp ứng !!!



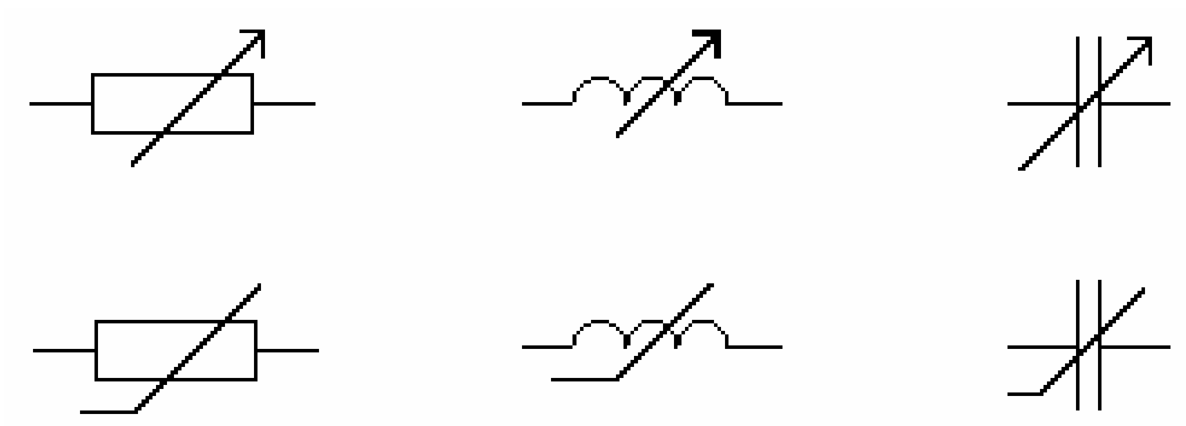
Tuyến tính



Phi tuyến

Giới thiệu (5)

Tuyến tính	Phi tuyến
$R = \text{const}$	$R = R(i, t, \ldots)$
$L = \text{const}$	$L = L(i, t, \ldots)$
$C = \text{const}$	$C = C(u, t, \ldots)$



Giới thiệu (6)

- Mô hình toán: hệ phương trình vi phân phi tuyến
- Rút ra từ 2 luật Kirchhoff
- PTVP có các vấn đề chính:
  - Nghiệm có tồn tại không
  - Nghiệm có ổn định không
- Môn học này giả thiết rằng đã tồn tại nghiệm, chỉ cần tìm nghiệm
- Mạch tuyến tính có phương pháp tổng quát cho nghiệm chính xác
- Mạch phi tuyến không có phương pháp tổng quát cho nghiệm chính xác
- Thường dùng các phương pháp gần đúng

Nội dung

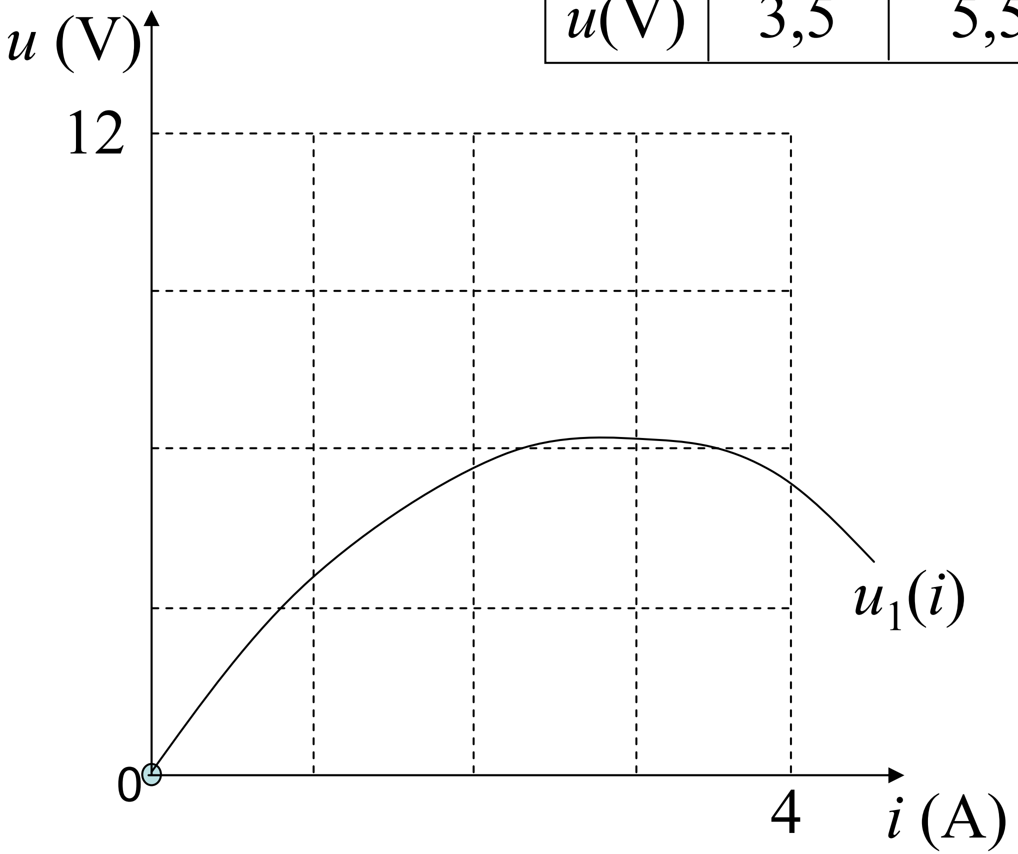
- Giới thiệu
- **Đặc tính của phần tử phi tuyến**
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

Đặc tính của phần tử phi tuyến (1)

- Xây dựng: bằng thí nghiệm
- Biểu diễn bằng:
  – Đồ thị
  – Hàm giải tích
  – Bảng số

Đặc tính của phần tử phi tuyến (2)

i(A)	1	2	3	4
u(V)	3,5	5,5	6,1	5,3



$$u(i) = -0{,}7i^2 + 4{,}1i$$

Đặc tính của phần tử phi tuyến (3)

- Hệ số động:

$$k_{đ}(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x}$$

- Ví dụ:

$$r_{đ}(i) = \frac{\partial u(i)}{\partial i} \qquad L_{đ}(i) = \frac{\partial \psi(i)}{\partial i} \qquad C_{đ}(u) = \frac{\partial q(u)}{\partial u}$$

Đặc tính của phần tử phi tuyến (4)

- Hệ số tĩnh:

$$k_t(x) = \frac{f(x)}{x}$$

- Ví dụ:

$$r_t(i) = \frac{u(i)}{i} \qquad L_t(i) = \frac{\psi(i)}{i} \qquad C_t(u) = \frac{q(u)}{u}$$

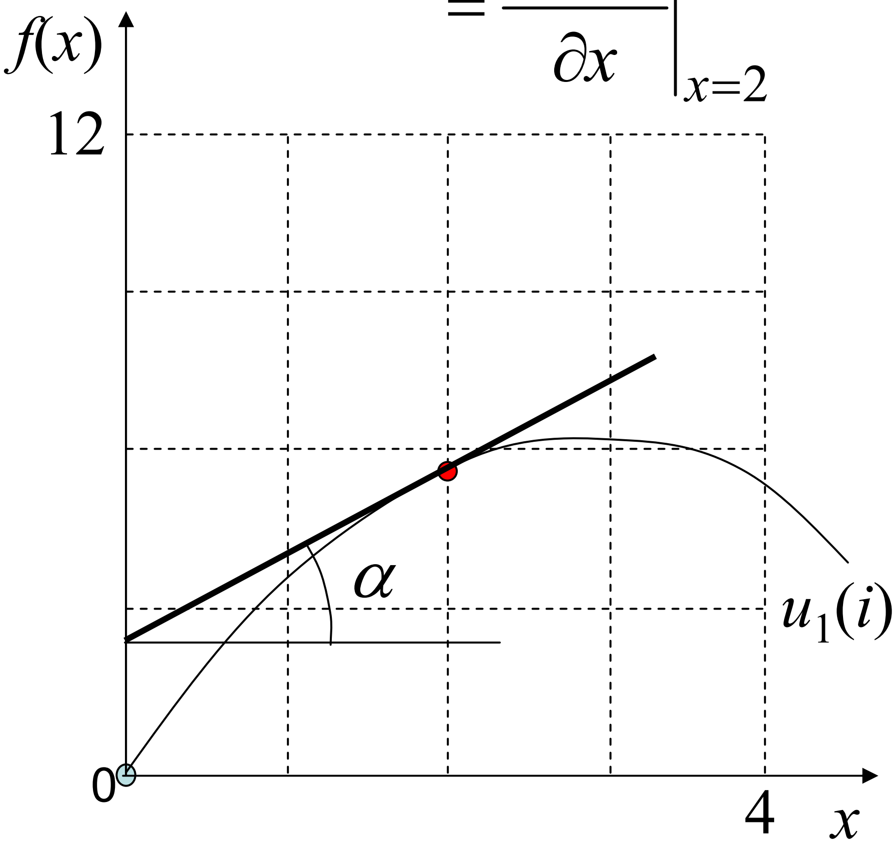
Đặc tính của phần tử phi tuyến (5)

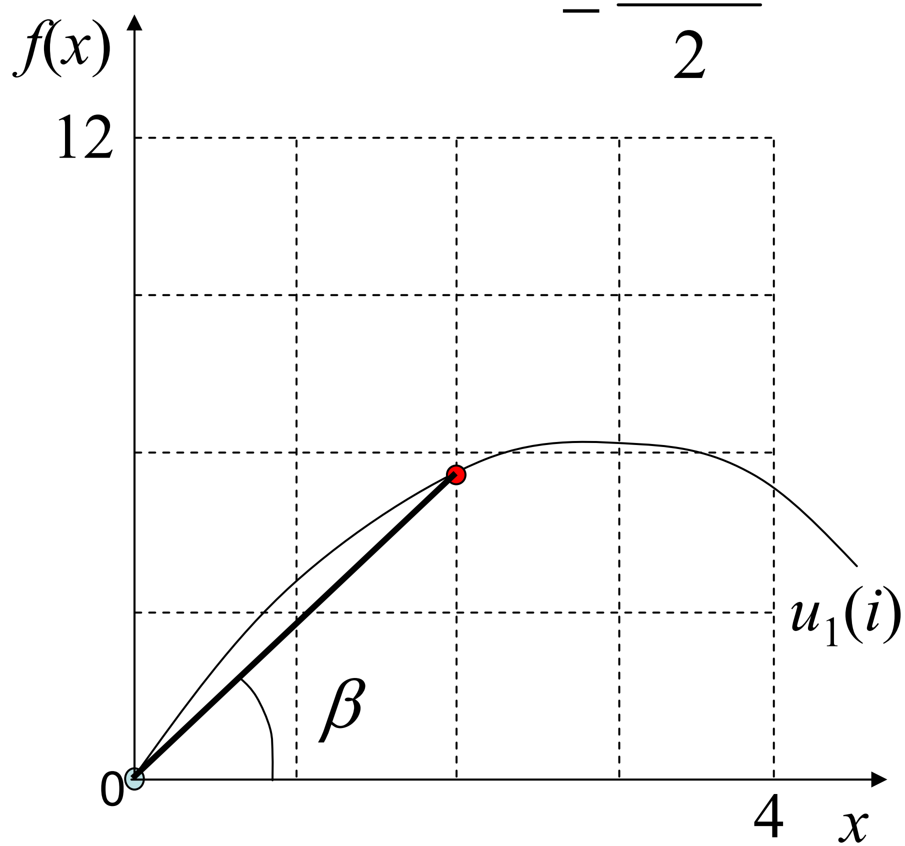
$$k_đ(x)\Big|_{x=2} = ?$$

$$= \frac{\partial f(x)}{\partial x}\Big|_{x=2}$$

$$k_t(x)\Big|_{x=2} = ?$$

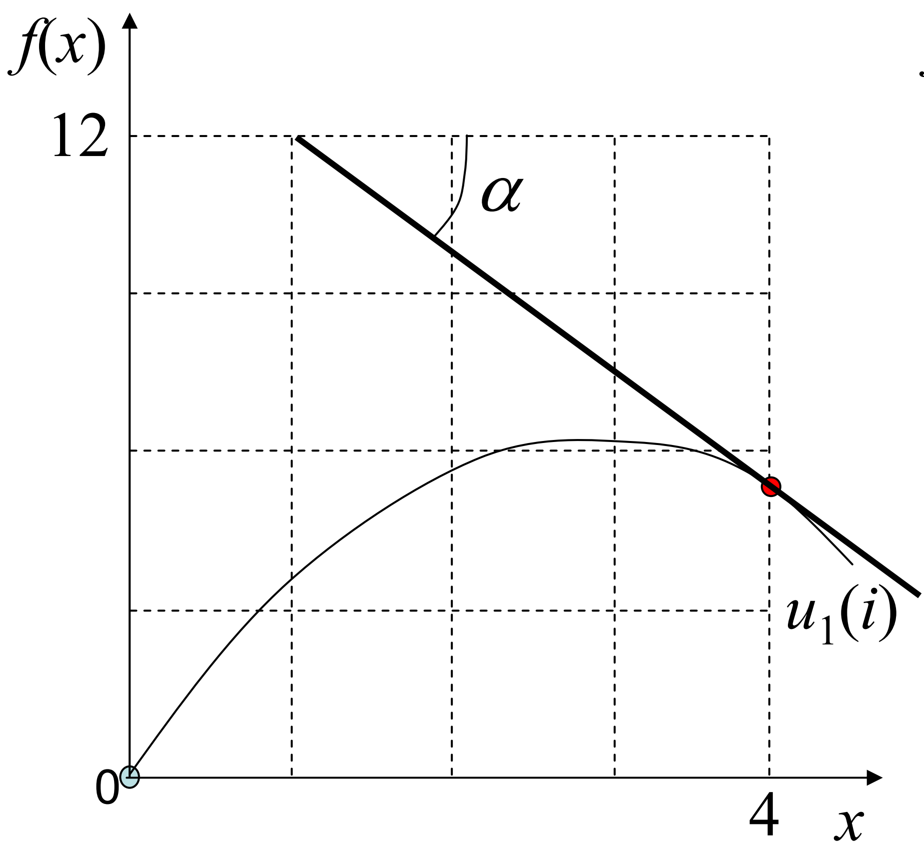
$$= \frac{f(2)}{2}$$

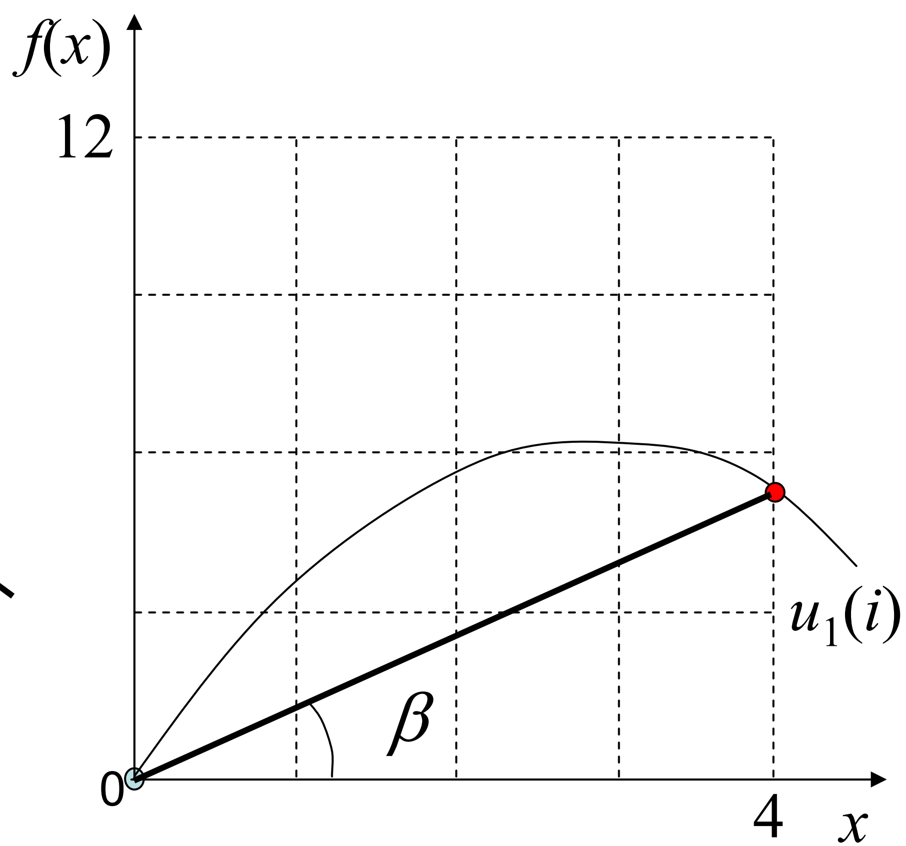




Đặc tính của phần tử phi tuyến (6)

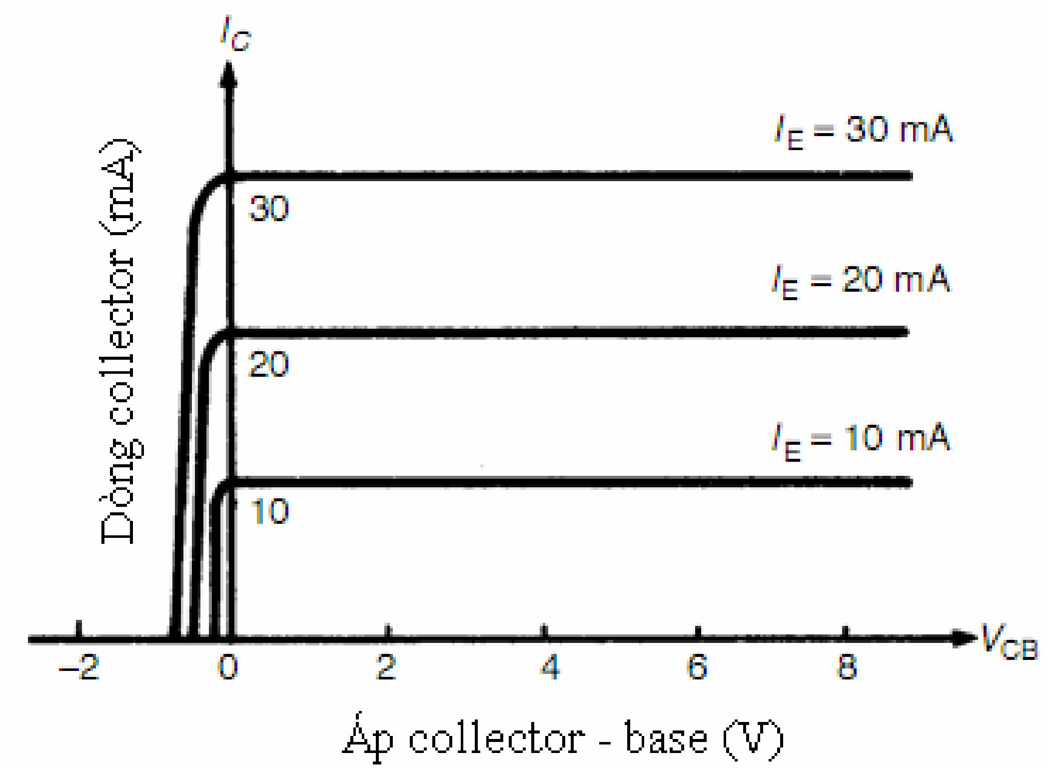
$k_{đ}(x)\big|_{x=4}$ $\qquad\qquad$ $k_{t}(x)\big|_{x=4}$





Đặc tính của phần tử phi tuyến (7)

- Họ đặc tính



Đặc tính của phần tử phi tuyến (8)

2 tính chất cơ bản:

1. Tạo tần

$$\left.\begin{aligned} u(i) &= 3i^2 \\ i(t) &= 5\sin 314t \text{ A} \end{aligned}\right\} \rightarrow u(t) = 3(5\sin 314t)^2 = 75\sin^2 314t = 37{,}5(1 - \cos 628t) \text{ V}$$

2. Không xếp chồng đáp ứng

$$\left.\begin{aligned} u(i) &= 3i^2 \\ i_1 &= 2 \text{ A} \\ i_2 &= 4 \text{ A} \end{aligned}\right\} \rightarrow u_R(2+4) = 108 \neq u_R(2) + u_R(4) = 60$$

Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- **Chế độ xác lập**
  - **Chế độ hằng**
    - **Khái niệm**
    - **Phương pháp đồ thị**
    - **Phương pháp dò**
    - **Phương pháp lặp**
    - **Mạch từ**
    - **Mạch từ có nam châm vĩnh cửu**
  - **Chế độ dao động**
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

Khái niệm

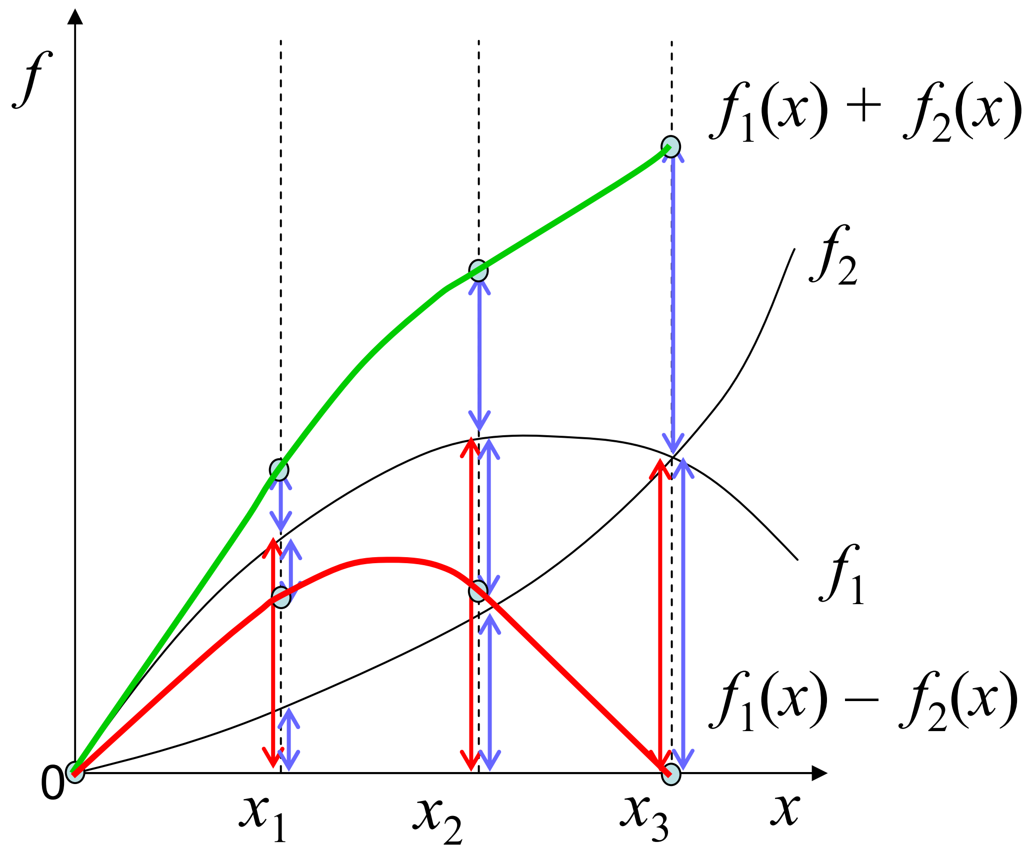
- Dòng & áp không biến thiên theo thời gian
- → *L* ngắn mạch, *C* hở mạch
- (hệ) phương trình vi phân phi tuyến → (hệ) phương trình đại số phi tuyến
- Ý nghĩa:
  - Là mô hình của các thiết bị điện một chiều (ví dụ ắc quy)
  - Là một bước quan trọng để tính toán các chế độ khác
- Giải:
  - P/p đồ thị
  - P/p dò
  - P/p lặp

Phương pháp đồ thị (1)

- Dùng đồ thị trên mặt phẳng 2 chiều (hoặc mặt phẳng trong không gian 3 chiều) để tìm nghiệm
- Chỉ dùng cho phương trình tối đa 2 ẩn
- Các phép toán trên đồ thị:
  – Cộng/trừ
  – Tỉ lệ
  – Nhân/chia
  – Tìm nghiệm

Phương pháp đồ thị (2)

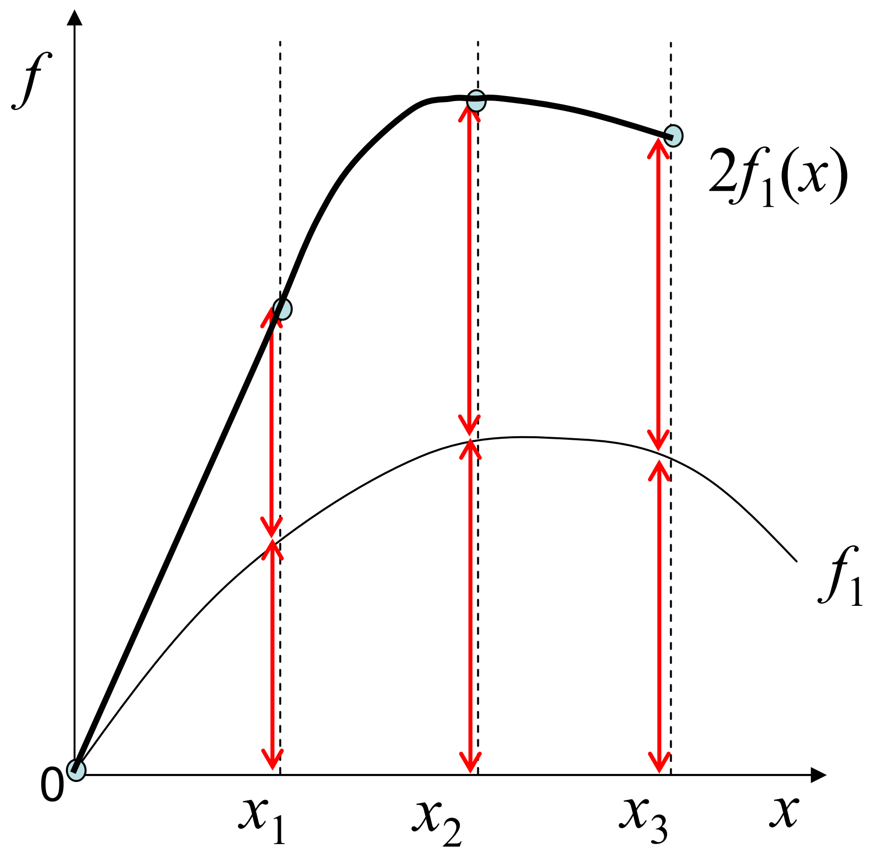
- Cộng/trừ đồ thị: $f_1(x) \pm f_2(x)$



Phương pháp đồ thị (3)

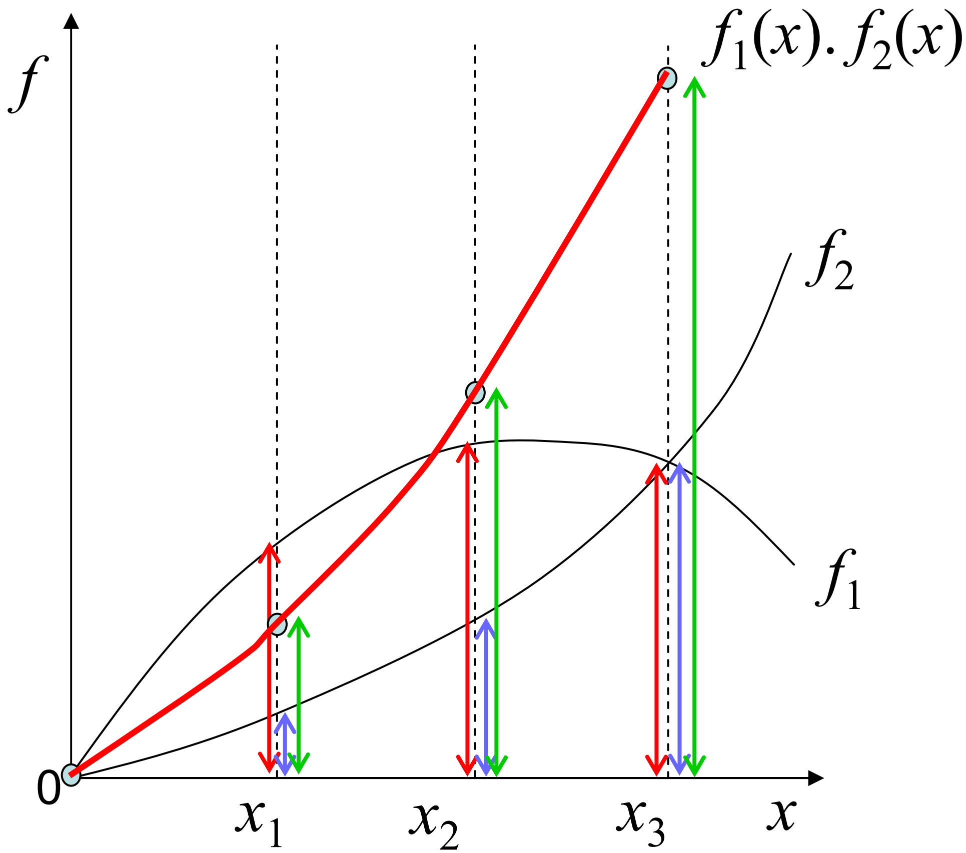
- Tỉ lệ: $kf(x)$

$k = 2$



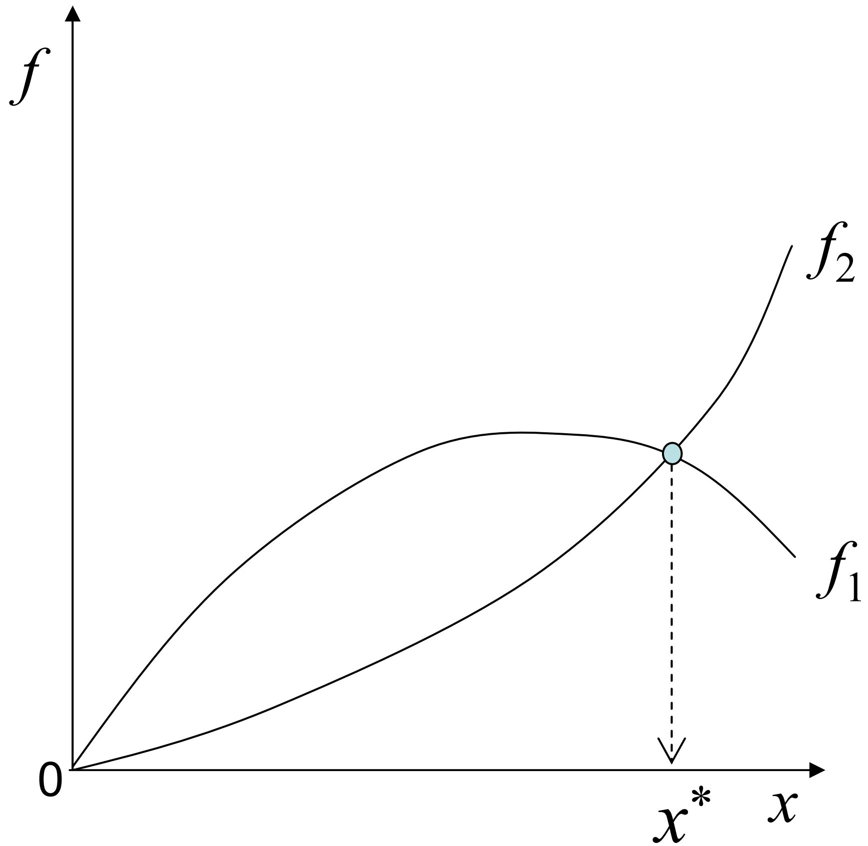
Phương pháp đồ thị (4)

- Nhân/chia: ví dụ $f_1(x).f_2(x)$



Phương pháp đồ thị (5)

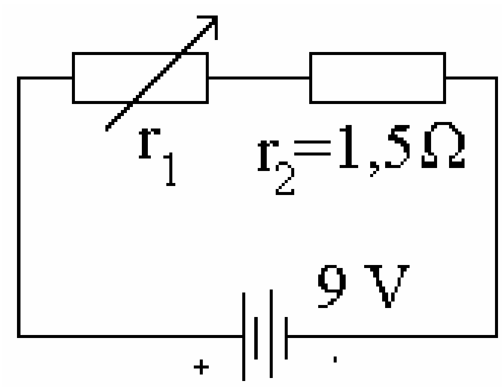
- Tìm nghiệm: $f_1(x) = f_2(x)$



Phương pháp đồ thị (6)

VD1

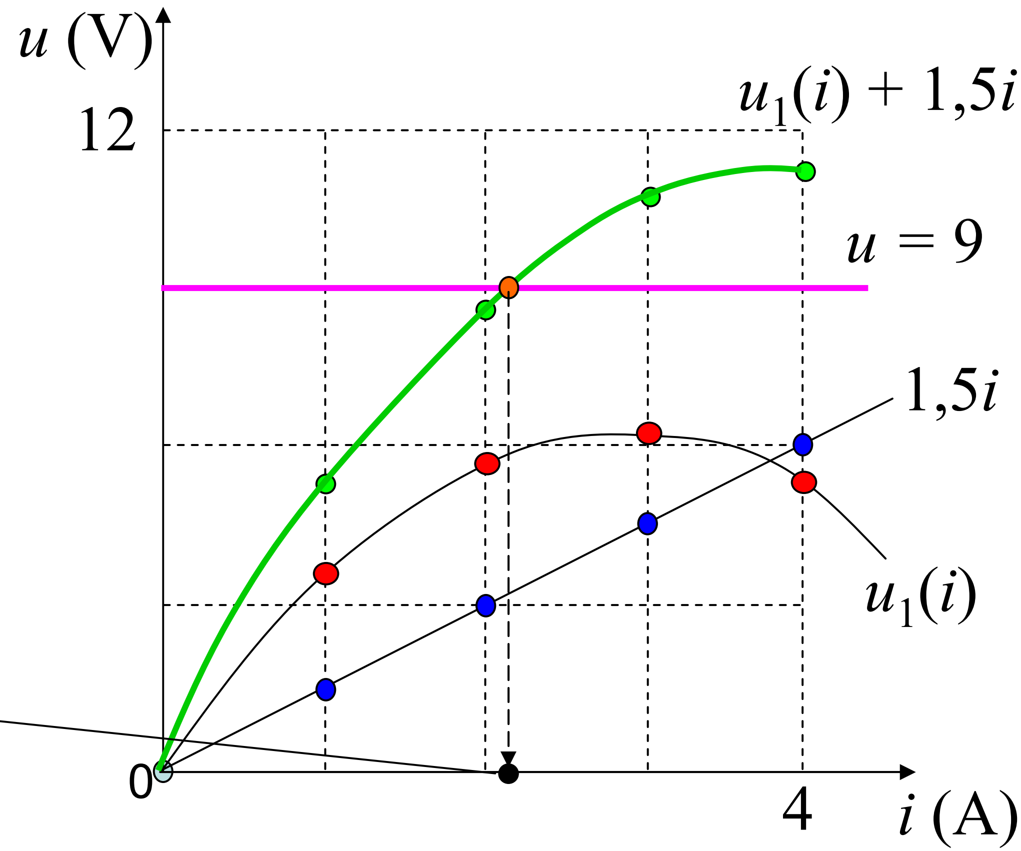
Tìm dòng điện trong mạch.



$$u_1(i) + r_2 i = 9$$

$$\rightarrow u_1(i) + 1,5i = 9$$

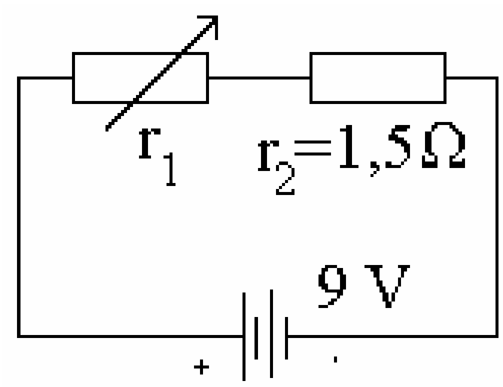
$$\boxed{\rightarrow i = 2,2\text{ A}}$$



Phương pháp đồ thị (7)

VD1

Tìm dòng điện trong mạch.

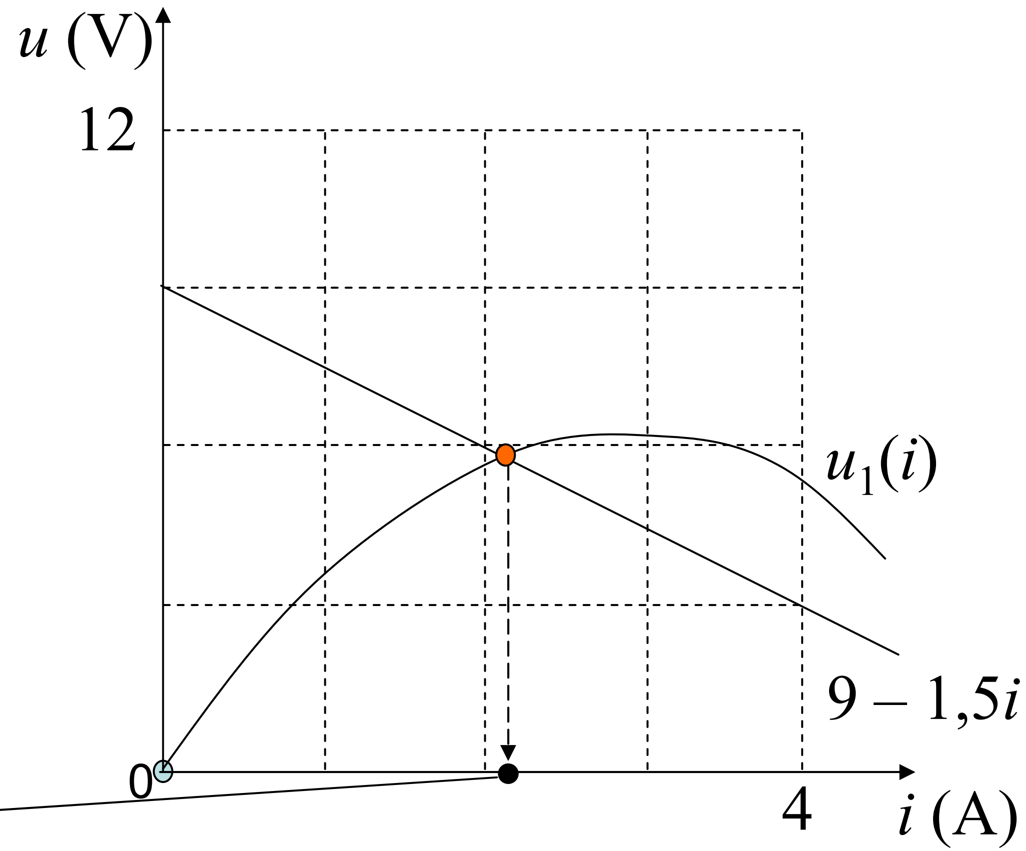


$u_1(i) + r_2 i = 9$

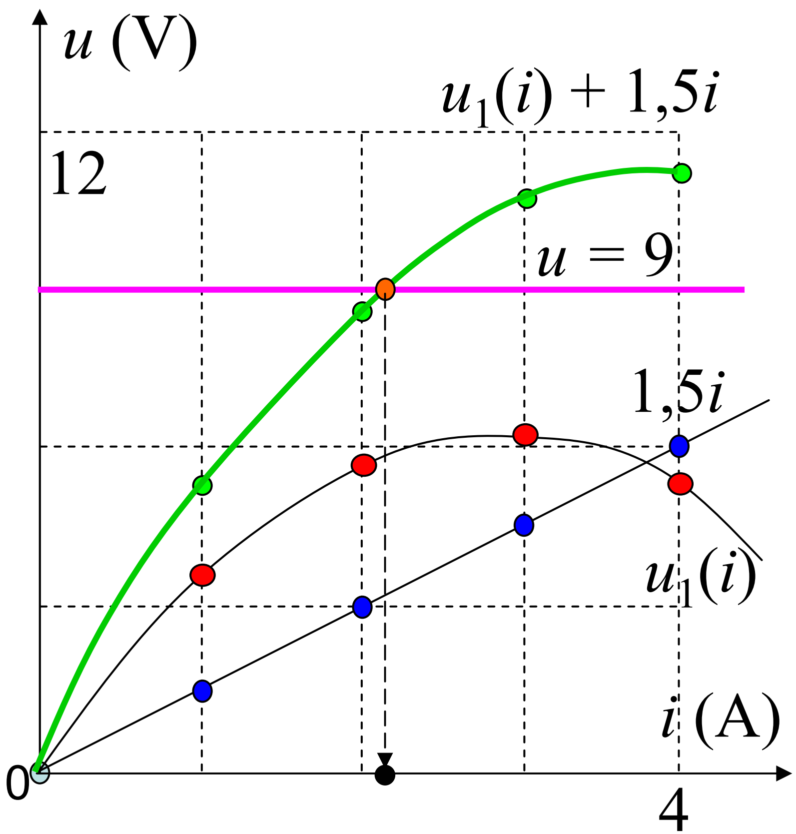
$\rightarrow u_1(i) + 1{,}5i = 9$

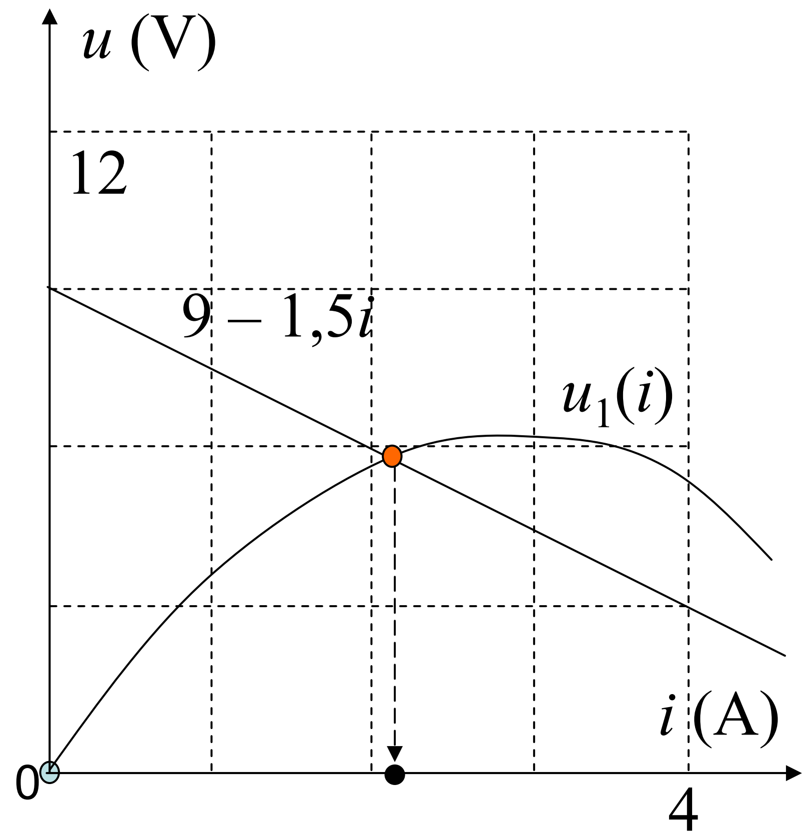
$\rightarrow u_1(i) = 9 - 1{,}5i$

$\boxed{\rightarrow i = 2{,}2 \text{ A}}$



Phương pháp đồ thị (8)



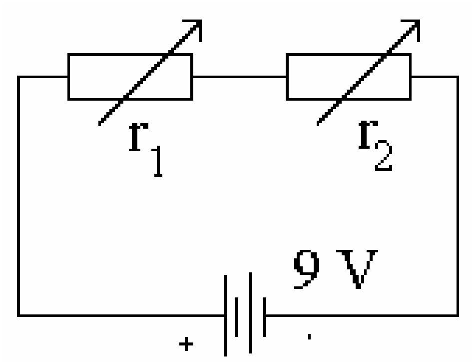


$$u_1(i) + 1,5i = 9 \qquad\qquad u_1(i) = 9 - 1,5i$$

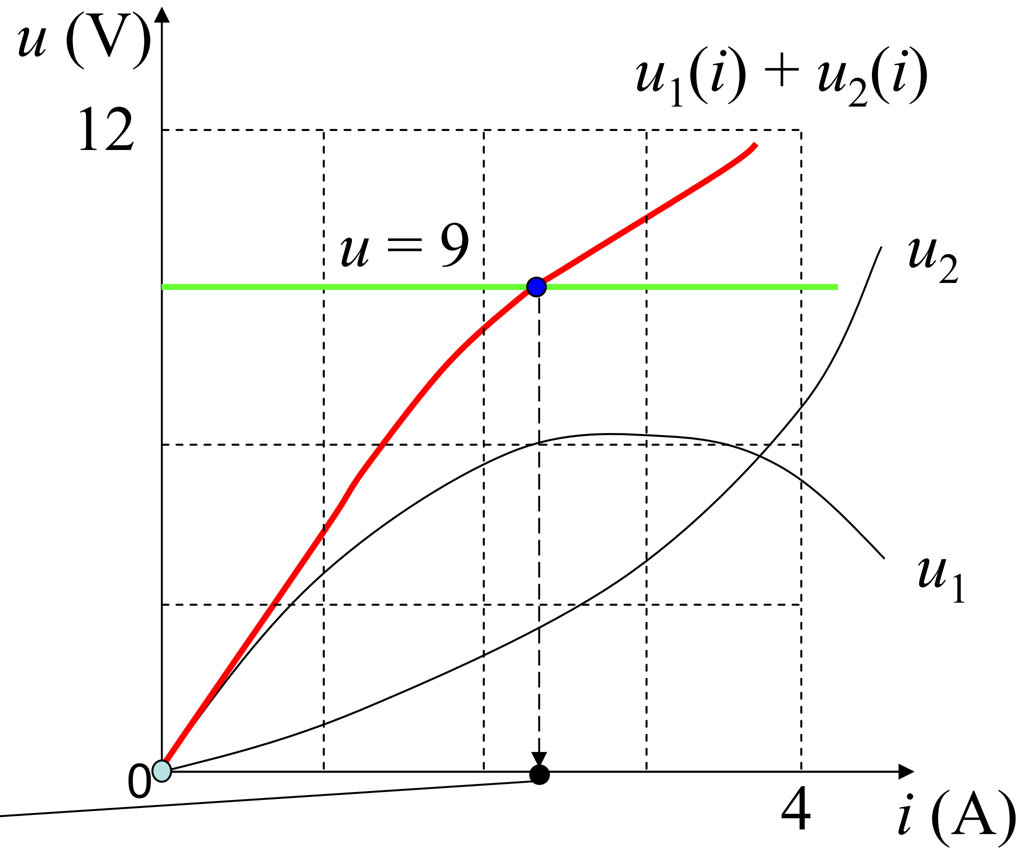
Phương pháp đồ thị (9)

VD2

Tìm dòng điện trong mạch.



$$u_1(i) + u_2(i) = 9$$

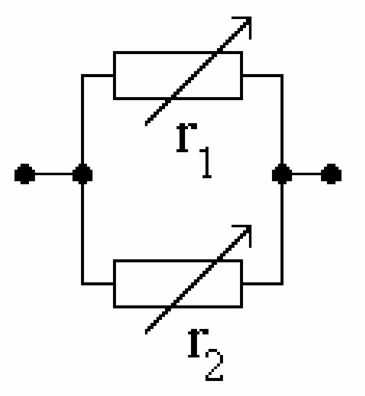


$\boxed{i = 2,3\ \text{A}}$

VD3

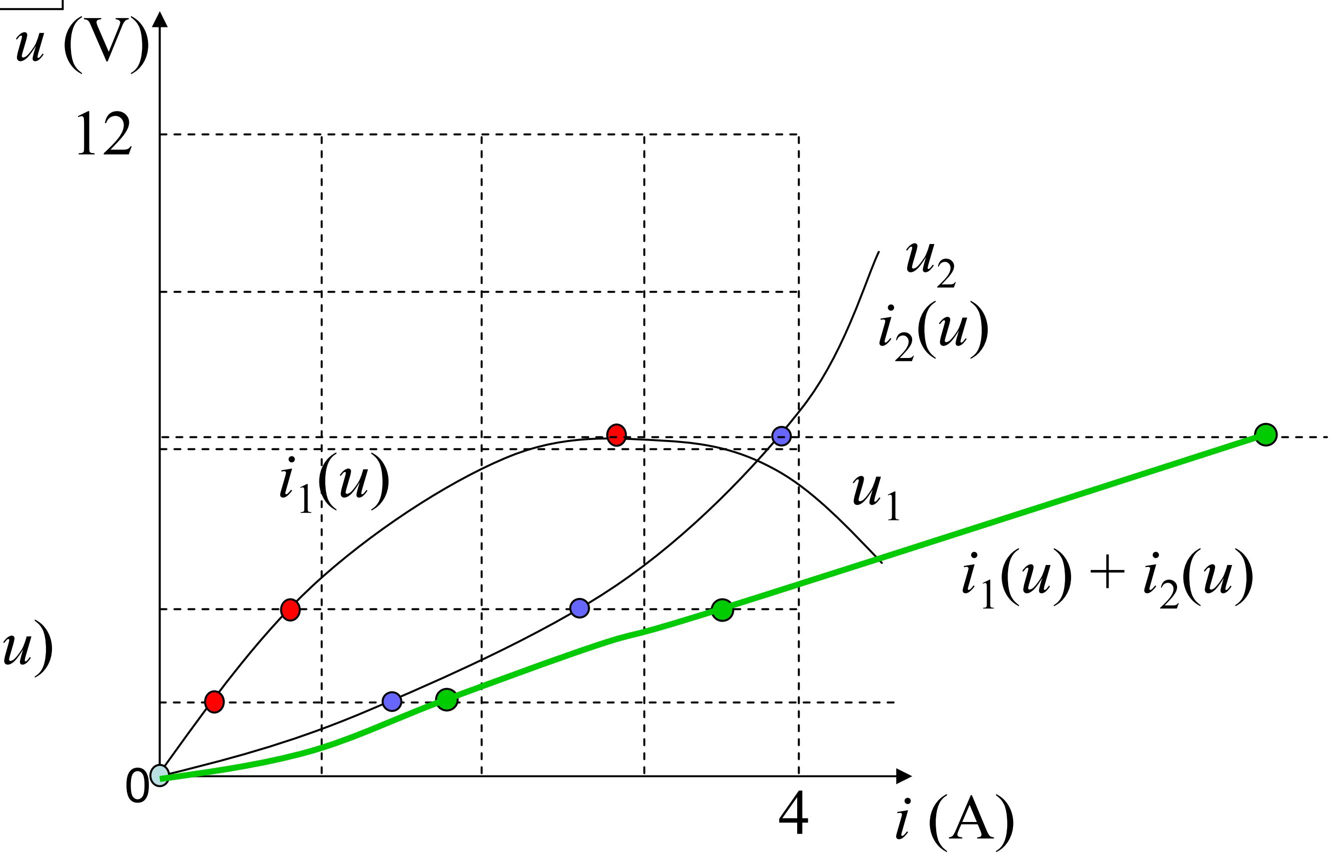
Phương pháp đồ thị (10)

Tìm dòng điện trong mạch.



$u_{12}(i)$?

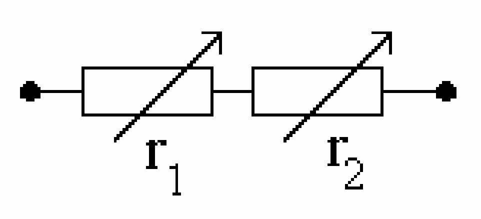
$$i_{12}(u_{12}) = i_1(u) + i_2(u)$$



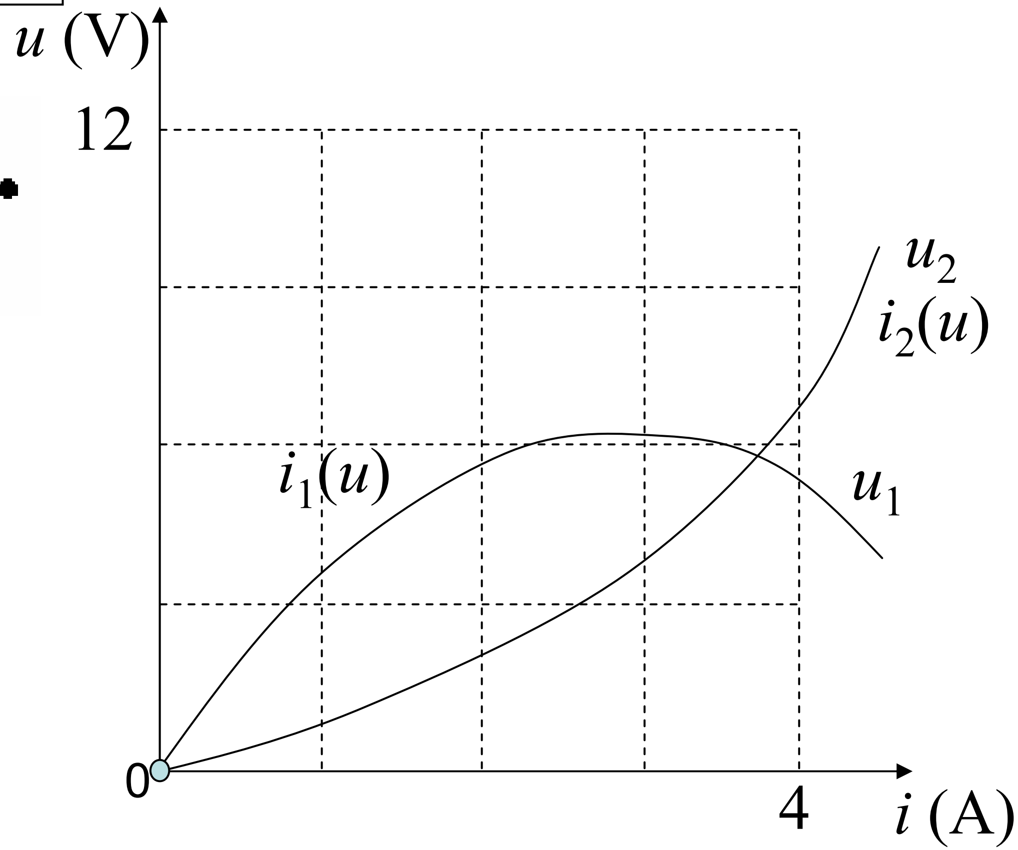
VD4

Phương pháp đồ thị (11)

Tìm dòng điện trong mạch.



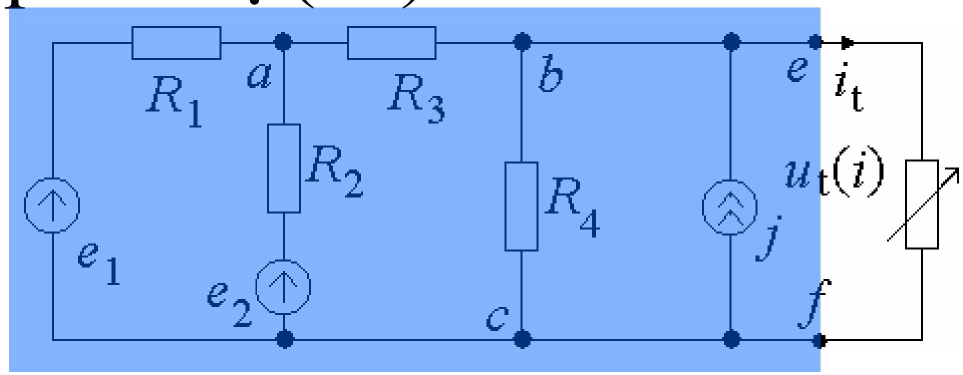
$u_{12}(i)$?

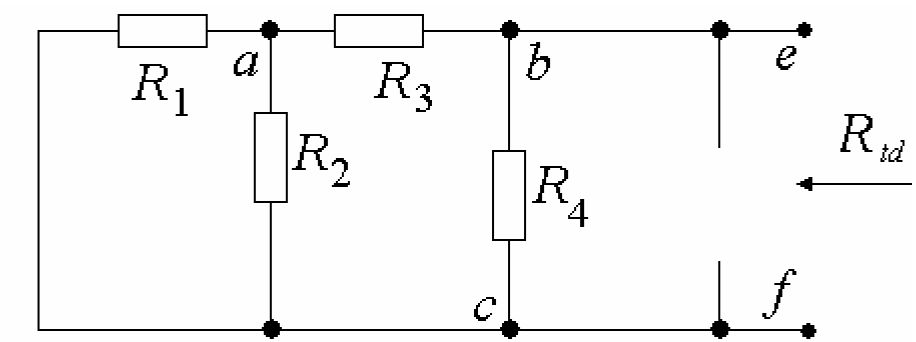


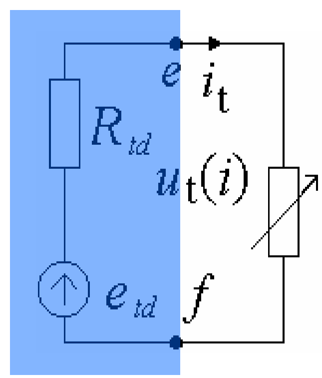
Phương pháp đồ thị (12)

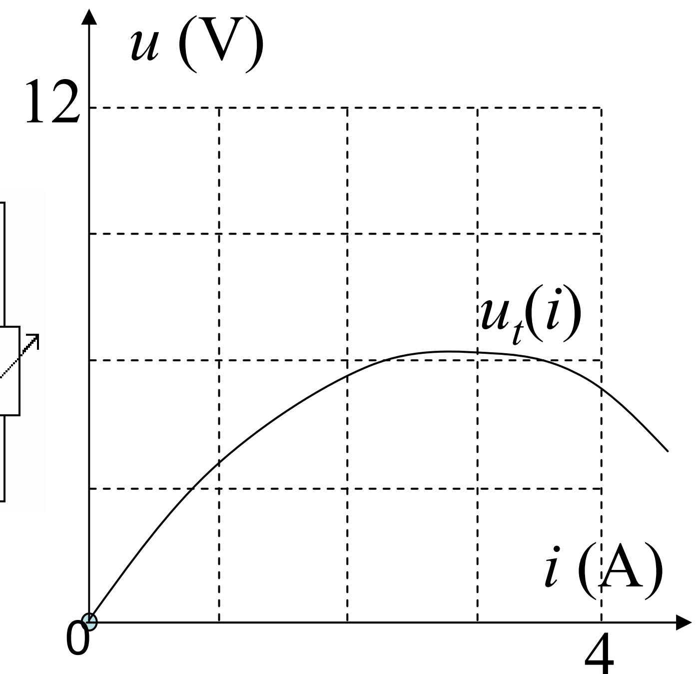
VD5

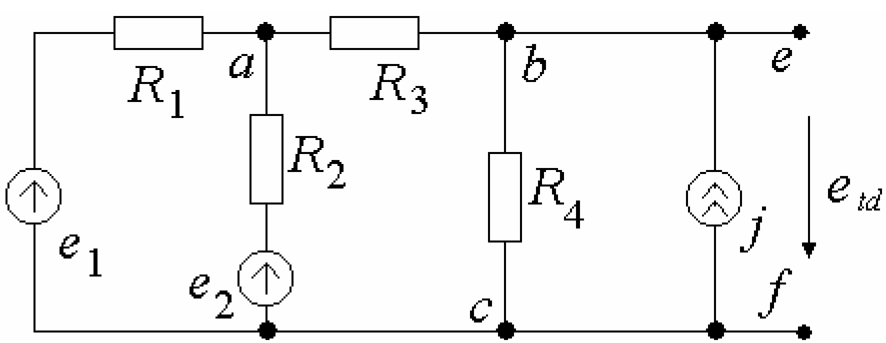
$e_1 = 16$ V; $e_2 = 9$ V; $j = 2$ A; $R_1 = 4\ \Omega$; $R_2 = 6\ \Omega$; $R_3 = 2\ \Omega$; $R_4 = 10\ \Omega$; Tính i_t.







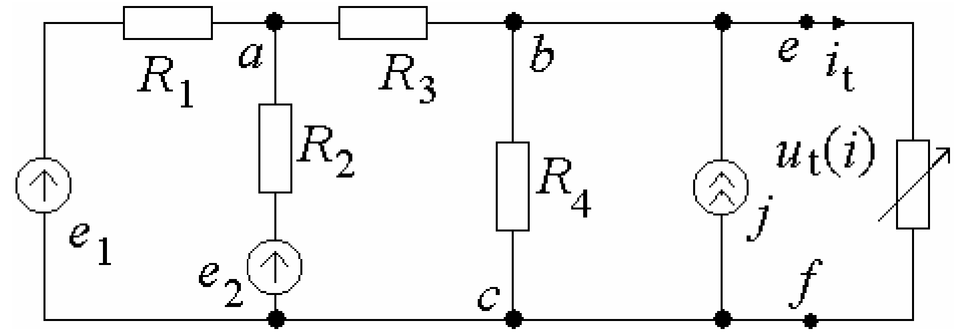


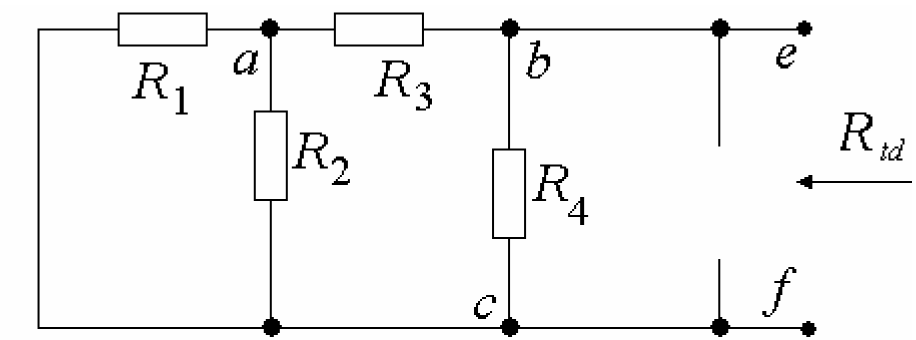


VD5

Phương pháp đồ thị (13)

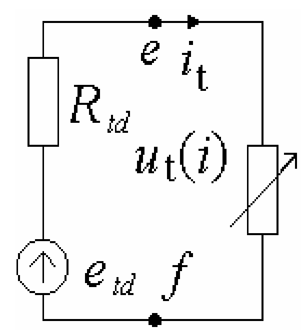
$e_1 = 16$ V; $e_2 = 9$ V; $j = 2$ A; $R_1 = 4\ \Omega$; $R_2 = 6\ \Omega$; $R_3 = 2\ \Omega$; $R_4 = 10\ \Omega$; Tính i_t.

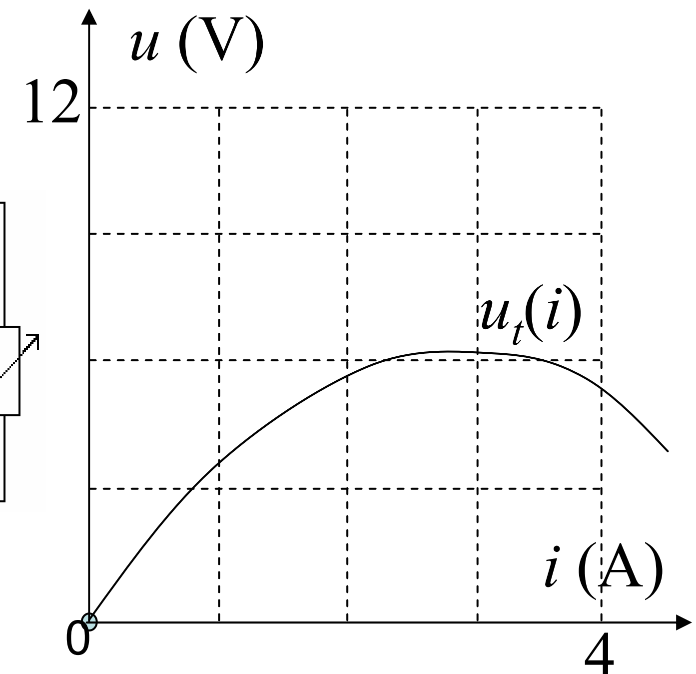




$$R_{td} = [(R_1 // R_2) + R_3] // R_4$$

$$= \frac{\left(\frac{4.6}{4+6} + 2\right)10}{\frac{4.6}{4+6} + 2 + 10} = 3{,}06\ \Omega$$

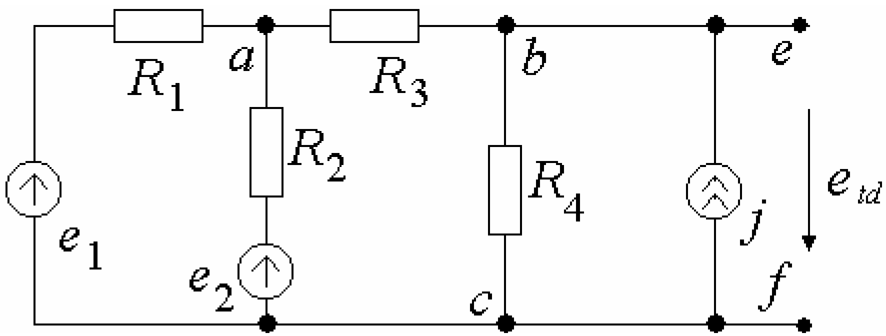


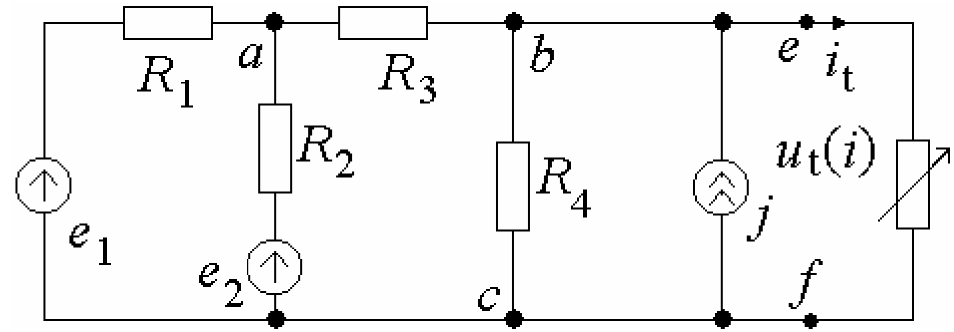


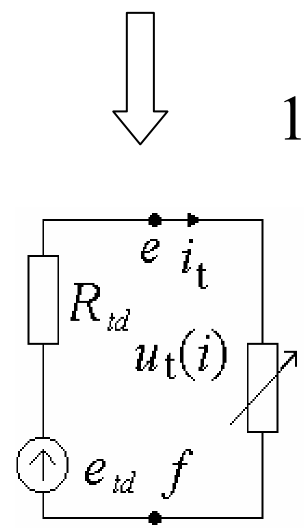
Phương pháp đồ thị (14)

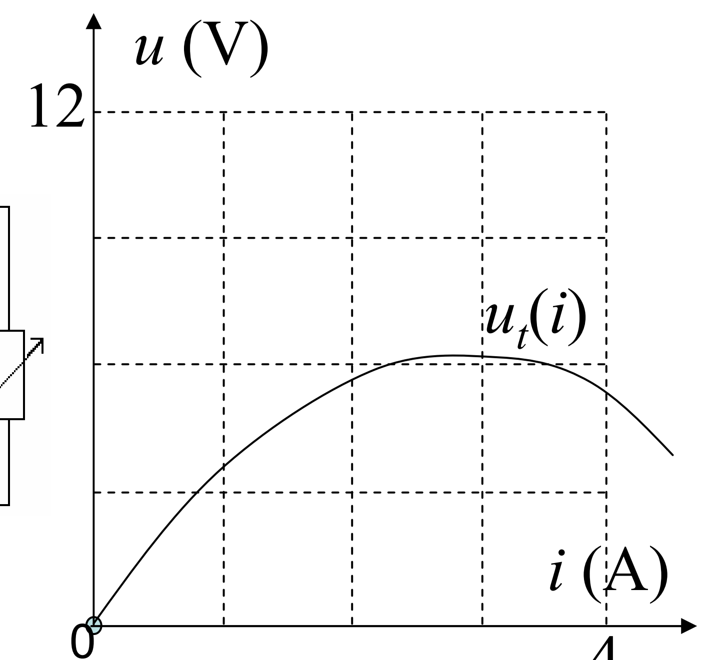
VD5

$e_1 = 16$ V; $e_2 = 9$ V; $j = 2$ A; $R_1 = 4\ \Omega$; $R_2 = 6\ \Omega$; $R_3 = 2\ \Omega$; $R_4 = 10\ \Omega$; Tính i_t.









Đặt $\varphi_c = 0$

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right)\varphi_a - \dfrac{1}{R_3}\varphi_b = \dfrac{e_1}{R_1} + \dfrac{e_2}{R_2} \\ -\dfrac{1}{R_3}\varphi_a + \left(\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4}\right)\varphi_b = j \end{cases}$$

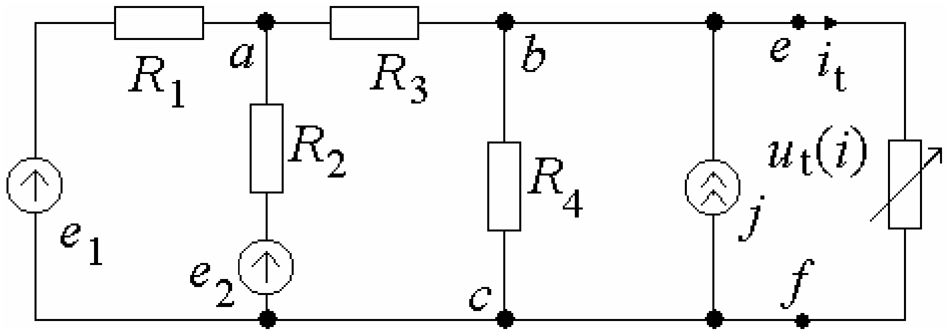
$\rightarrow \varphi_b = 15{,}28\,\text{V}$ $\rightarrow e_{td} = \varphi_b = 15{,}28$ V

Phương pháp đồ thị (15)

VD5

$e_1 = 16$ V; $e_2 = 9$ V; $j = 2$ A; $R_1 = 4\ \Omega$; $R_2 = 6\ \Omega$; $R_3 = 2\ \Omega$; $R_4 = 10\ \Omega$; Tính i_t.

$$R_{td} = 3{,}06\ \Omega;\ \ e_{td} = 15{,}28\ \text{V}$$

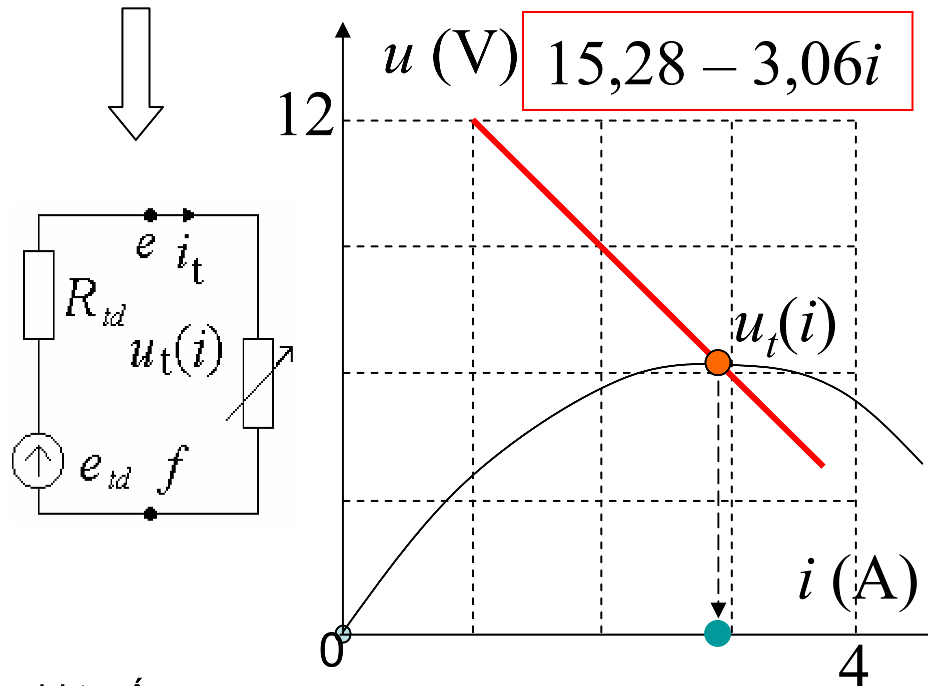


$$u_t(i) + R_{td} i = e_{td}$$

$\rightarrow u_t(i) + 3{,}06i = 15{,}28$

$\rightarrow u_1(i) = 15{,}28 - 3{,}06i$

$\rightarrow i = 2{,}9$ A



Phương pháp đồ thị (16)

- Ưu điểm: trực quan
- Nhược điểm: chỉ cho 2D & 3D
- Dùng cho mạch đơn giản, có ít phần tử phi tuyến
- Thường phải phối hợp với các phương pháp đơn giản hoá mạch điện (biến đổi tương đương)
- Nếu mạch phức tạp, có nhiều phần tử phi tuyến → khó vẽ đồ thị
- → phương pháp dò

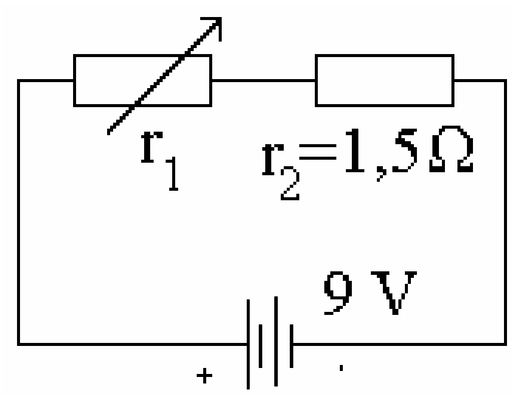
Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
    - Khái niệm
    - Phương pháp đồ thị
    - **Phương pháp dò**
    - Phương pháp lặp
    - Mạch từ
    - Mạch từ có nam châm vĩnh cửu
  - Chế độ dao động
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

Phương pháp dò (1)

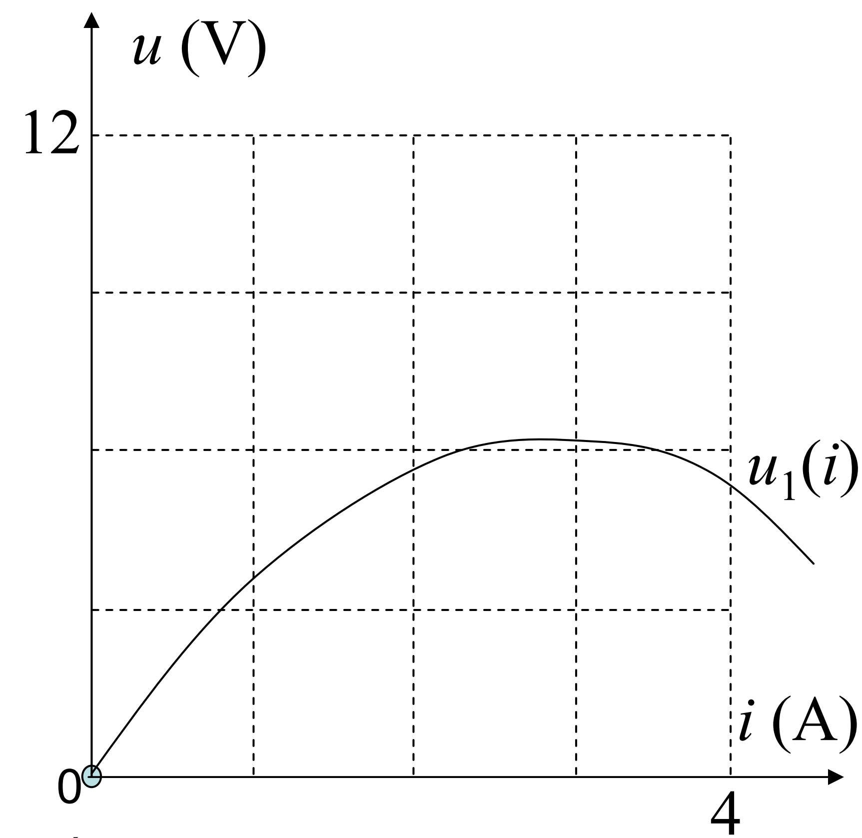
- Dò thông số (nghiệm) để thoả mãn mạch điện (phương trình mô tả mạch điện)

VD1



$$u_1(i) + r_2 i = 9$$

$$i \rightarrow \left.\begin{matrix} u_1 \\ r_2 i \end{matrix}\right\} \quad u_1(i) + r_2 i \overset{?}{=} 9$$



Phương pháp dò (2)

$i \rightarrow u_1(i),\ r_2 i$

$\rightarrow u_1(i) + r_2 i$

$i^{(1)} = 1$ A

$i^{(2)} = 2{,}2$ A

$u_1^{(1)} = 3{,}5$ V

$u_1^{(2)} = 5{,}7$ V

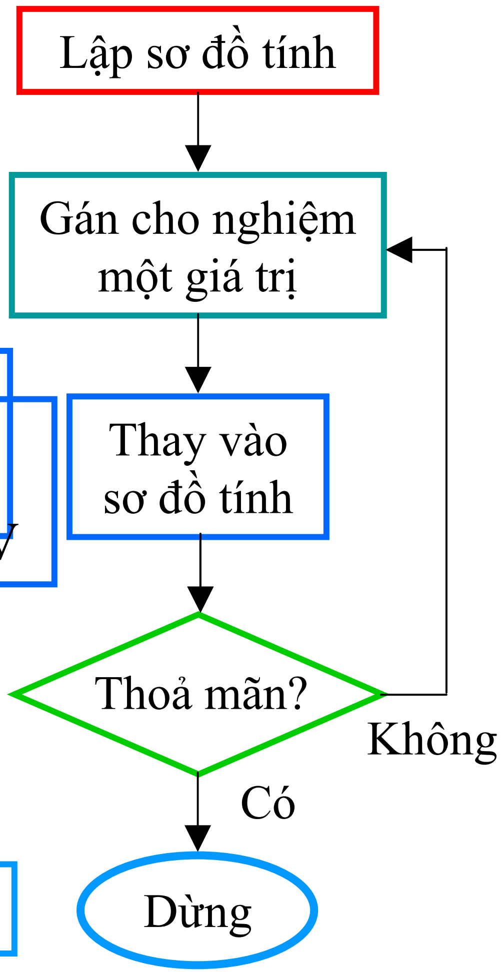
$u_2^{(1)} = 1{,}5.1 = 1{,}5$ V

$u_2^{(2)} = 1{,}5.2{,}2 = 3{,}3$ V

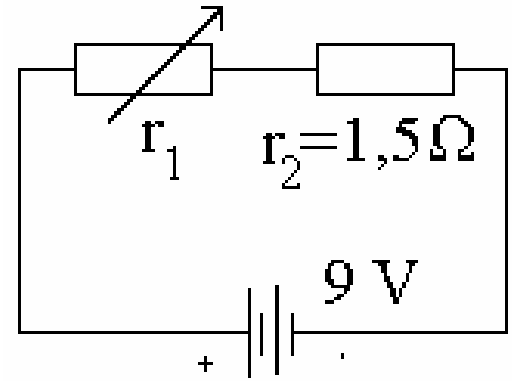
$u_1^{(1)} + u_2^{(1)} = 5$ V

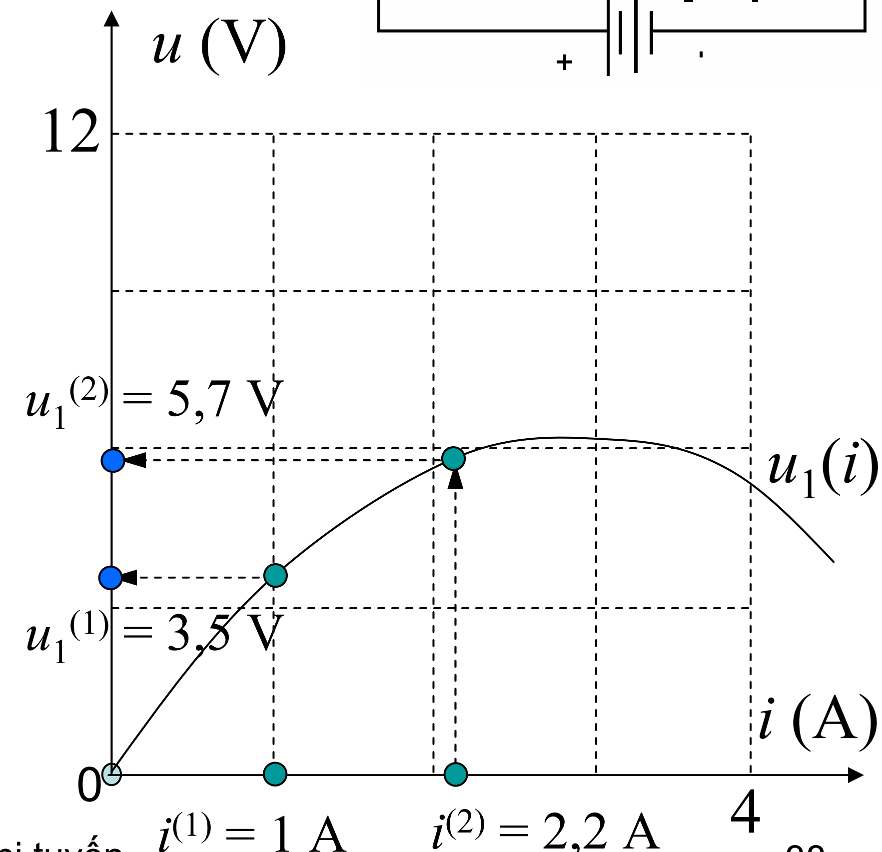
$u_1^{(2)} + u_2^{(2)} = 9$ V

$i^{(*)} = 2{,}2$ A



$$u_1(i) + r_2 i = 9$$





Phương pháp dò (3)

$i \rightarrow u_1(i),\ r_2 i$
$\rightarrow u_1(i) + r_2 i$

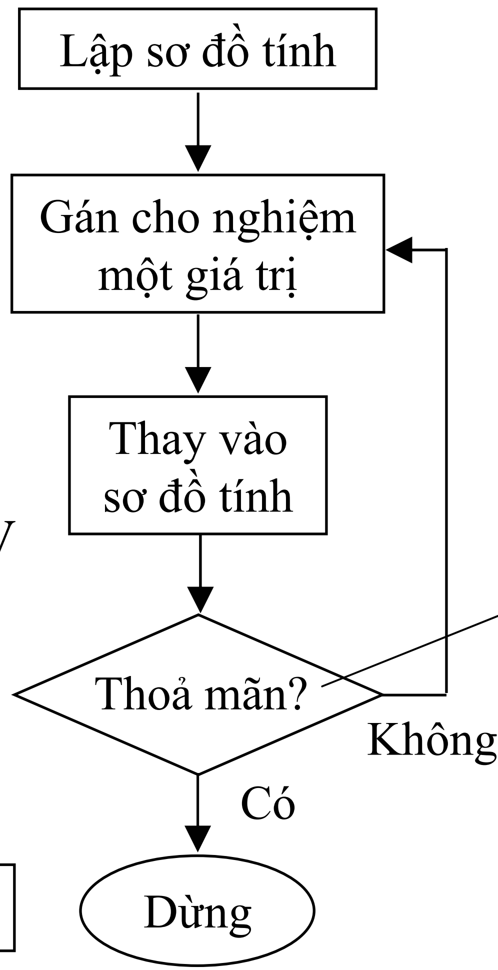
$i^{(2)} = 2{,}2\ \text{A}$

$u_1^{(2)} = 5{,}7\ \text{V}$

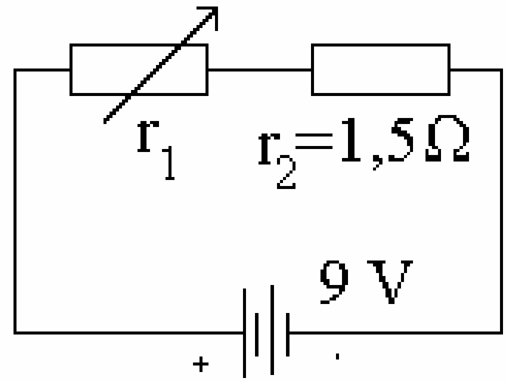
$u_2^{(2)} = 1{,}5.2{,}2 = 3{,}3\ \text{V}$

$u_1^{(2)} + u_2^{(2)} = 9\ \text{V}$

$\boxed{i^{(*)} = 2{,}2\ \text{A}}$



$u_1(i) + r_2 i = 9$



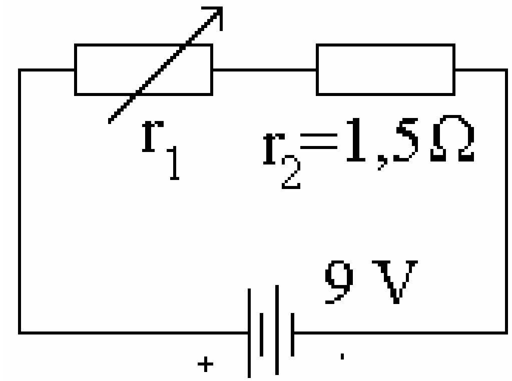
$$\frac{\left|\left(u_1^{(k)} + u_2^{(k)}\right) - 9\right|}{9} \le \varepsilon$$

$$\boxed{\frac{\left|f^{(k)} - \text{const}\right|}{\text{const}} \le \varepsilon}$$

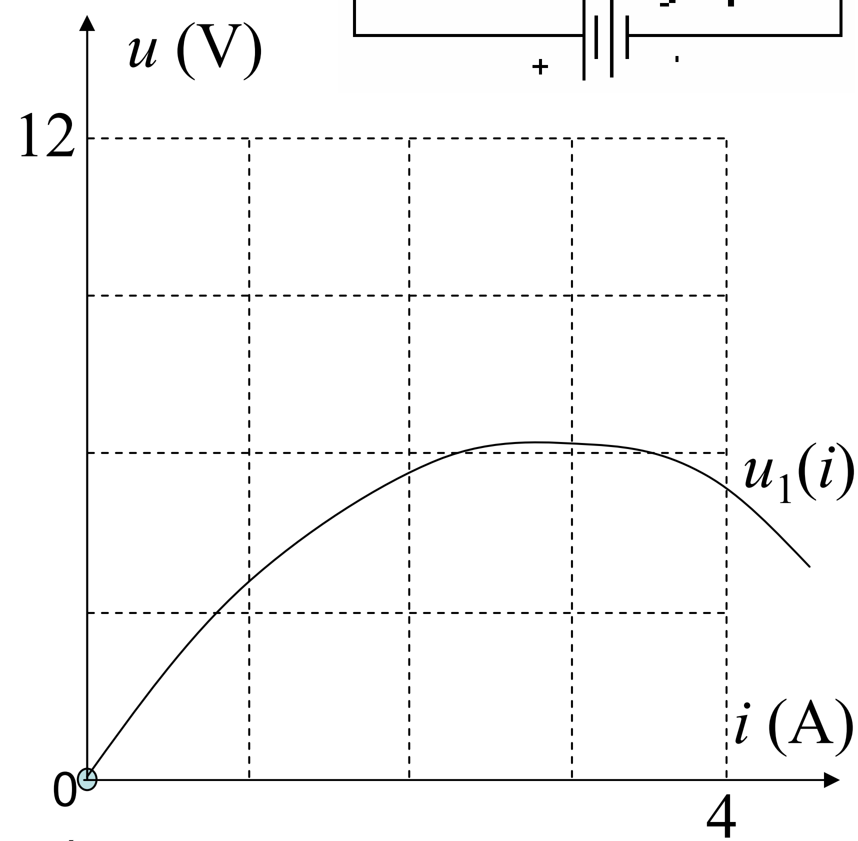
Phương pháp dò (4)

$i \rightarrow u_1(i),\, u_2(i) \rightarrow u_1(i) + u_2(i)$

$u_1(i) + r_2 i = 9$



k	1	2	3
$i^{(k)}$ (A)	1	2	2,5
$u_1^{(k)}$ (V)	3,5	5,5	6,2
$u_2^{(k)} = 1{,}5i^{(k)}$ (V)	1,5	3,0	3,75
$e^{(k)} = u_1^{(k)} + u_2^{(k)}$ (V)	5,0	8,5	9,95
$\dfrac{\lvert e^{(k)} - 9\rvert}{9}$ (%)	44,0	5,6	10,6



Phương pháp dò (5)

$i^{(k)}$ (A)	1	2	2,5
$e^{(k)} = u_1^{(k)} + u_2^{(k)}$ (V)	5,0	8,5	9,95

Dò tiếp

$i^{(4)} = 2,2$ A

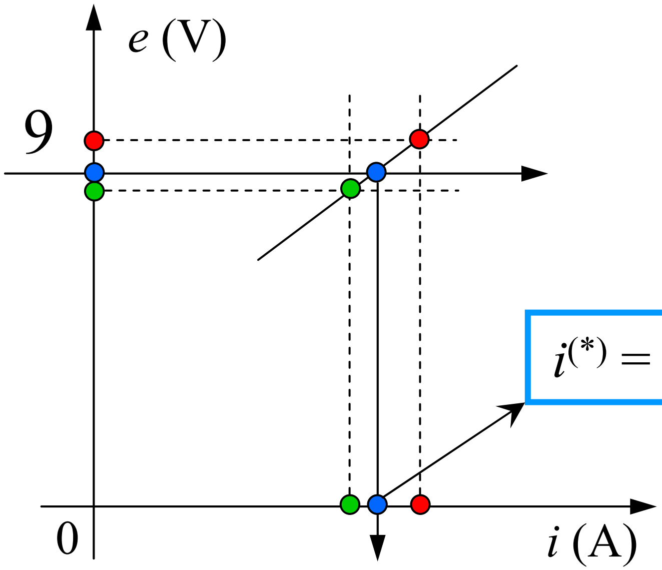
$u_1^{(4)} = 5,7$ V

$u_2^{(4)} = 1,5.2,2 = 3,3$ V

$u_1^{(4)} + u_2^{(4)} = 9$ V

$\boxed{i^{(*)} = 2,2 \text{ A}}$

Nội/ngoại suy

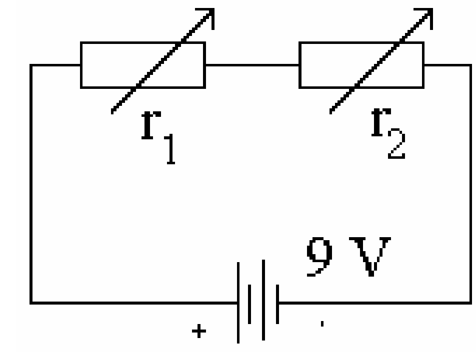


$\boxed{i^{(*)} = 2,2 \text{ A}}$

Phương pháp dò (6)

VD2

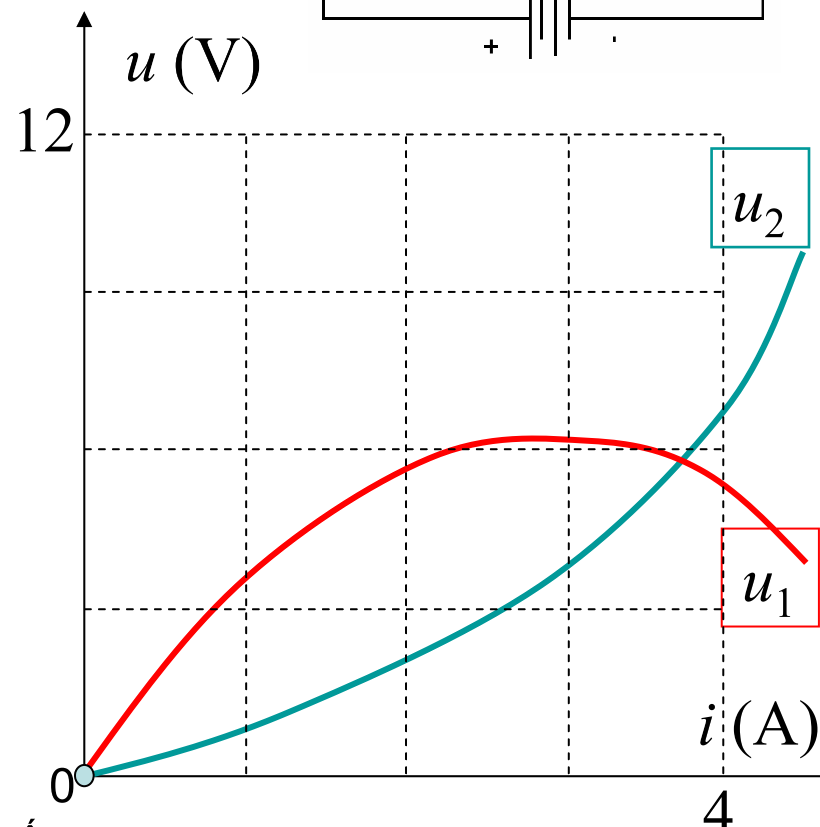
Tìm dòng điện trong mạch.



$$u_1(i) + u_2(i) = 9$$

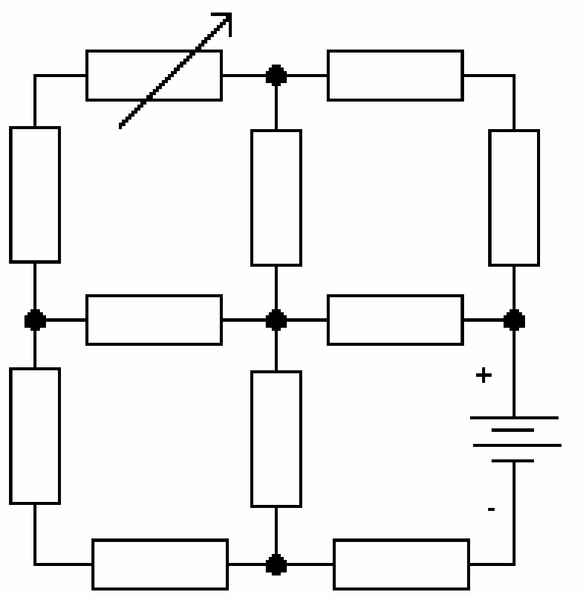
$$i \rightarrow u_1(i),\, u_2(i) \rightarrow u_1(i) + u_2(i)$$

k	1	2	3
$i^{(k)}$ (A)	1	2	$\boxed{2{,}5}$
$u_1^{(k)}$ (V)	3,5	5,5	6,2
$u_2^{(k)}$ (V)	0,9	2,0	2,9
$e^{(k)} = u_1^{(k)} + u_2^{(k)}$ (V)	4,4	7,5	9,1
$\dfrac{\lvert e^{(k)} - 9\rvert}{9}$ (%)	51,1	16,7	1,1



Phương pháp dò (7)

- Là phương pháp số
- Áp dụng cho mạch điện có nhiều phần tử phi tuyến
- Áp dụng cho phương trình 1 ẩn

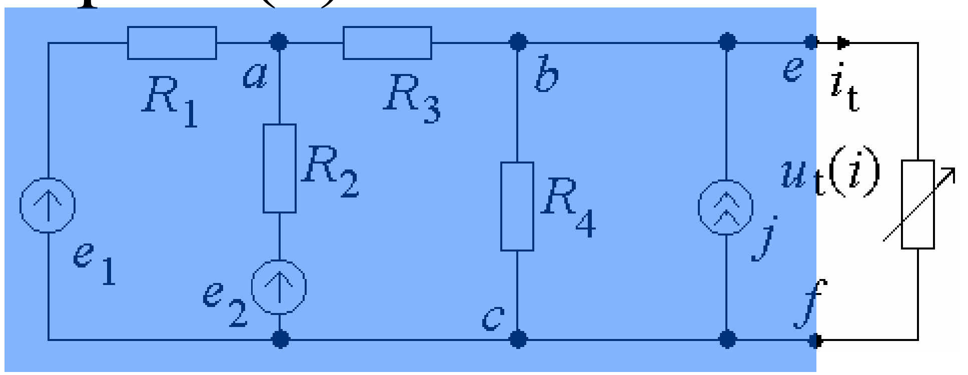


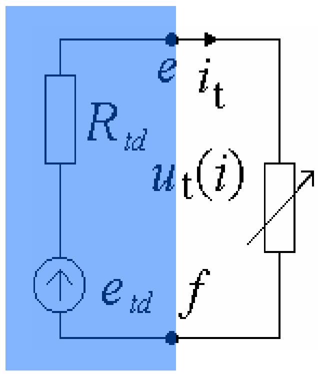
Mạch phi tuyến

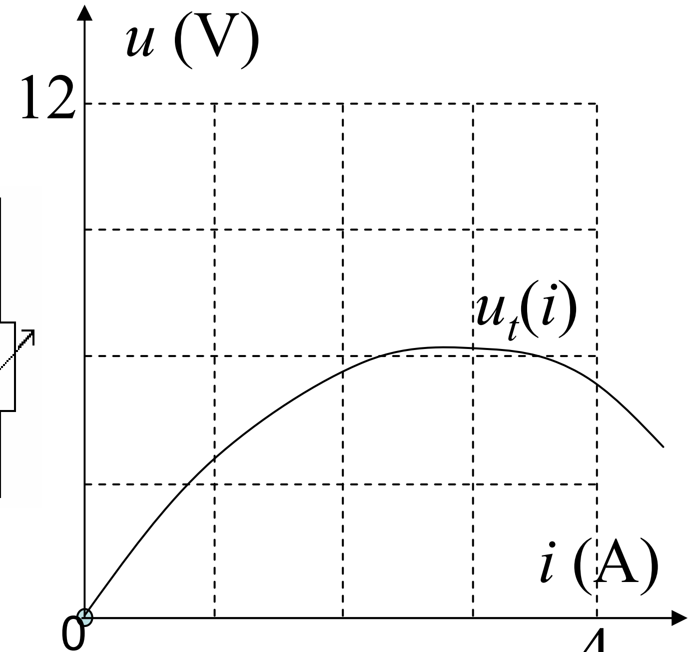
Phương pháp dò (8)

VD3

$e_1 = 16$ V; $e_2 = 9$ V; $j = 2$ A; $R_1 = 4\ \Omega$;
$R_2 = 6\ \Omega$; $R_3 = 2\ \Omega$; $R_4 = 10\ \Omega$; Tính i_t.







Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
    - Khái niệm
    - Phương pháp đồ thị
    - Phương pháp dò
    - **Phương pháp lặp**
    - Mạch từ
    - Mạch từ có nam châm vĩnh cửu
  - Chế độ dao động
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

Phương pháp lặp (1)

- Áp dụng cho dạng $x = f(x)$
- Nghiệm: giao điểm của đường thẳng $y = x$ & đường cong $y = f(x)$

$x^{(0)} \rightarrow y^{(0)} = f(x^{(0)})$

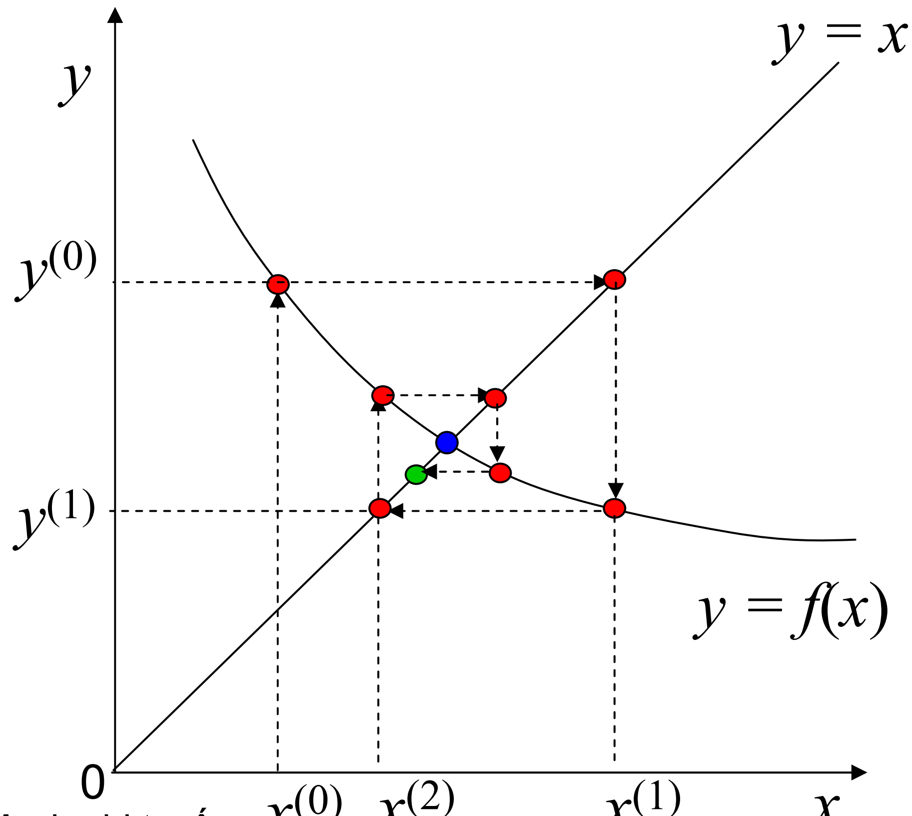
$x^{(1)} = y^{(0)} \rightarrow y^{(1)} = f(x^{(1)})$

$x^{(2)} = y^{(1)}$

…

$x^{(n)} = y^{(n-1)}$

$\boxed{n = ?}$

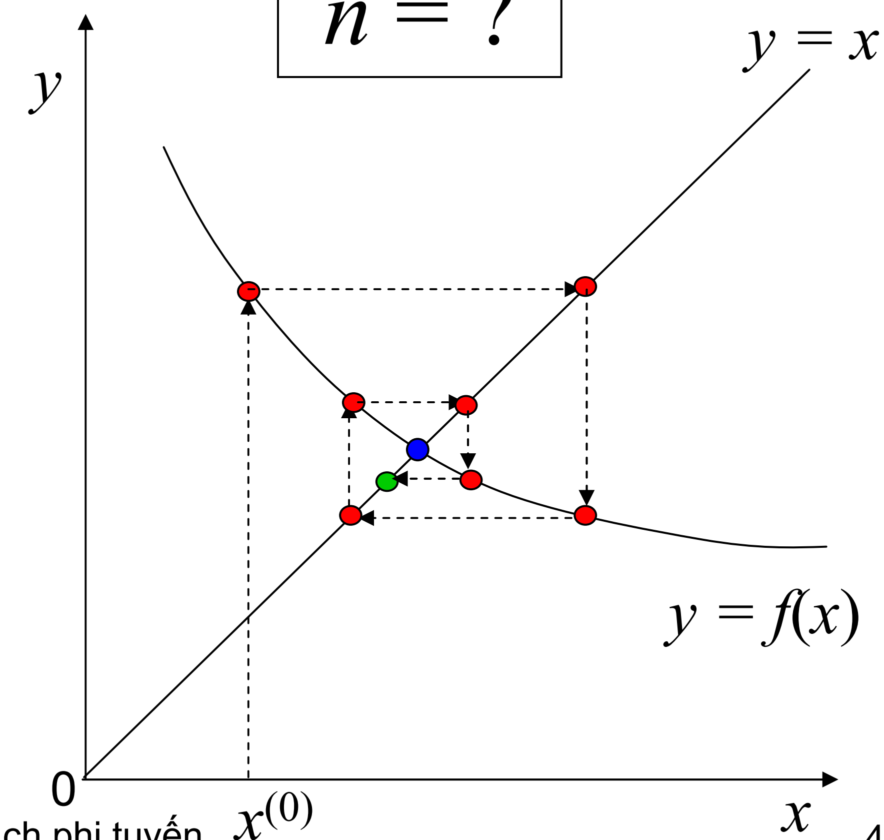


Phương pháp lặp (2)

- Lặp đến khi nào thì đủ?
- Cho đến khi nghiệm gần đúng đủ sát với nghiệm đúng
- Thế nào là đủ sát?

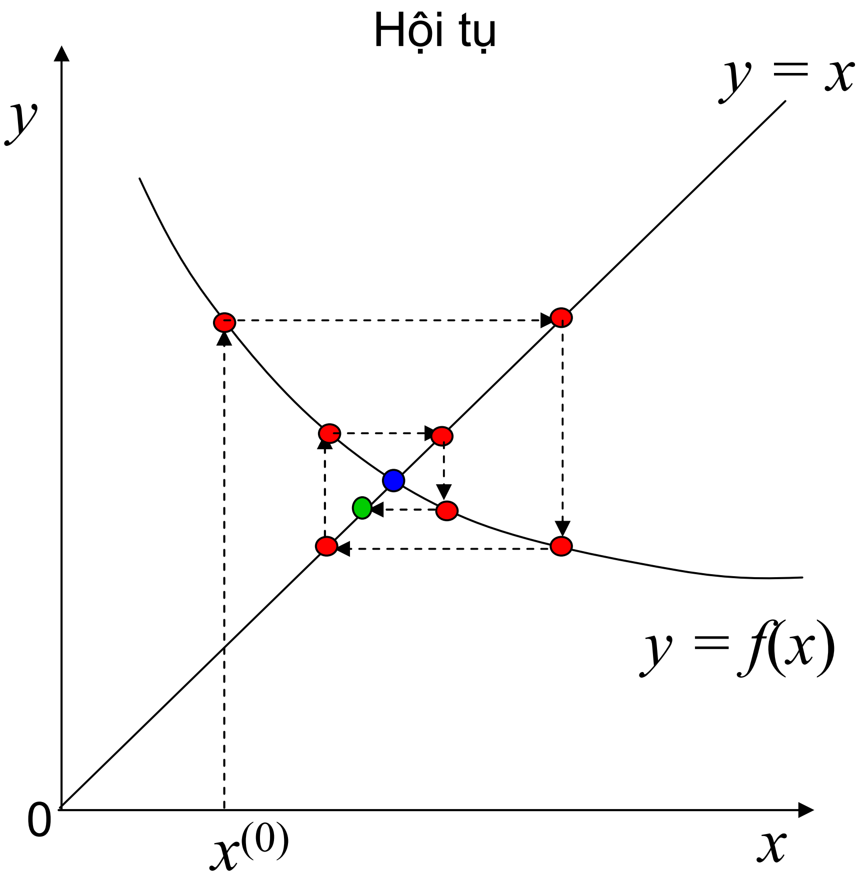
$$\boxed{|x^{(n)} - x^{(n-1)}| \leq \gamma}$$

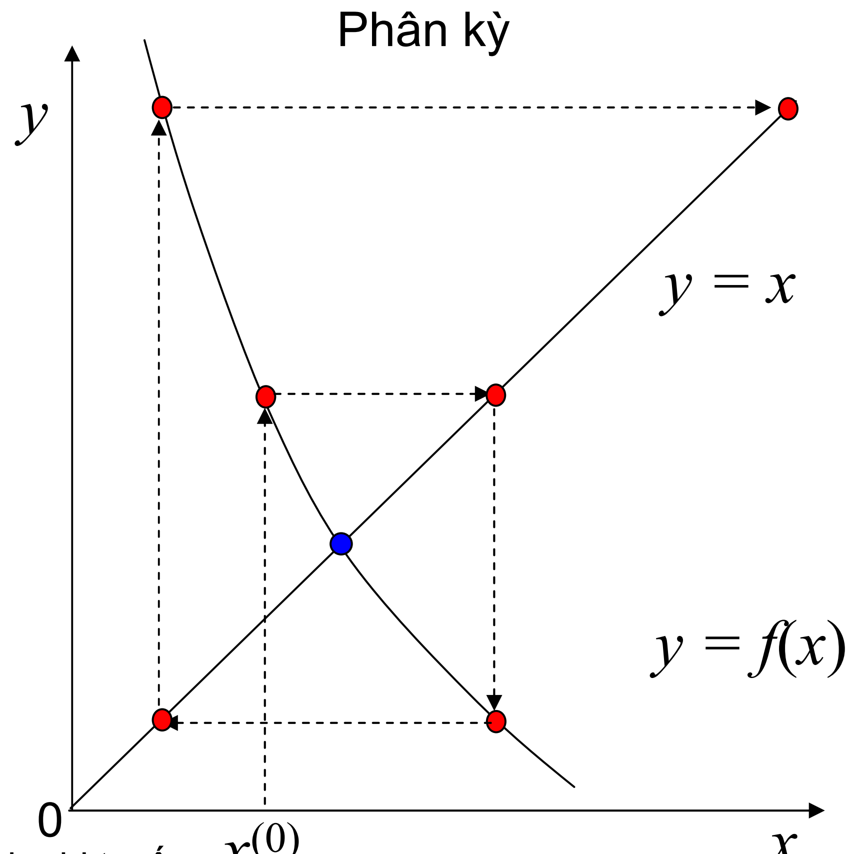
$$\boxed{n = ?}$$



Phương pháp lặp (3)

Đường cong bên phải dốc hơn đường phân giác $y = x$



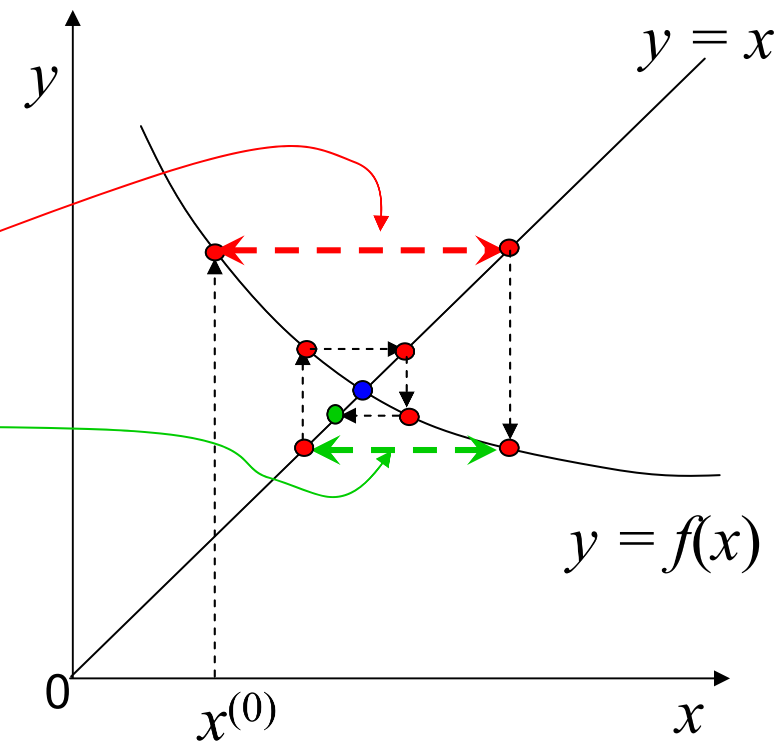


Phương pháp lặp (4)

- Điều kiện hội tụ: đường cong $f(x)$ ít dốc hơn đường phân giác $y = x$
- → $|f'(x)| < x' = 1$
- Đó là điều kiện gián tiếp
- Điều kiện trực tiếp:

$|x(n) - x(n-1)| < |x(n-1) - x(n-2)|$

- Tại sao phải xét điều kiện gián tiếp?
- Nếu không thoả mãn điều kiện hội tụ?



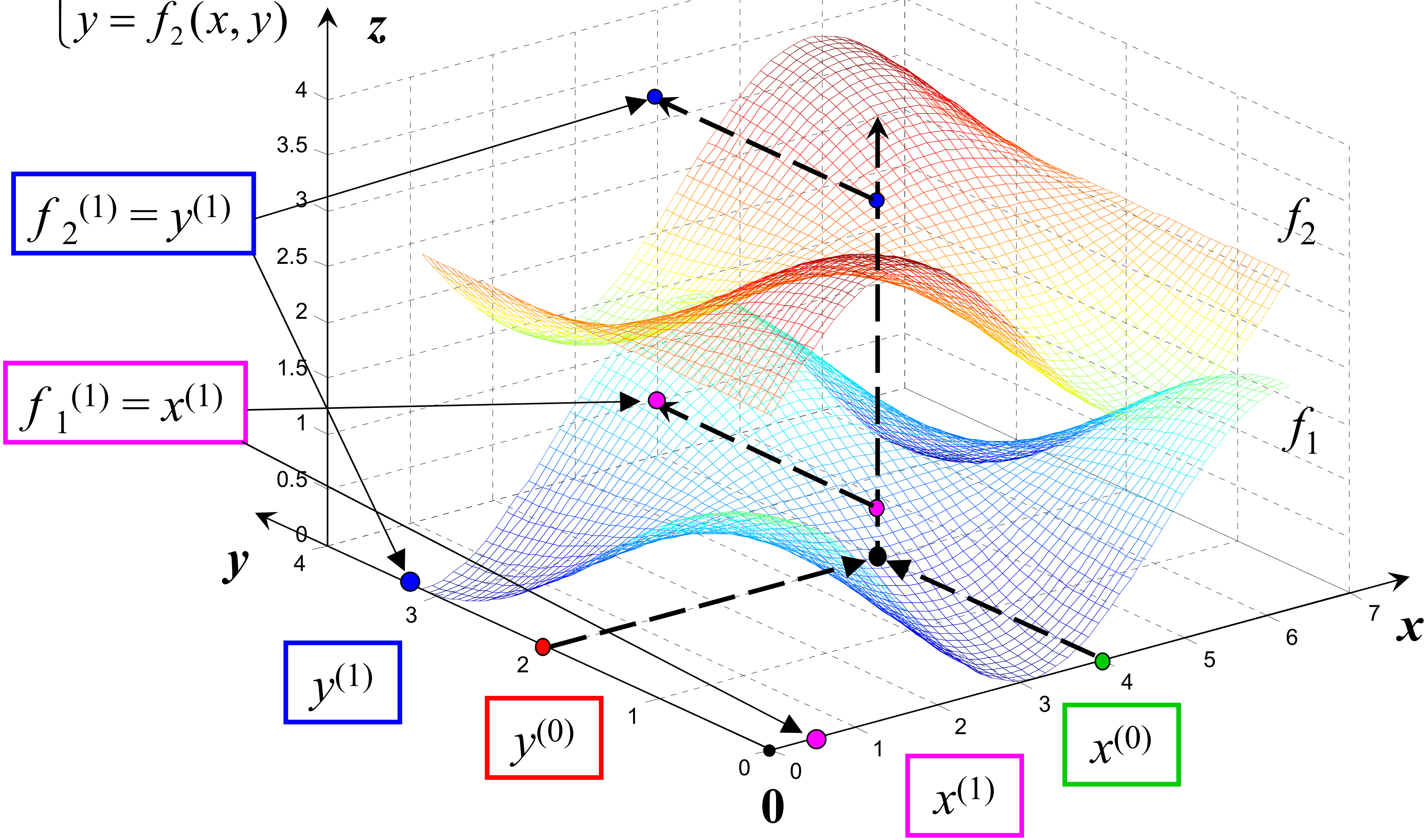
Phương pháp lặp (5)

$$\begin{cases} x_1 = f_1(x_1, x_2, ..., x_n) \\ x_2 = f_2(x_1, x_2, ..., x_n) \\ \ldots \\ x_n = f_n(x_1, x_2, ..., x_n) \end{cases}$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{F}(\mathbf{X})$$

Phương pháp lặp (6)

$$\begin{cases} x = f_1(x,y) \\ y = f_2(x,y) \end{cases}$$



Phương pháp lặp (7)

- Điều kiện hội tụ của hệ đa biến?
- Cũng dùng độ nghiêng của hàm đa biến:

```
độ_nghiêng < 1
```

- Độ nghiêng?

$$\max\left\{\left|\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f_1}{\partial x_k}\right|,\left|\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f_2}{\partial x_k}\right|,\ldots,\left|\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f_n}{\partial x_k}\right|\right\}$$

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f_1}{\partial x_k}=\frac{\partial f_1}{\partial x_1}+\frac{\partial f_1}{\partial x_2}+\ldots+\frac{\partial f_1}{\partial x_k}$$

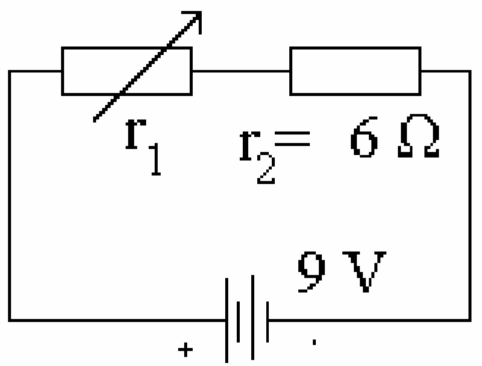
- Điều kiện hội tụ:

$$\boxed{\max\left\{\left|\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f_1}{\partial x_k}\right|,\left|\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f_2}{\partial x_k}\right|,\ldots,\left|\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f_n}{\partial x_k}\right|\right\}<1}$$

Phương pháp lặp (8)

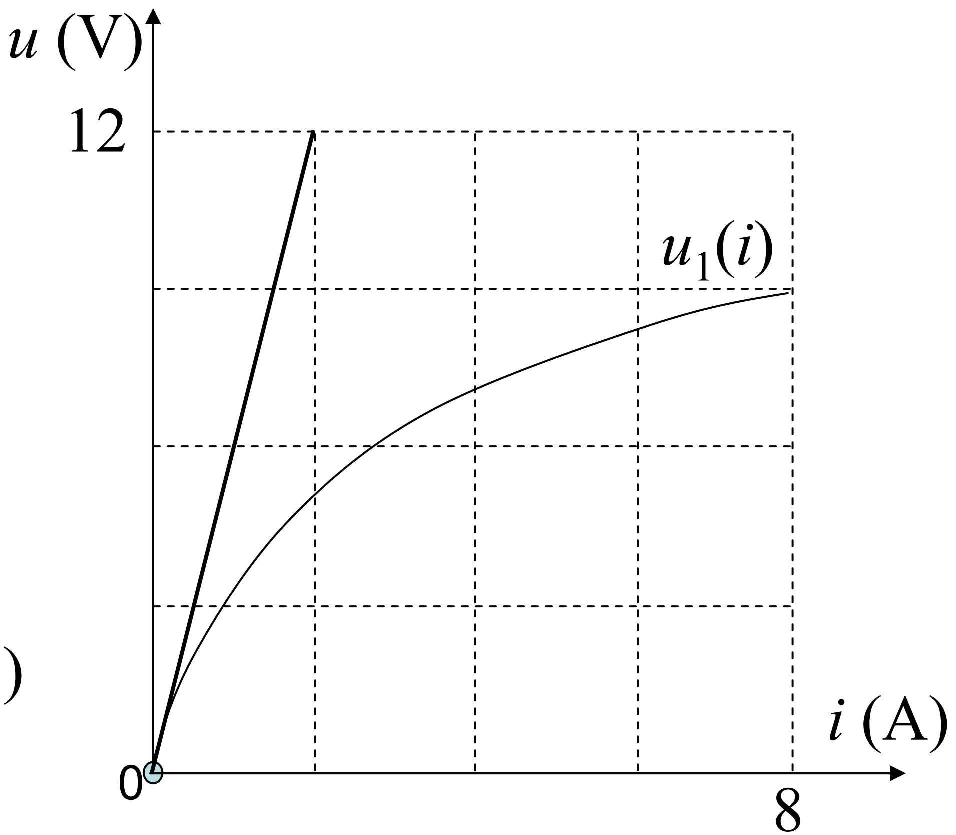
VD1

Tìm miền hội tụ của dòng điện.



$$u_1(i) + r_2 i = 9$$

$$\rightarrow i = \frac{9 - u_1(i)}{r_2} = \frac{9 - u_1(i)}{6} = f(i)$$



$$\left|\frac{df(i)}{di}\right| < 1 \rightarrow \left|\frac{df(i)}{di}\right| = \left|\frac{d[9 - u_1(i)]}{6di}\right| = \frac{1}{6}\left|\frac{du_1(i)}{di}\right| < 1 \rightarrow \left|\frac{du_1(i)}{di}\right| < 6 \rightarrow i > 0$$

Phương pháp lặp (9)

VD2

Cho hệ phương trình $\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$

với $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1; \quad u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$

Xét tính hội tụ của hệ tại $i_1 = 0,2$; $i_2 = 0,3$.

$$\max\left\{\left|\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f_1}{\partial x_k}\right|, \left|\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f_2}{\partial x_k}\right|, \ldots, \left|\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f_n}{\partial x_k}\right|\right\} < 1$$

$$\rightarrow \max\left\{\left|\left(\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial f_1}{\partial i_k}\right)\right|_{i_1=0,2;i_2=0,3}\right|, \left|\left(\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial f_2}{\partial i_k}\right)\right|_{i_1=0,2;i_2=0,3}\right|\right\} < 1$$

VD2

Phương pháp lặp (10)

Cho hệ phương trình $\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1,i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1,i_2) \end{cases}$

với $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1; \quad u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$

Xét tính hội tụ của hệ tại $i_1 = 0,2$; $i_2 = 0,3$.

$$\max\left\{\left|\left(\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial f_1}{\partial i_k}\right)\Bigg|_{i_1=0,2;i_2=0,3}\right|, \left|\left(\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial f_2}{\partial i_k}\right)\Bigg|_{i_1=0,2;i_2=0,3}\right|\right\} < 1$$

$$\left|\left(\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial f_1}{\partial i_k}\right)\Bigg|_{i_1=0,2;i_2=0,3}\right| = \left|\frac{\partial f_1}{\partial i_1}\Bigg|_{i_1=0,2} + \frac{\partial f_1}{\partial i_2}\Bigg|_{i_2=0,3}\right|$$

$$\left|\left(\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial f_2}{\partial i_k}\right)\Bigg|_{i_1=0,2;i_2=0,3}\right| = \left|\frac{\partial f_2}{\partial i_1}\Bigg|_{i_1=0,2} + \frac{\partial f_2}{\partial i_2}\Bigg|_{i_2=0,3}\right|$$

Phương pháp lặp (11)

VD2

Cho hệ phương trình $\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1,i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1,i_2) \end{cases}$

với $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1; \quad u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$

Xét tính hội tụ của hệ tại $i_1 = 0,2$; $i_2 = 0,3$.

$$\left| \left(\sum_{k=1}^{2} \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \Bigg|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right| = \left| \frac{\partial f_1}{\partial i_1}\Bigg|_{i_1=0,2} + \frac{\partial f_1}{\partial i_2}\Bigg|_{i_2=0,3} \right|$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_1} = -0,005\frac{du_1}{di_1} = 2,21i_1 - 1,3 \rightarrow \frac{\partial f_1}{\partial i_1}\Bigg|_{i_1=0,2} = -0,858$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_2} = 0,003\frac{du_2}{di_2} = -2,628i_2 + 1,215 \rightarrow \frac{\partial f_1}{\partial i_2}\Bigg|_{i_2=0,3} = 0,427$$

Phương pháp lặp (12)

VD2

Cho hệ phương trình $\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$

với $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1;\quad u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$

Xét tính hội tụ của hệ tại $i_1 = 0,2$; $i_2 = 0,3$.

$$\left| \left(\sum_{k=1}^{2} \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \Bigg|_{i_1=0,2;i_2=0,3} \right| = \left| \frac{\partial f_1}{\partial i_1} \Bigg|_{i_1=0,2} + \frac{\partial f_1}{\partial i_2} \Bigg|_{i_2=0,3} \right|$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_1} \Bigg|_{i_1=0,2} = -0,858$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_2} \Bigg|_{i_2=0,3} = 0,427$$

$$\rightarrow \left| \left(\sum_{k=1}^{2} \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \Bigg|_{i_1=0,2;i_2=0,3} \right| = $$

$$= \left| -0,858 + 0,427 \right| = 0,431$$

VD2

Phương pháp lặp (13)

Cho hệ phương trình $\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$

với $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1; \quad u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$

Xét tính hội tụ của hệ tại $i_1 = 0,2$; $i_2 = 0,3$.

$$\left| \left(\sum_{k=1}^{2} \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \Bigg|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right| = 0,431; \quad \left| \left(\sum_{k=1}^{2} \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \Bigg|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right| = \left| \frac{\partial f_2}{\partial i_1} \Bigg|_{i_1=0,2} + \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \Bigg|_{i_2=0,3} \right|$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial i_1} = 0,003 \frac{du_1}{di_1} = -1,326i_1 + 0,78 \rightarrow \frac{\partial f_2}{\partial i_1} \Bigg|_{i_1=0,2} = 0,515$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial i_2} = -0,004 \frac{du_2}{di_2} = 3,504i_2 - 1,62 \rightarrow \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \Bigg|_{i_2=0,3} = -0,569$$

Phương pháp lặp (14)

VD2

Cho hệ phương trình $\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$

với $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1; \quad u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$

Xét tính hội tụ của hệ tại $i_1 = 0,2$; $i_2 = 0,3$.

$$\left| \left(\sum_{k=1}^{2} \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \Bigg|_{i_1=0,2;i_2=0,3} \right| = \left| \frac{\partial f_2}{\partial i_1}\Bigg|_{i_1=0,2} + \frac{\partial f_2}{\partial i_2}\Bigg|_{i_2=0,3} \right|$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial i_1}\Bigg|_{i_1=0,2} = 0,515$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial i_2}\Bigg|_{i_2=0,3} = -0,569$$

$$\rightarrow \left| \left(\sum_{k=1}^{2} \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \Bigg|_{i_1=0,2;i_2=0,3} \right| = |0,515 - 0,569| = 0,054$$

Phương pháp lặp (15)

VD2

Cho hệ phương trình $\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$

với $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1; \quad u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$

Xét tính hội tụ của hệ tại $i_1 = 0,2$; $i_2 = 0,3$.

$$\max\left\{\left|\left(\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial f_1}{\partial i_k}\right)\Bigg|_{i_1=0,2;i_2=0,3}\right|, \left|\left(\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial f_2}{\partial i_k}\right)\Bigg|_{i_1=0,2;i_2=0,3}\right|\right\} < 1$$

$$\left|\left(\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial f_1}{\partial i_k}\right)\Bigg|_{i_1=0,2;i_2=0,3}\right| = 0,431$$

$$\left|\left(\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial f_2}{\partial i_k}\right)\Bigg|_{i_1=0,2;i_2=0,3}\right| = 0,054$$

$$\rightarrow \max\{0,431;\ 0,054\} < 1$$

VD2

Phương pháp lặp (16)

Cho hệ phương trình $\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$

với $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1; \quad u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$

Xét tính hội tụ của hệ tại $i_1 = 0,2$; $i_2 = 0,3$.

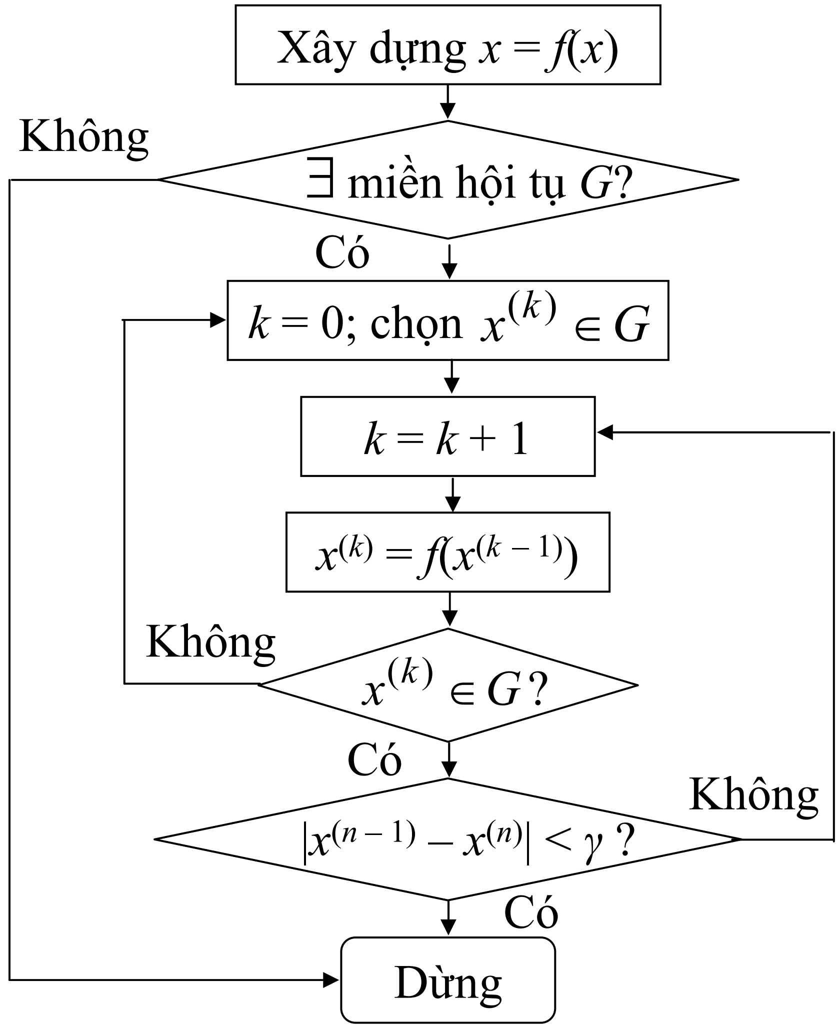
$$\max\left\{\left|\left(\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial f_1}{\partial i_k}\right)\right|_{i_1=0,2;i_2=0,3}\right|, \left|\left(\sum_{k=1}^{2}\frac{\partial f_2}{\partial i_k}\right)\right|_{i_1=0,2;i_2=0,3}\right|\right\} < 1$$

$$\rightarrow \max\{0,431;\ 0,054\} < 1$$

$$\rightarrow 0,431 < 1 \text{ (đúng)}$$

→ Hệ phương trình hội tụ tại $i_1 = 0,2$; $i_2 = 0,3$

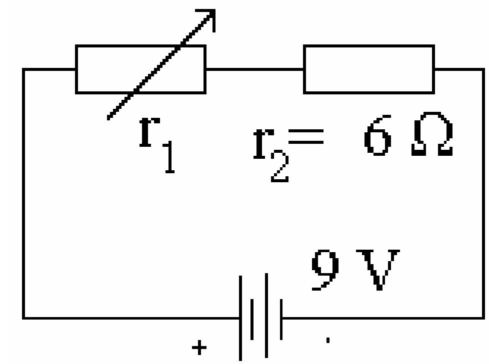
Phương pháp lặp (17)



Phương pháp lặp (18)

VD3

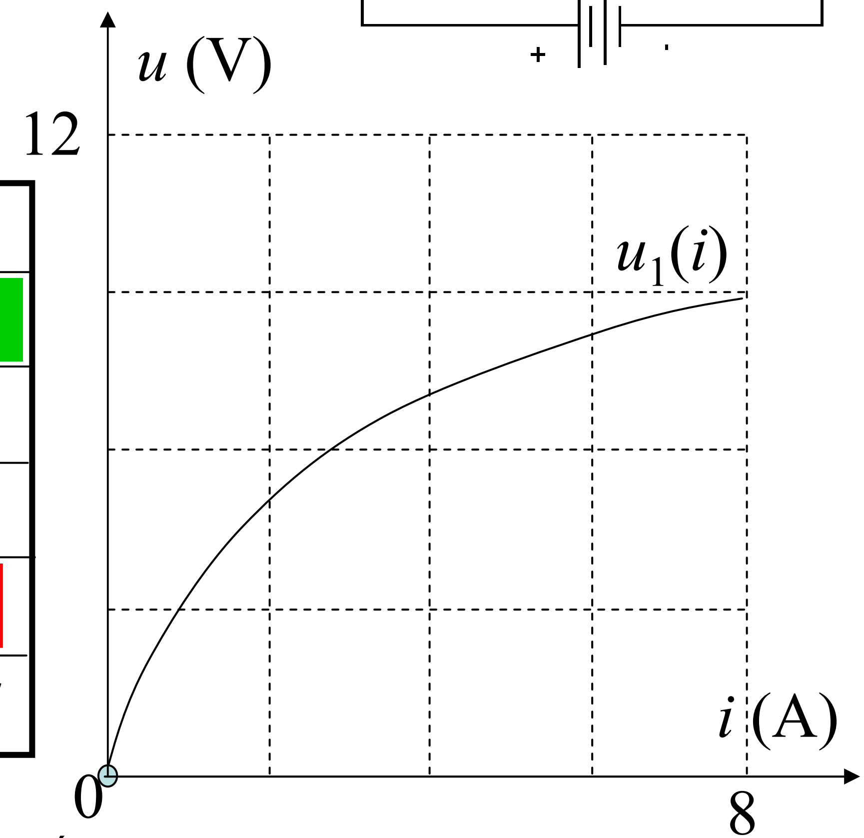
Giải mạch điện bằng phương pháp lặp, $\gamma = 0{,}1$.



$$u_1(i) + r_2 i = 9 \;\rightarrow i = \frac{9 - u_1(i)}{r_2} = \frac{9 - u_1(i)}{6} = f(i)$$

(theo VD1) $f(i)$ hội tụ với $i > 0$.

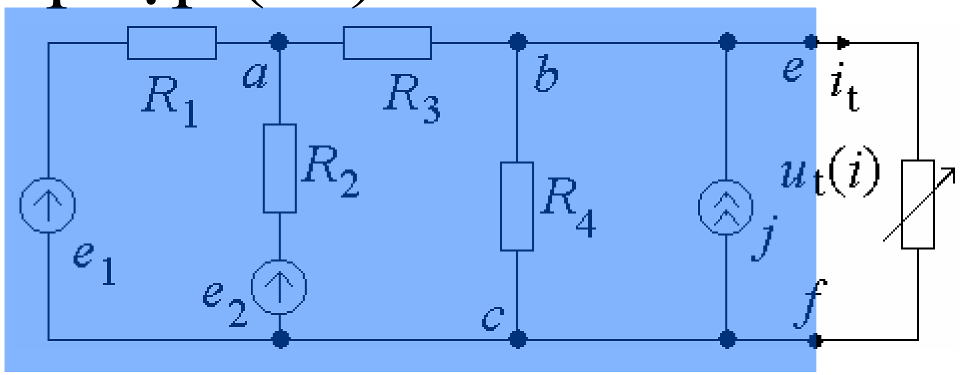
k	1	2	3	4	5
$i^{(k)}$ (A)	0	1,5	0,77	1,05	0,93
$u_1^{(k)}$ (V)	0	4,4	2,7	3,4	3,0
$9 - u_1^{(k)}$ (V)	9	4,6	6,3	5,6	6,0
$i^{(k+1)} = f(i^{(k)})$ (A)	1,5	0,77	1,05	0,93	1,0
$\lvert i^{(k)} - i^{(k+1)}\rvert$ (A)	1,5	0,73	0,28	0,12	0,07

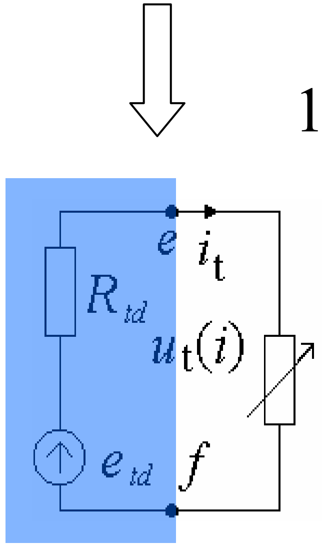


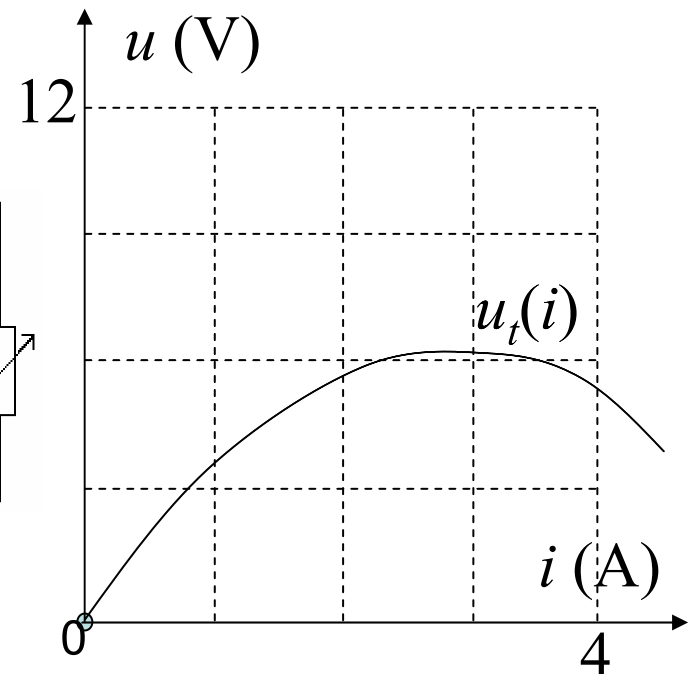
Phương pháp lặp (19)

VD4

$e_1 = 16$ V; $e_2 = 9$ V; $j = 2$ A; $R_1 = 4\ \Omega$; $R_2 = 6\ \Omega$; $R_3 = 2\ \Omega$; $R_4 = 10\ \Omega$; Tính i_t.

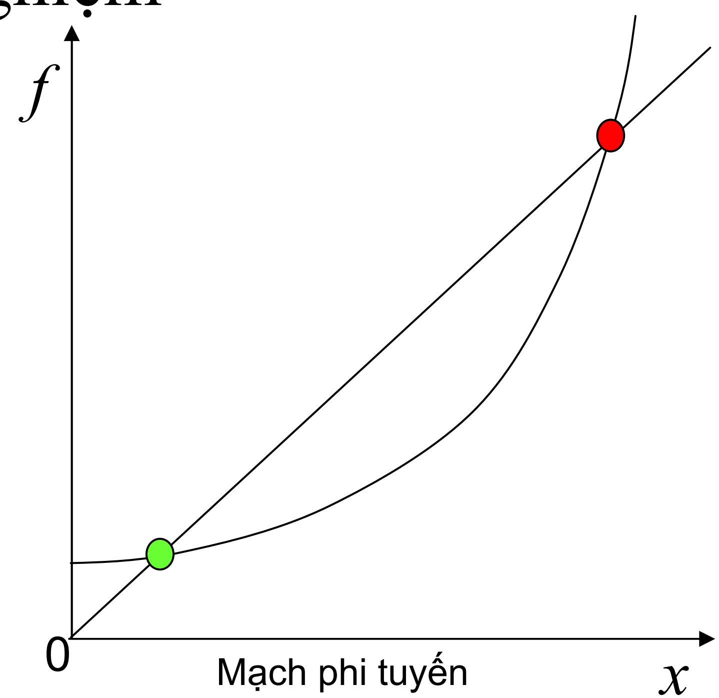






Phương pháp lặp (19)

- Là phương pháp số
- Trước khi tính toán phải xét xem có hội tụ không
- Phương pháp này chỉ tìm được nghiệm chứ không tìm được tất cả các nghiệm



Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
    - Khái niệm
    - Phương pháp đồ thị
    - Phương pháp dò
    - Phương pháp lặp
    - **Mạch từ**
    - Mạch từ có nam châm vĩnh cửu
  - Chế độ dao động
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

Mạch từ (1)

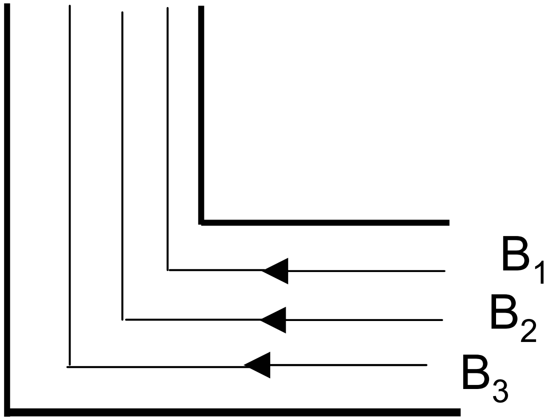
- Mô hình hoá sự phân bố dòng từ thông của lõi thép (của, ví dụ, máy biến áp)
- Có tính phi tuyến (quan hệ giữa cường độ từ trường H & cường độ từ cảm B)
- Có sự tương tự giữa mạch từ & mạch điện một chiều → có thể áp dụng các phương pháp giải mạch điện phi tuyến (DC) cho mạch từ
- Mạch từ có ít nhánh & ít nút
- Cặp biến của một đoạn mạch: dòng từ & áp từ

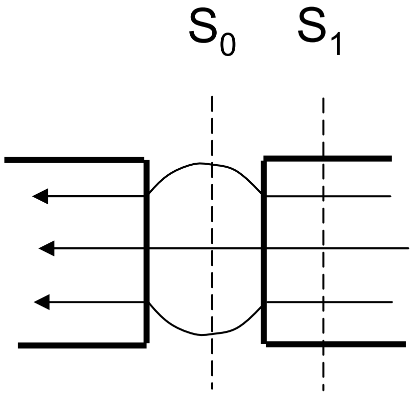
Mạch từ (2)

- Các giả thiết gần đúng:
  - Từ trường không rò vào không khí
  - Kích thước dọc (dọc theo đường sức) >> kích thước ngang (vuông góc với đường sức)

    → $B_1 = B_2 = B_3 = B_{trung\ bình}$
  - Khe hở không khí (nếu có) << kích thước tiết diện

    → $S_0 = S_1$

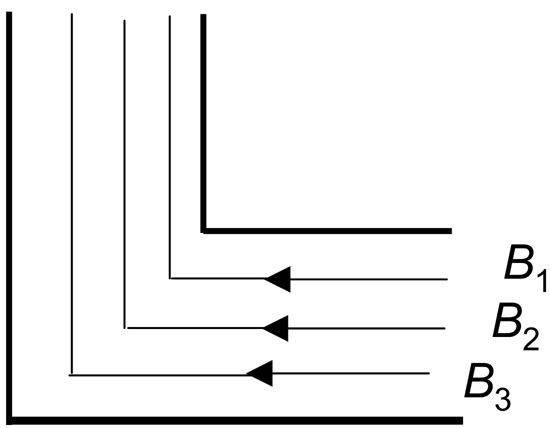




Mạch từ (3)

- Cặp biến của một đoạn mạch: dòng từ & áp từ
- Dòng từ:

$$\left.\begin{aligned} \phi &= \iint_S B dS \\ B_1 = B_2 = B_3 &= B_{\text{trung bình}} \end{aligned}\right\} \rightarrow \phi = BS$$



B: T

S: m^2

Φ: Wb

Mạch từ (4)

- Luật Kirchhoff 1 cho dòng từ:

  "Tổng đại số các dòng từ thông ở một đỉnh triệt tiêu"

$$\Sigma \Phi_k = 0$$

- (xuất phát từ tính chất liên tục của từ thông)

Mạch từ (5)

- Cặp biến của một đoạn mạch: dòng từ & áp từ
- Áp từ:

$$u_{\mathrm{M}} = Hl$$

- trong đó H : cường độ từ trường (A/m)

  l : độ dài đoạn mạch (m)
- Áp từ là đại lượng dùng cho tính toán, không phải đại lượng vật lý

Mạch từ (6)

- Luật Kirchhoff 2 cho áp từ:

"Trong một vòng kín tổng đại số các áp từ bằng tổng đại số các suất từ động"

$$\Sigma u_{\mathrm{Mk}} = \Sigma F_{\mathrm{k}}$$

trong đó $u_{\mathrm{Mk}} = H_{\mathrm{k}} l_{\mathrm{k}}$

$F_{\mathrm{k}} = w_{\mathrm{k}} i_{\mathrm{k}}$ với w_{k}: số vòng dây

i_{k} : dòng chạy trong vòng dây

- Chiều của F_{k} tuân theo quy tắc vặn nút chai

Mạch từ (7)

- Từ trở:

$$r_M = \frac{u_M}{\phi} = \frac{Hl}{BS}$$

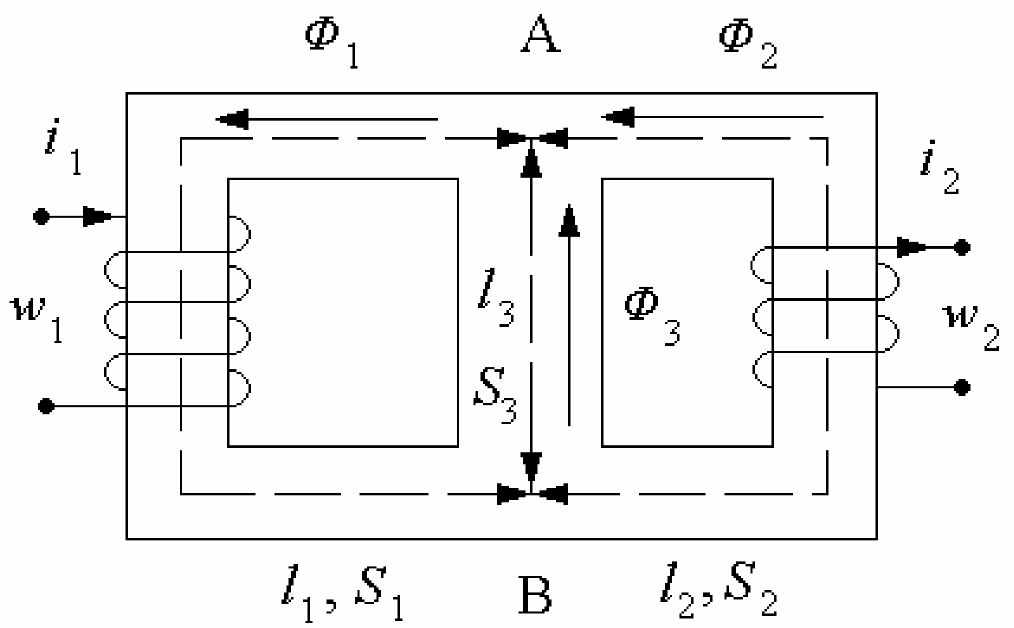
- Từ dẫn:

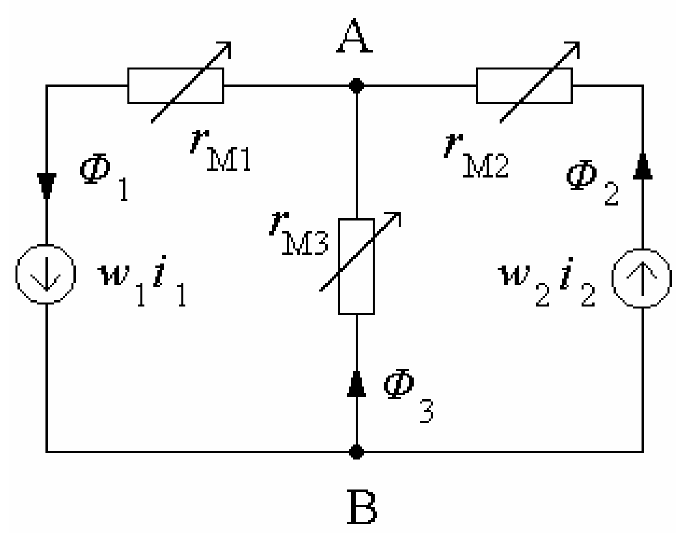
$$g_M = \frac{\phi}{u_M} = \frac{BS}{Hl}$$

- Quan hệ giữa *B* & *H*:
  - Vật liệu sắt từ: phi tuyến → r_M & g_M phi tuyến
  - Vật liệu khác: $B = \mu_0 H$ → r_M & g_M tuyến tính

$$\mu_0 = 4\pi.10^{-7} \text{ H/m}$$

Mạch từ (8)





$$-\phi_1+\phi_2+\phi_3=0 \quad \rightarrow -B_1S_1+B_2S_2+B_3S_3=0$$

$$u_{M1}+u_{M2}=F_1+F_2 \quad \rightarrow H_1l_1+H_2l_2=w_1i_1+w_2i_2$$

Mạch từ (9)

Mạch điện	Mạch từ
i	$\Phi = BS$
u	$u_M = Hl$
r	r_g
$\Sigma i_{\mathrm{k}} = 0$	$\Sigma \Phi_{\mathrm{k}} = 0$
$\Sigma u_{\mathrm{k}} = \Sigma e_{\mathrm{k}}$	$\Sigma u_{\mathrm{Mk}} = \Sigma F_{\mathrm{k}}$

Áp dụng các phương pháp giải mạch điện cho mạch từ

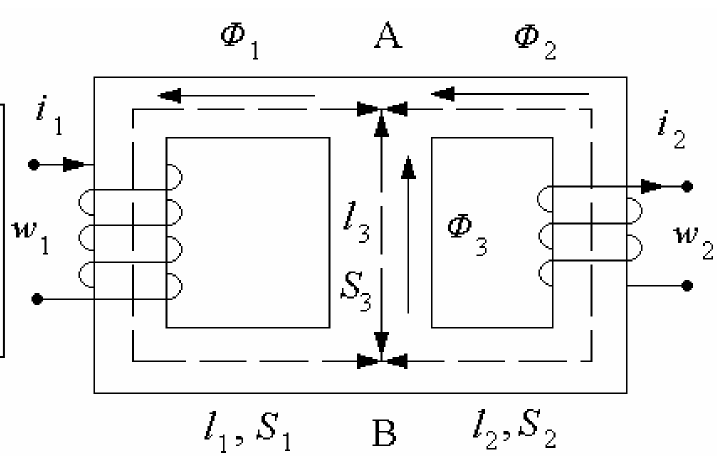
Mạch từ (10)

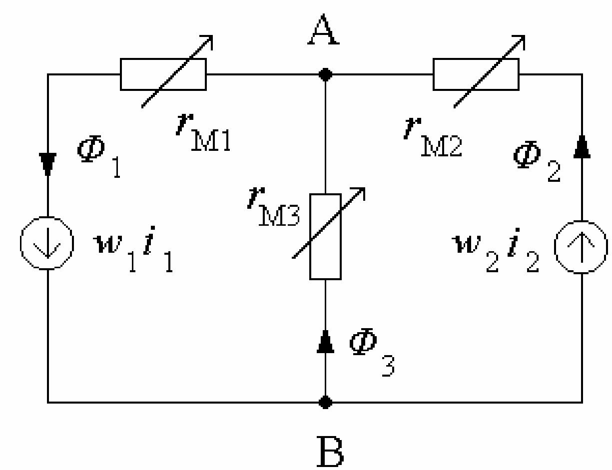
VD1

i_1, w_1, i_2, w_2

$l_1, S_1, l_2, S_2, l_3, S_3$

Tìm từ thông các nhánh





$$\begin{cases} \phi_1 - \phi_2 - \phi_3 = 0 \\ u_{M1} + u_{M3} = F_1 \\ u_{M2} - u_{M3} = F_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} B_1 S_1 - B_2 S_2 - B_3 S_3 = 0\,(1) \\ H_1 l_1 + H_3 l_3 = w_1 i_1 \quad (2) \\ H_2 l_2 - H_3 l_3 = w_2 i_2 \quad (3) \end{cases}$$

$$B_1 \xrightarrow{\text{Tra bảng/đồ thị}} H_1 \xrightarrow{(2)} H_3 \xrightarrow{\text{Tra bảng/đồ thị}} \left.\begin{matrix} B_3 \\ B_1 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{(1)} B_2 \xrightarrow{\text{Tra bảng/đồ thị}} H_2 \xrightarrow{(3)} H_2 l_2 - H_3 l_3 \overset{?}{=} w_2 i_2$$

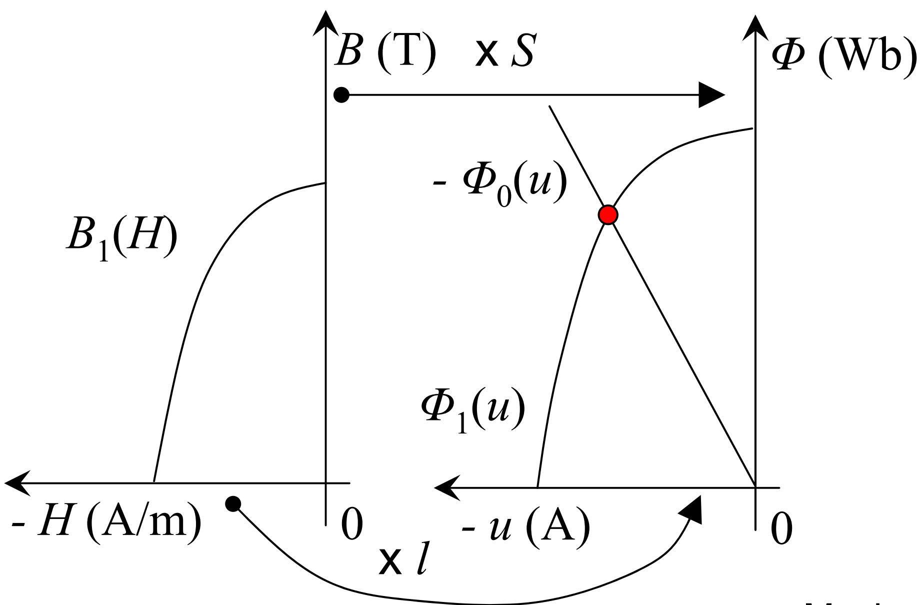
Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
    - Khái niệm
    - Phương pháp đồ thị
    - Phương pháp dò
    - Phương pháp lặp
    - Mạch từ
    - **Mạch từ có nam châm vĩnh cửu**
  - Chế độ dao động
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

Mạch từ có nam châm vĩnh cửu

- Nếu không có các *F* khác thì đặc tính làm việc của nam châm vĩnh cửu nằm trong góc II → *B* & *H* ngược dấu
- Phương trình K2:

$$H_1 l_1 + H_0 l_0 = 0 \leftrightarrow H_1 l_1 = -H_0 l_0 \leftrightarrow \Phi_1(u) = -\Phi_0(u)$$



$$H_0 = \frac{u_0}{l_0} \leftarrow u_0 = H_0 l_0$$

$$\phi_0 = B_0 S_0 = \mu_0 H_0 S_0 \rightarrow H_0 = \frac{\phi_0}{\mu_0 S_0}$$

$$\frac{u_0}{l_0} = \frac{\phi_0}{\mu_0 S_0} \rightarrow \phi_0 = u_0 \frac{\mu_0 S_0}{l_0}$$

Nội dung

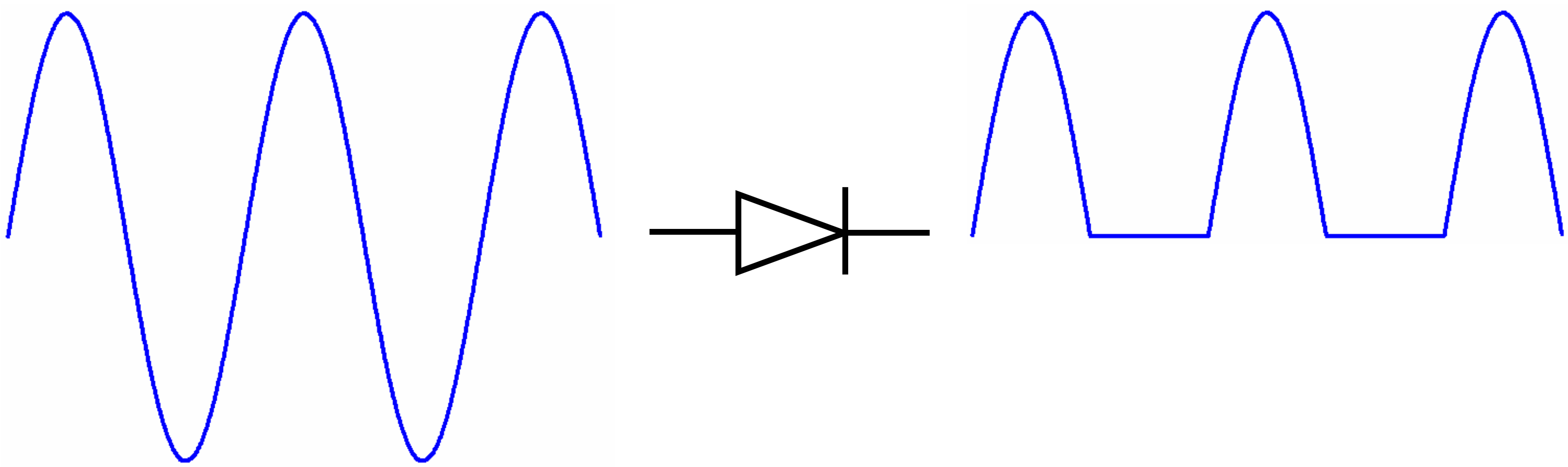
- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
  - **Chế độ dao động**
    - **Khái niệm**
    - **Phương pháp cân bằng điều hoà**
    - **Phương pháp tuyến tính điều hoà**
    - **Phương pháp tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc**
    - **Phương pháp đồ thị**
    - **Tự dao động**
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

Khái niệm (1)

- *u*, *i*, *Φ*, *q* là các hàm chu kỳ theo thời gian
- 2 kiểu dao động:
  - Cưỡng bức: có kích thích chu kỳ
  - Tự dao động: chu kỳ đáp ứng ≠ chu kỳ kích thích
- Mô hình toán: phương trình vi phân
- Các vấn đề của PTVP:
  - Tồn tại nghiệm: giả thiết là nghiệm tồn tại → chỉ tìm nghiệm
  - Nghiệm ổn định:
    - ổn định → dao động xác lập
    - không ổn định → coi như vô nghiệm
  - Sơ kiện
    - mạch tuyến tính: dao động không phụ thuộc sơ kiện
    - mạch phi tuyến: dao động có thể phụ thuộc sơ kiện

Khái niệm (2)

- Tính chất
  - Tạo tần: $\omega \rightarrow 2\omega, 3\omega, 4\omega, \ldots$



Khái niệm (2)

- Tính chất
  - Tạo tần: $\omega \rightarrow 2\omega, 3\omega, 4\omega, \ldots$
  - Đa dao động/đa trạng thái (tần số có thể phụ thuộc sơ kiện)
- Ý nghĩa: bộ khuếch đại, máy phát sóng, rơle, …
- Phương pháp:
  - Cân bằng điều hoà
  - Tuyến tính điều hoà
  - Tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc
  - Đồ thị

Cân bằng điều hoà (1)

- Là phương pháp giải tích
- Mô tả mạch:

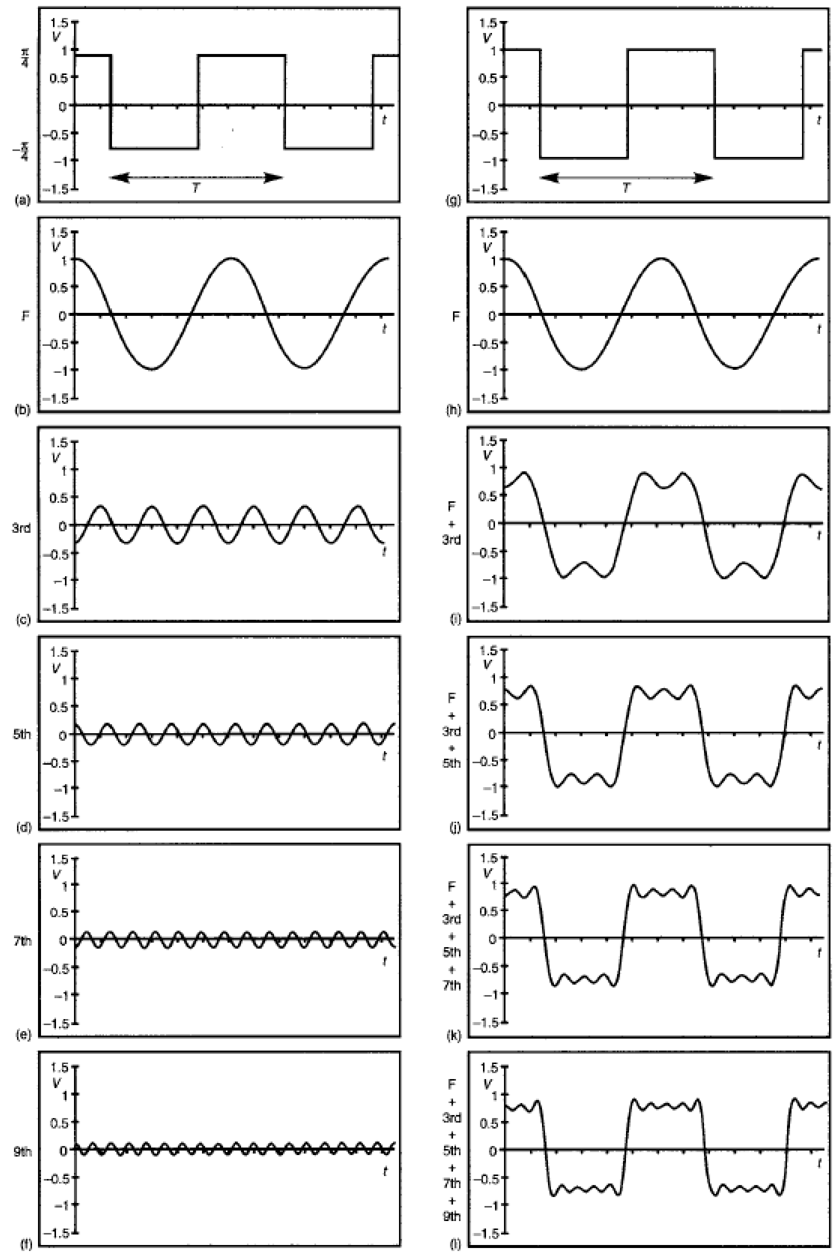
$$F(x, x', \ldots, t) = 0 \ (1)$$

- Giả thiết tồn tại dao động → tìm nghiệm ở dạng chuỗi dao động (Fourier):

$$x(t) = \sum_{k=1}^{n} A_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^{n} B_k \sin k\omega t$$

Cân bằng điều hoà (2)

$$x(t) = \sum_{k=1}^{n} A_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^{n} B_k \sin k\omega t$$



Cân bằng điều hoà (3)

- Là phương pháp giải tích
- Mô tả mạch:

$$F(x, x', \ldots, t) = 0 \ (1)$$

- Giả thiết tồn tại dao động → tìm nghiệm ở dạng chuỗi dao động (Fourier):

$$x(t) = \sum_{k=1}^{n} A_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^{n} B_k \sin k\omega t$$

- Thay $x(t)$ vào (1):

$$\sum_{k=1}^{n} C_k(A, B, \omega)\cos k\omega t + \sum_{k=1}^{n} S_k(A, B, \omega)\sin k\omega t + H = 0$$

$$A = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$$

$$B = \{B_1, B_2, \ldots, B_n\}$$

H: tổng của các điều hoà bậc cao ($k > n$)

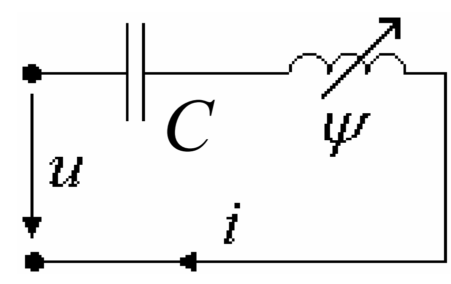
Cân bằng điều hoà (4)

$$\sum_{k=1}^{n} C_k(A,B,\omega)\cos k\omega t + \sum_{k=1}^{n} S_k(A,B,\omega)\sin k\omega t + H = 0 \qquad \forall t$$

$$\rightarrow \begin{cases} C_1(A,B,\omega) = 0 \\ S_1(A,B,\omega) = 0 \\ C_2(A,B,\omega) = 0 \\ S_2(A,B,\omega) = 0 \\ \ldots \\ C_n(A,B,\omega) = 0 \\ S_n(A,B,\omega) = 0 \end{cases} \quad \rightarrow A, B \quad \rightarrow x(t) = \sum_{k=1}^{n} A_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^{n} B_k \sin k\omega t$$

Cân bằng điều hoà (5)

VD1



$u = U_m \sin \omega t$

$\psi = ai - bi^3$

$i = ?$ (bậc 1)

$$u = u_C + \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{C}\int idt + \frac{\partial\psi}{\partial i}.\frac{di}{dt}$$

$$= \frac{1}{C}\int idt + (a - 3bi^2)i'$$

$$\left.\begin{array}{r} \to Cu' = i + C[(a-3bi^2)i']' = i + C(a-3bi^2)i'' - 6Cbi(i')^2 \\ \text{Đặt} \quad i = A\cos\omega t \end{array}\right\}$$

$$\to CU_m\omega\cos\omega t = (A - CaA\omega^2 + 0,75CbA^3\omega^2)\cos\omega t + \boxed{2,25CbA^3\omega^2\cos 3\omega t}$$

Điều hoà bậc cao

$$\to CU_m\omega\cos\omega t \approx (A - CaA\omega^2 + 0,75CbA^3\omega^2)\cos\omega t$$

$$\to A - CaA\omega^2 + 0,75CbA^3\omega^2 = CU_m\omega \ \to A \ \to i = A\cos\omega t$$

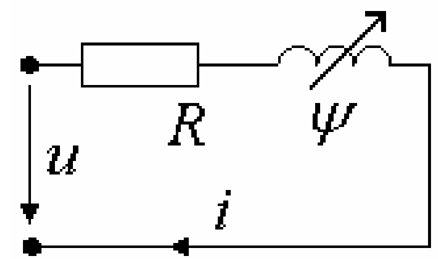
Cân bằng điều hoà (6)

$$u = Ri + \frac{d\psi}{dt} = Ri + \frac{\partial \psi}{\partial i}.\frac{di}{dt}$$

$$= Ri + (a - 3bi^2)i'$$

Đặt $i = A\cos\omega t + B\sin\omega t$

VD2



$u = U_m \sin\omega t$

$\psi = ai - bi^3$

$i = ?$ (bậc 1)

$$\rightarrow u = [RA + a\omega B - 0,75b\omega(A^2B + B^3)]\cos\omega t + [RB - a\omega A + 0,75b\omega(A^3 + AB^2)]\sin\omega t +$$

$$+ \underline{0,75b\omega(B^3 - 3A^2B)\cos 3\omega t + 0,75b\omega(A^3 - 3AB^2)\sin 3\omega t}$$

Điều hoà bậc cao

$$\approx [RA + a\omega B - 0,75b\omega(A^2B + B^3)]\cos\omega t + [RB - a\omega A + 0,75b\omega(A^3 + AB^2)]\sin\omega t$$

$$= U_m \sin\omega t$$

$$\rightarrow \begin{cases} RA + a\omega B - 0,75b\omega(A^2B + B^3) = 0 \\ RB - a\omega A + 0,75b\omega(A^3 + AB^2) = U_m \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \\ B \end{cases} \rightarrow i = A\cos\omega t + B\sin\omega t$$

Cân bằng điều hoà (7)

- Ưu điểm: thông tin phong phú vì nghiệm có dạng giải tích
- Nhược điểm:
  – Cồng kềnh
  – Kém chính xác vì qua nhiều bước gần đúng
- Chỉ dùng cho các bài toán đơn giản, nghiên cứu sơ bộ thiết bị điện

$$\left.\begin{array}{l} u = Ri + (a - 3bi^2)i' \\ i = A\cos\omega t + B\sin\omega t \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$u = [RA + a\omega B - 0{,}75b\omega(A^2B + B^3)]\cos\omega t + [RB - a\omega A + 0{,}75b\omega(A^3 + AB^2)]\sin\omega t + H$$

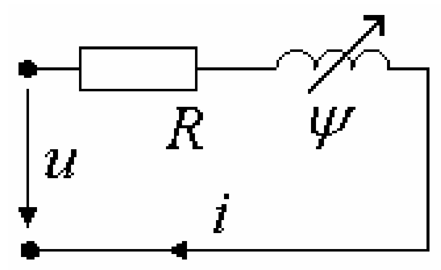
Cân bằng điều hoà (8)

$$u = Ri + \frac{d\psi}{dt}$$

Đặt $i = A\cos\omega t + B\sin\omega t$

$\downarrow$

VD2



$u = U_m \sin\omega t$

$\psi = ai - bi^3$

$i = ?$ (bậc 1)

$$= [RA + a\omega B - 0{,}75b\omega(A^2B + B^3)]\cos\omega t + [RB - a\omega A + 0{,}75b\omega(A^3 + AB^2)]\sin\omega t + H$$

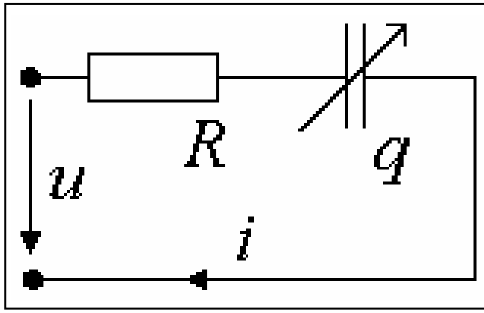
$$= U_m \sin\omega t \quad \rightarrow \begin{cases} RA + a\omega B - 0{,}75b\omega(A^2B + B^3) = 0 \\ RB - a\omega A + 0{,}75b\omega(A^3 + AB^2) = U_m \end{cases} \quad \rightarrow \begin{cases} A \\ B \end{cases}$$

Tính toán cồng kềnh

→ Có thể giảm được khối lượng tính toán?

Cân bằng điều hoà (9)

VD3



$$u = U_m \sin \omega t$$

$$q = au_C - bu_C^3$$

$$i = ?\ \text{(bậc 1)}$$

Nội dung

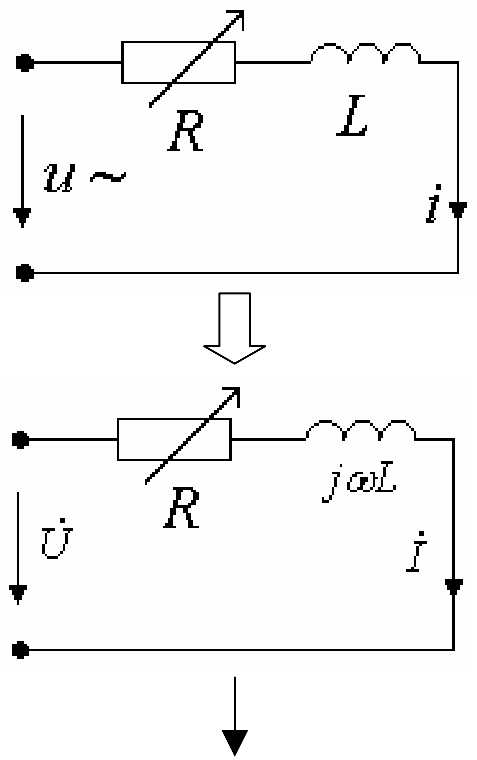
- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
  - Chế độ dao động
    - Khái niệm
    - Phương pháp cân bằng điều hoà
    - **Phương pháp tuyến tính điều hoà**
    - Phương pháp tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc
    - Phương pháp đồ thị
    - Tự dao động
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

Tuyến tính điều hoà (1)

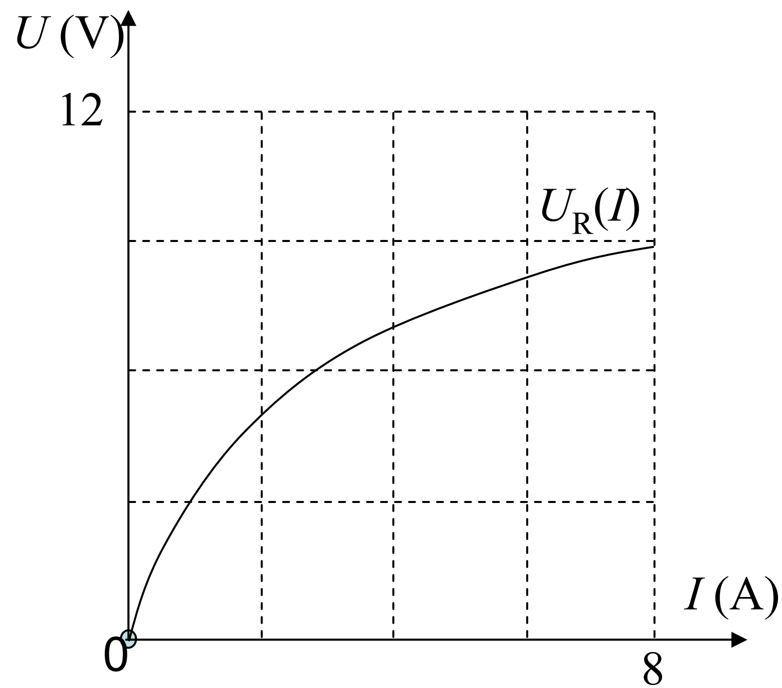
- Bỏ qua tính tạo tần
- Chỉ quan tâm đến quan hệ hiệu dụng $U(I)$, $\Psi(I)$, $Q(U)$
- Hoặc quan hệ biên độ $U_m(I_m)$, $\Psi_m(I_m)$, $Q_m(U_m)$
- Các quan hệ đó có tính phi tuyến
- Coi đáp ứng tương đương với một điều hoà bậc 1 tần số ω
- Cách tính: phức hoá sơ đồ, sau đó dùng các phương pháp đồ thị/dò/lặp

Tuyến tính điều hoà (2)

VD1



$i = ?$

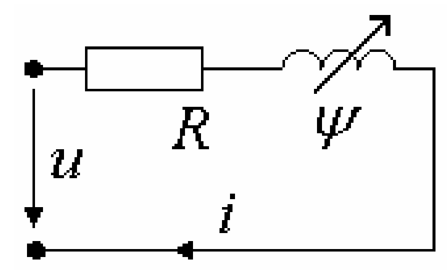


$$\dot{U} = j\omega L\dot{I} + \dot{U}_R(I) \quad \rightarrow U = \sqrt{(\omega LI)^2 + U_R^2(I)} \quad \rightarrow I \quad \rightarrow \varphi\ ?$$

Tuyến tính điều hoà (3)

$$u = Ri + \frac{d\psi}{dt}$$

VD2



$$u = U_m \sin \omega t$$

$$\psi_m = aI_m - bI_m^3$$

$$i = ?$$

Đặt $\psi(t) = \psi_m(I_m)\sin \omega t$

$$\rightarrow u = Ri + \frac{d\psi}{dt} = Ri + \omega\psi_m(I_m)\cos \omega t$$

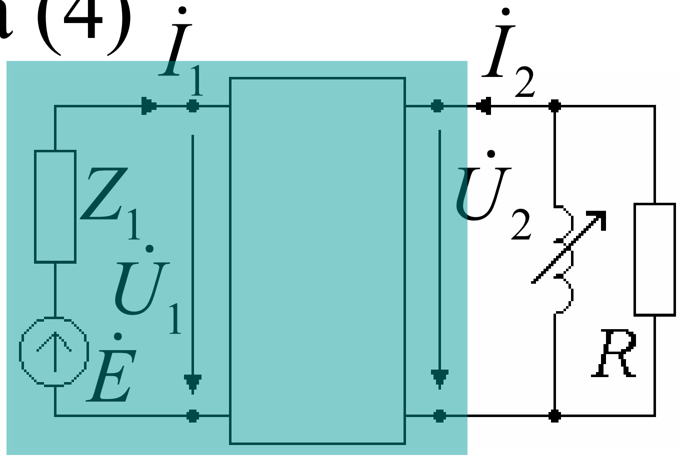
$$= \sqrt{(RI_m)^2 + [\omega\psi_m(I_m)]^2}\,\sin(\omega t + artg(\frac{\omega\psi_m(I_m)}{RI_m})) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

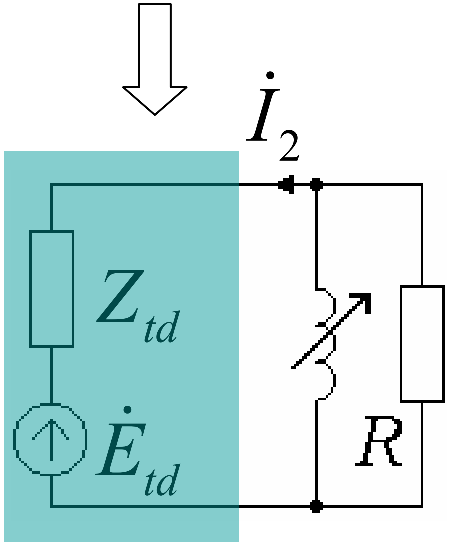
$$\rightarrow \begin{cases} U_m = \sqrt{(RI_m)^2 + [\omega\psi_m(I_m)]^2} \\ \varphi = artg(\dfrac{\omega\psi_m(I_m)}{RI_m}) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_m \\ \varphi \end{cases} \rightarrow i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$

Tuyến tính điều hoà (4)

VD3

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad \dot{E} = 220\,\text{V};\ Z_1 = 15 + j25\,\Omega$$
$$R = 10\Omega;\ U_L(I) = 100I - 5I^3$$
$$I_L = ?$$



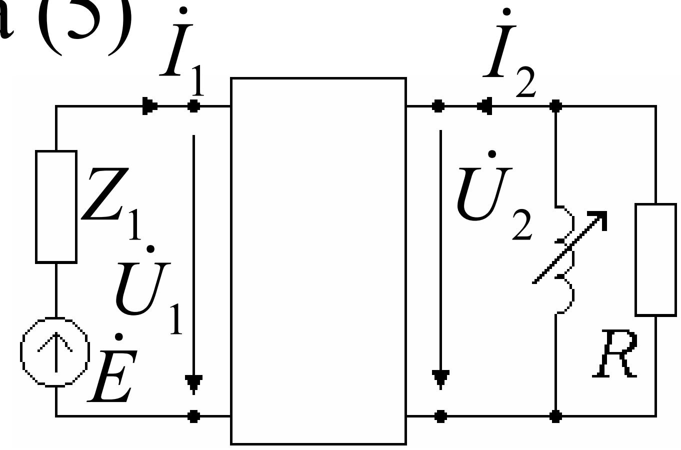


Tuyến tính điều hoà (5)

VD3

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad \dot{E} = 220\,\text{V};\ Z_1 = 15 + j25\,\Omega; \quad R = 10\,\Omega;\ U_L(I) = 100I - 5I^3$$

$$I_L = ?$$

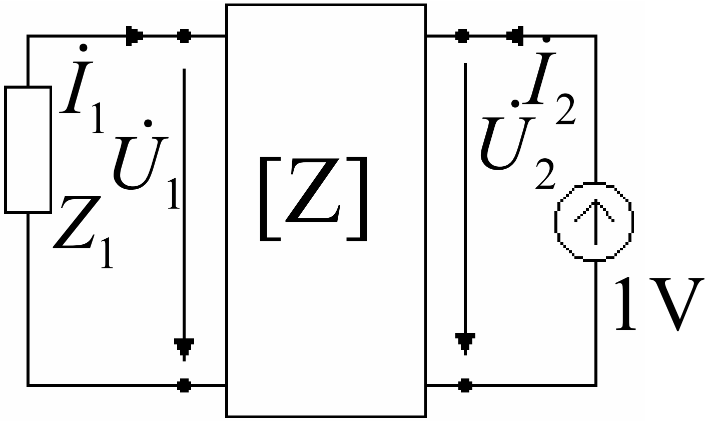


$$Z_{td} = \frac{1}{\dot{I}_2}$$

$$\begin{cases} (15 + j25)\dot{I}_1 + \dot{U}_1 = 0 \\ \dot{U}_2 = 1 \\ \begin{cases} \dot{U}_1 = 30\dot{I}_1 + 20\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = 20\dot{I}_1 + 50\dot{I}_2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\to \dot{I}_2 = 0{,}023 - j0{,}002\,\text{A}$$

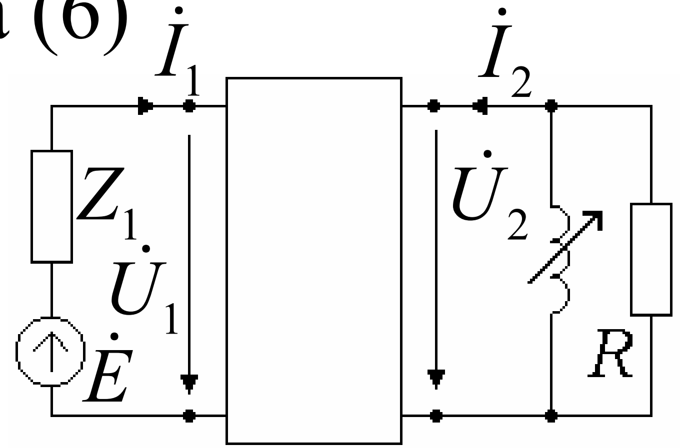
$$\to Z_{td} = 43{,}15 + j3{,}75\,\Omega$$



Tuyến tính điều hoà (6)

VD3

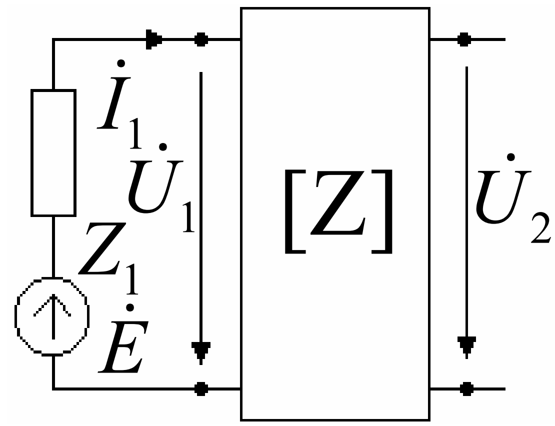
$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad \dot{E} = 220\,\text{V};\ Z_1 = 15 + j25\,\Omega$$
$$R = 10\,\Omega;\ U_L(I) = 100I - 5I^3$$
$$I_L = ?$$



$$\dot{E}_{td} = \dot{U}_2$$

$$\begin{cases} (15 + j25)\dot{I}_1 + \dot{U}_1 = \dot{E} \\ \dot{I}_2 = 0 \\ \begin{cases} \dot{U}_1 = 30\dot{I}_1 + 20\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = 20\dot{I}_1 + 50\dot{I}_2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\rightarrow \dot{U}_2 = 74,72 - j41,51\,\text{V}$$

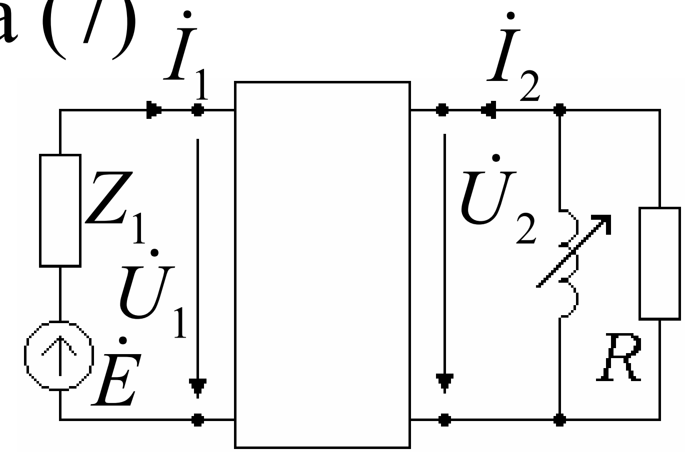


$$\rightarrow \dot{E}_{td} = 74,72 - j41,51\,\text{V}$$

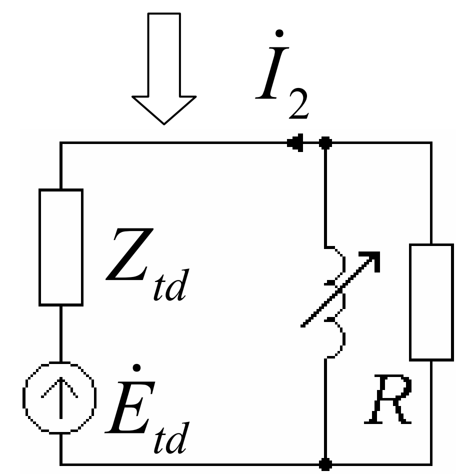
Tuyến tính điều hoà (7)

VD3

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad \dot{E} = 220\,\text{V};\ Z_1 = 15 + j25\,\Omega \quad R = 10\Omega;\ U_L(I) = 100I - 5I^3 \quad I_L = ?$$



Lập quan hệ $E = f(I)$?



$$I_L\angle 0 \rightarrow \dot{U}_L = (100I - 5I^3)\angle 90^0 \rightarrow \dot{I}_R = \frac{\dot{U}_L}{R}$$

$$\rightarrow \dot{I}_2 = \dot{I}_L + \dot{I}_R \rightarrow \dot{E}_{td} = Z_{td}\dot{I}_2 + \dot{U}_L$$

$$\rightarrow E_{td} = |Z_{td}\dot{I}_2 + \dot{U}_L| \overset{?}{=} 85,5$$

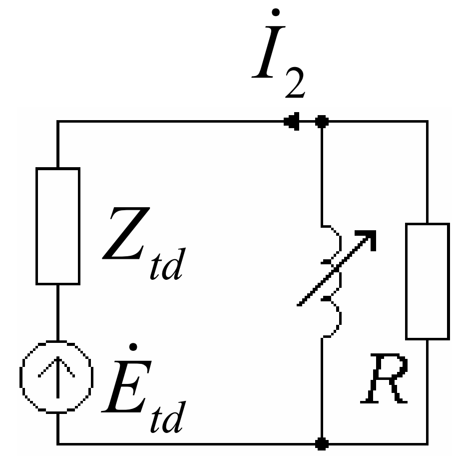
$$Z_{td} = 43,15 + j3,75\,\Omega$$

$$\dot{E}_{td} = 74,72 - j41,51\,\text{V} = 85,5\angle -29^0\ \text{V}$$

Tuyến tính điều hoà (8)

VD3

$Z_{td} = 43,15 + j3,75\,\Omega; \quad \dot{E}_{td} = 85,5\underline{/-29^0}$ V



$$I_L\underline{/0} \rightarrow \dot{U}_L = (100I - 5I^3)\underline{/90^0} \rightarrow \dot{I}_R = \frac{\dot{U}_L}{10}$$

$$\rightarrow \dot{I}_2 = \dot{I}_L + \dot{I}_R \rightarrow E_{td} = |Z_{td}\dot{I}_2 + \dot{U}_L| \rightarrow E_{td} \stackrel{?}{=} 85,5$$

k	$I_L^{(k)}$(A)	$\dot{U}_L^{(k)}$(V)	$\dot{I}_R^{(k)}$(A)	$\dot{I}_2^{(k)}$(A)	$E_{td}^{(k)}$(V)	$\frac{\lvert E_{td}^{(k)} - 85,5\rvert}{85,5}$ (%)
1	1	$j95$	$j9,5$	$1 + j9,5$	508,7	495
2	0,5	$j49,4$	$j4,94$	$0,5 + j4,94$	264,3	209
3	0,2	$j20,0$	$j2,00$	$0,2 + j2,00$	106,8	25,0
4	0,1	$j10,0$	$j1,00$	$0,1 + j1,00$	53,5	37,4
5	0,15	$j15,0$	$j1,50$	$0,15 + j1,50$	80,2	6,20
6	$\boxed{0,16}$	$j16,0$	$j1,60$	$0,16 + j1,60$	85,4	0,11

Tuyến tính điều hoà (9)

- Tương đối dễ
- Chỉ tìm được điều hoà bậc 1
- Điều hoà tương đương: $x(t) = M\sin\omega t$
- Tuyến tính điều hoà: $x(t) = N\sin\omega t$
- Khác nhau?

M là hằng số

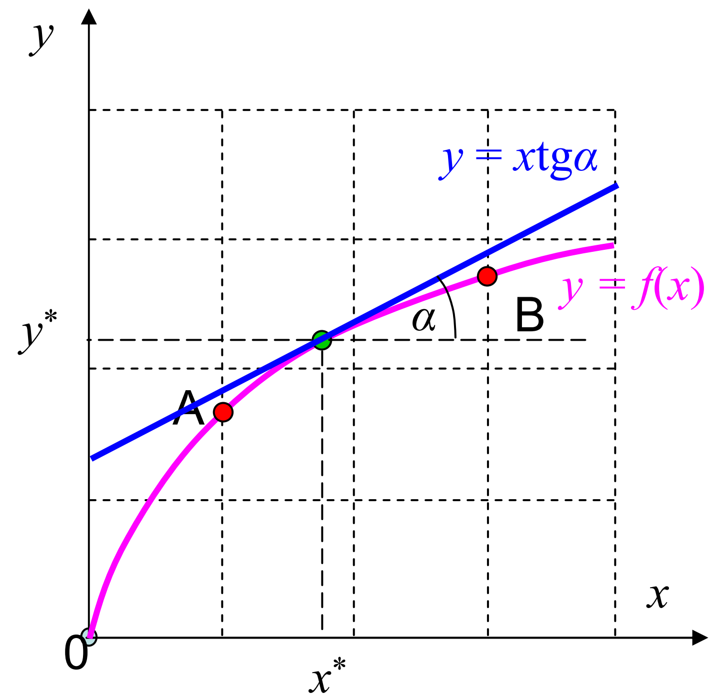
$N = N(z)$

Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
  - Chế độ dao động
    - Khái niệm
    - Phương pháp cân bằng điều hoà
    - Phương pháp tuyến tính điều hoà
    - **Phương pháp tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc**
    - Phương pháp đồ thị
    - Tự dao động
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

Tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc (1)

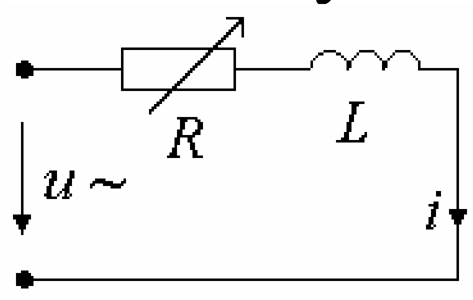
- Nếu
  - Biết trước rằng thiết bị chỉ làm việc trong đoạn AB
  - Biết trước rằng AB hẹp/ngắn/thẳng **?**
- Thì có thể thay đoạn cong AB bằng đường thẳng
- Đường thẳng đó thường là tiếp tuyến với đường cong tại điểm làm việc **?** (x^*, y^*)

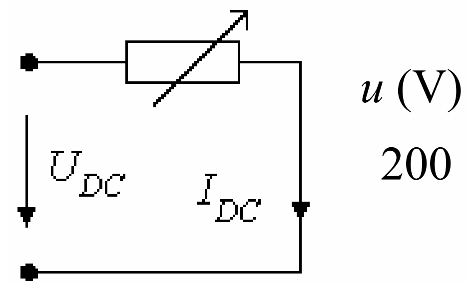


→ Thay quan hệ phi tuyến $y = f(x)$ bằng quan hệ tuyến tính $y = x\text{tg}\alpha$

VD1

Tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc (2)

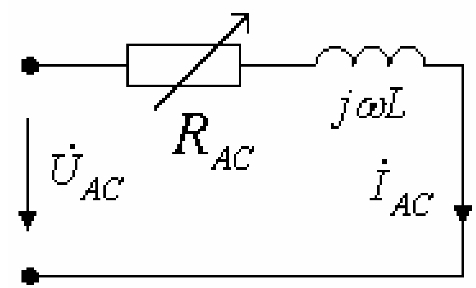


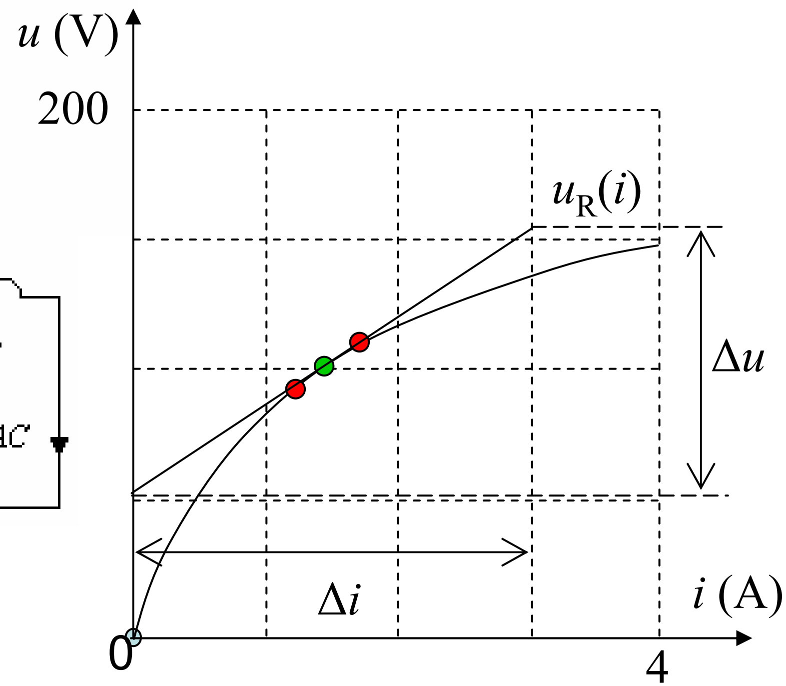


$$u = 100 + 5\sin 100t \text{ V}$$

$$= U_{DC} + u_{AC}$$

$$U_{DC} = 100V \rightarrow I_{DC} = 1,4 \text{ A}$$





Điểm làm việc: (1,4 A; 100 V)

$$R_{AC} \approx \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{100}{3} = 33,33\,\Omega \;\rightarrow \dot{U}_{AC} = R_{AC}\dot{I}_{AC} + j100L\dot{I}_{AC} \rightarrow \dot{I}_{AC} = \frac{\dot{U}_{AC}}{R_{AC} + j100L}$$

$$\rightarrow i = I_{DC} + I_{AC}\sqrt{2}\sin(100t + \varphi) \text{ A}$$

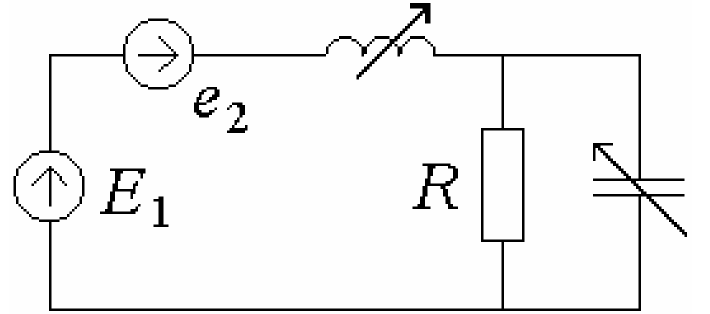
VD2

Tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc (3)

$E_1 = 60\,\text{V};\; e_2(t) = 5\sqrt{2}\sin 314t;\; R = 20\,\Omega$

$\psi(i) = 96e^{0,0020i} - 105e^{-0,26i};\;\; q(u) = 10^{-5}u - 0,5.10^{-9}u^3$

Tính dòng điện trên cuộn cảm & điện áp trên tụ điện.



$$I_{LDC} = \frac{E_1}{R} = \frac{60}{20} = 3\,\text{A};\;\; U_{CDC} = E_1 = 60\,\text{V}$$

$$L_{tth} = \left.\frac{d\psi}{di}\right|_{i=3} = \left.\left(96.0,002e^{0,0020i} + 105.0,26e^{-0,26i}\right)\right|_{i=3} = 12,71\,\text{H}$$

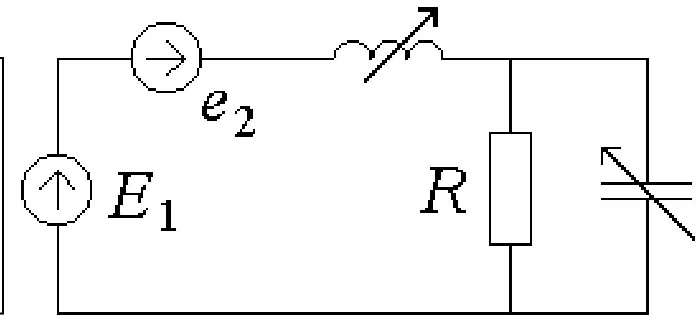
$$C_{tth} = \left.\frac{dq}{du}\right|_{u=60} = \left.\left(10^{-5} - 3.0,5.10^{-9}u^2\right)\right|_{u=60} = 4,6\,\mu\text{F}$$

VD2 Tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc (4)

$E_1 = 60\,\text{V};\ e_2(t) = 5\sqrt{2}\sin 314t;\ R = 20\,\Omega$

$\psi(i) = 96e^{0,0020i} - 105e^{-0,26i};\ q(u) = 10^{-5}u - 0,5.10^{-9}u^3$

Tính dòng điện trên cuộn cảm & điện áp trên tụ điện.

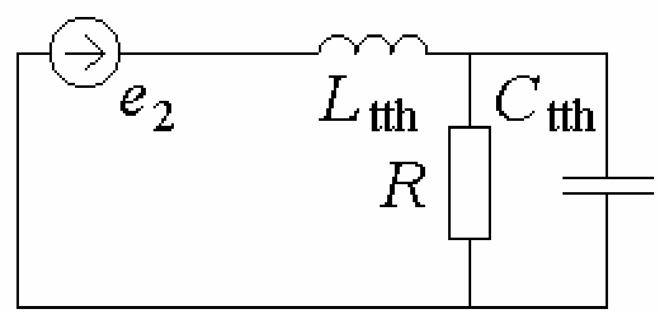


$$L_{tth} = 12,71\,\text{H} \qquad C_{tth} = 4,6\,\mu\text{F}$$

$$\dot{I}_{LAC} = \frac{\dot{E}_2}{j\omega L_{tth} + \dfrac{R\dfrac{1}{j\omega C_{tth}}}{R + \dfrac{1}{j\omega C_{tth}}}};\quad \dot{U}_{CAC} = \frac{R\dfrac{1}{j\omega C_{tth}}}{R + \dfrac{1}{j\omega C_{tth}}}\dot{I}_{LAC}$$

$$i_L(t) = I_{LDC} + i_{LAC}(t)$$

$$u_C(t) = U_{CDC} + u_{CAC}(t)$$



Tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc (5)

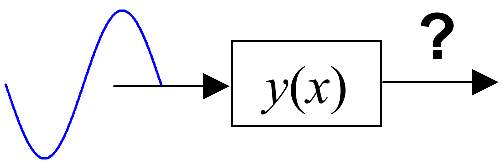
- Áp dụng khi kích thích có dạng

$$x(t) = X_{DC} + X_{AC}\sin\omega t \quad (X_{DC} >> X_{AC})$$

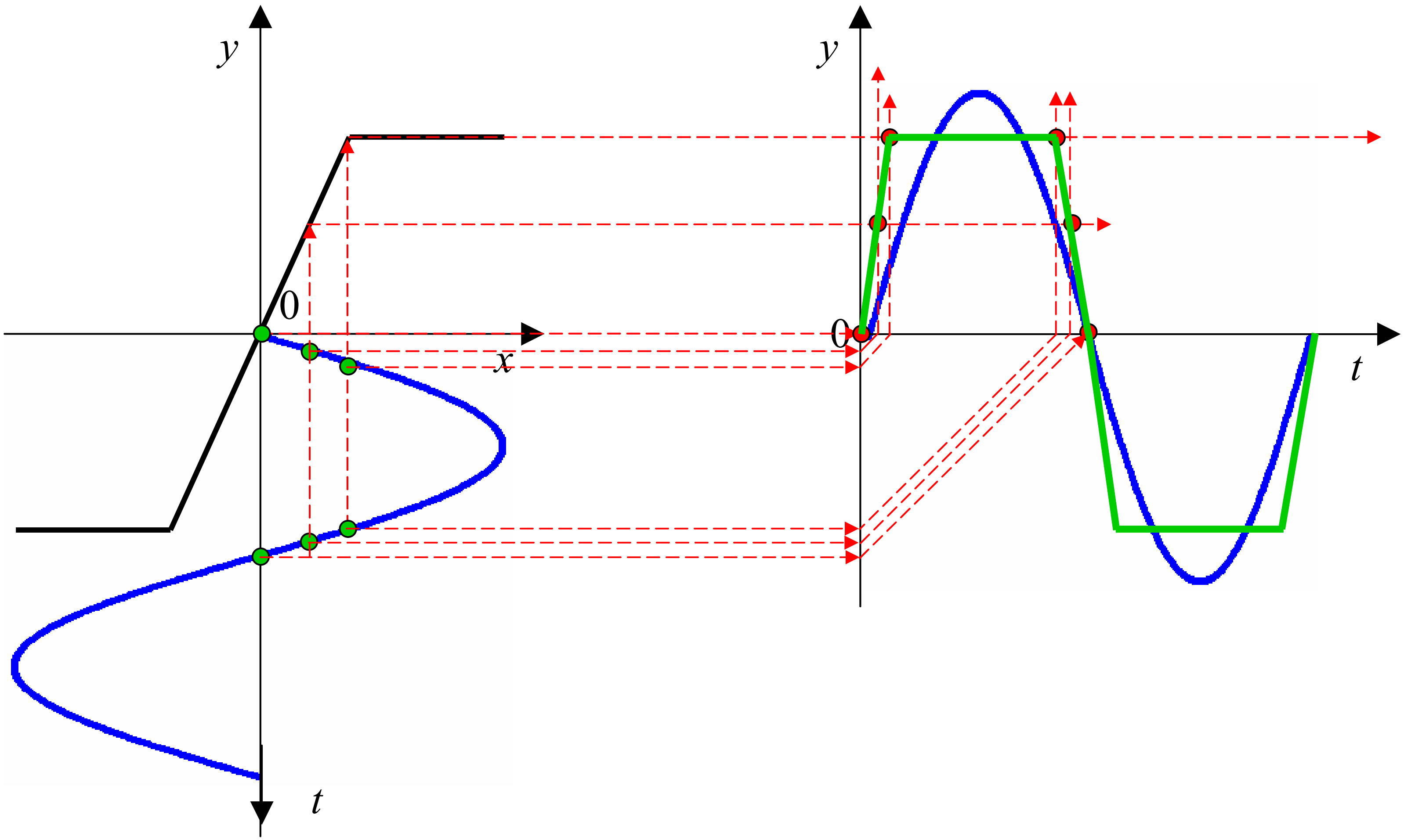
- Đáp ứng DC: tra/tính từ đặc tính phi tuyến
- Đáp ứng AC:
  - Tính hệ số đáp ứng tuyến tính hoá k_{AC} (hệ số góc của tiếp tuyến với đường cong tại điểm làm việc)
  - Giải mạch điện tuyến đã tính hoá
- Đáp ứng mạch = đáp ứng DC + đáp ứng AC

Nội dung

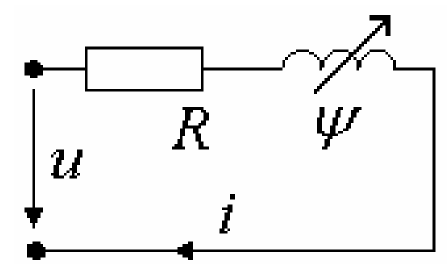
- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
  - Chế độ dao động
    - Khái niệm
    - Phương pháp cân bằng điều hoà
    - Phương pháp tuyến tính điều hoà
    - Phương pháp tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc
    - **Phương pháp đồ thị**
    - Tự dao động
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính



Phương pháp đồ thị (1)

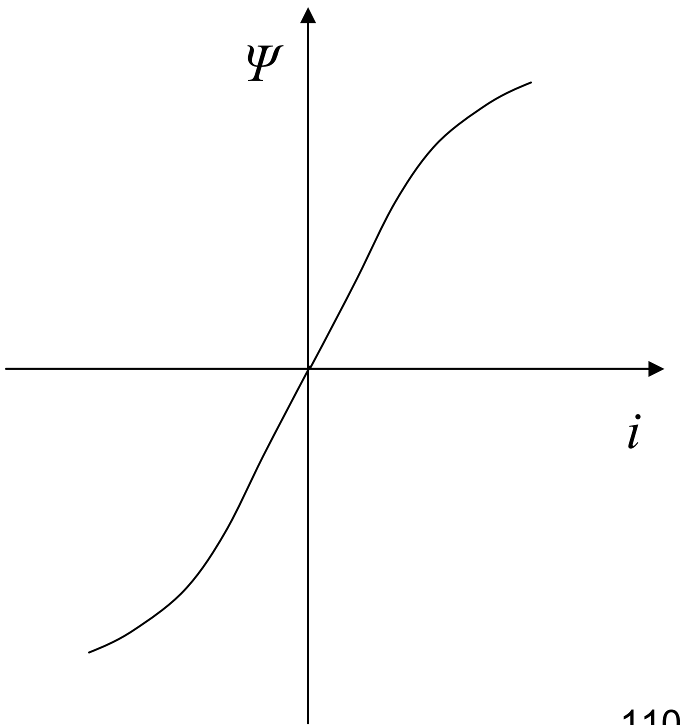


Phương pháp đồ thị (2)



$$u = U_m \sin \omega t$$

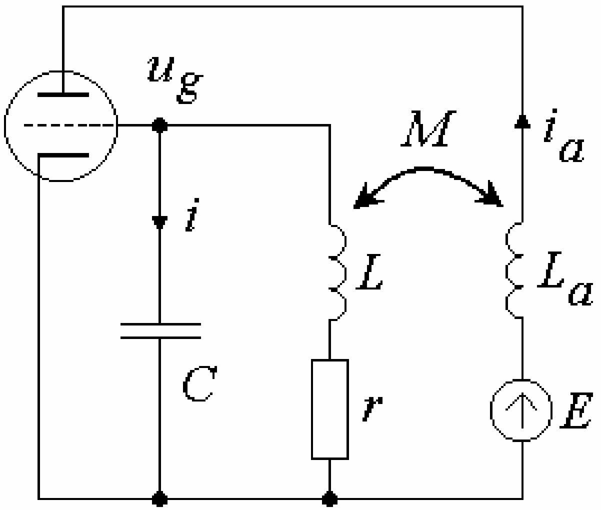
$$i = ?$$



Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
  - Chế độ dao động
    - Khái niệm
    - Phương pháp cân bằng điều hoà
    - Phương pháp tuyến tính điều hoà
    - Phương pháp tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc
    - Phương pháp đồ thị
    - **Tự dao động**
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

Tự dao động (1)

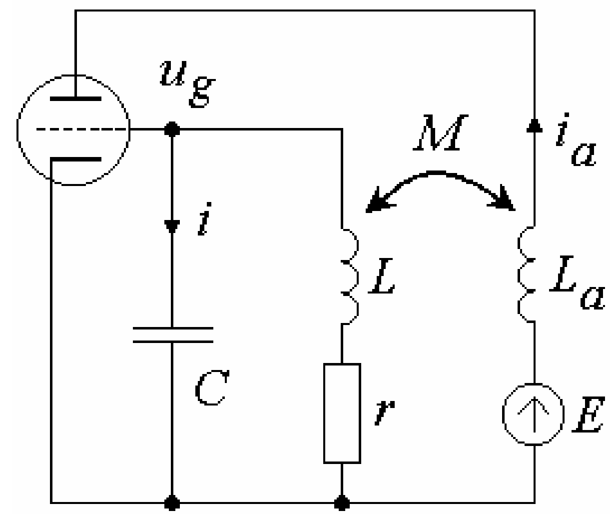


$$i_a(u_g) = au_g - bu_g^3$$

$$\left.\begin{aligned} & L\frac{di}{dt} - M\frac{di_a}{dt} + ri + u_g = 0 \\ & i = C\frac{du_g}{dt} \\ & \frac{di_a}{dt} = \frac{\partial i_a}{\partial u_g}.\frac{du_g}{dt} = (a - 3bu_g^2)\frac{du_g}{dt} \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\left.\begin{aligned} & \rightarrow \ddot{u}_g + \frac{1}{LC}u_g - \frac{1}{LC}\left(Ma - \frac{r}{L} - 3Mbu_g^2\right)\dot{u}_g = 0 \\ & \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \qquad k = \frac{3Mb}{\mu} \qquad \mu = \frac{1}{LC}\left(Ma - \frac{r}{L}\right) \end{aligned}\right\} \rightarrow \ddot{u}_g + \omega_0^2 u_g - \mu(1 - ku_g^2)\dot{u}_g = 0$$

Tự dao động (2)



$$i_a(u_g) = au_g - bu_g^3$$

$$\ddot{u}_g + \omega_0^2 u_g - \mu(1 - ku_g^2)\dot{u}_g = 0$$

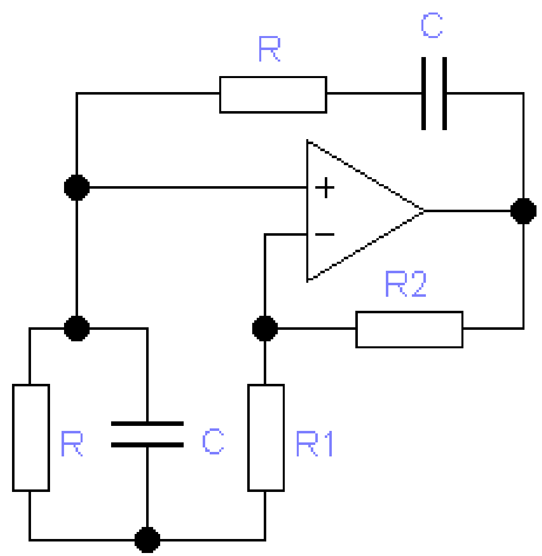
van der Pol: $\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(1 - x^2)\frac{dx}{dt} + x = 0$

$$\left.\begin{array}{r} u_g = A\cos\omega t \\ \ddot{u}_g + \omega_0^2 u_g - \mu(1 - ku_g^2)\dot{u}_g = 0 \end{array}\right\} \longrightarrow$$

$$\to A(\omega_0^2 - \omega^2)\cos\omega t + \mu A\omega(1 - 0{,}25kA^2)\sin\omega t - 0{,}25k\mu A^3\omega\sin 3\omega t = 0$$

$$\to \begin{cases} \omega_0^2 - \omega^2 = 0 \\ 1 - 0{,}25kA^2 = 0 \end{cases} \to \begin{cases} \omega \\ A \end{cases}$$

Tự dao động (3)



$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

- Mạch phi tuyến
  - Chế độ quá độ
  - Chế độ xác lập
    - Chế độ hằng
      - P/p đồ thị
      - P/p dò
      - P/p lặp
    - Chế độ dao động
      - P/p cân bằng điều hoà
      - P/p tuyến tính điều hoà
      - P/p tuyến tính hoá đoạn đặc tính
      - P/p đồ thị

Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- **Chế độ quá độ**
  - **Khái niệm**
  - **Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ**
  - **Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc**
  - **Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn**
  - **Phương pháp tham số bé**
  - **Phương pháp sai phân**
  - **Không gian trạng thái**
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

Khái niệm

- Quá trình quá độ trong mạch điện phi tuyến
- Mô hình toán:
  - Hệ phương trình vi phân phi tuyến
  - Sơ kiện
- Ý nghĩa: máy điện, mạch khuếch đại, máy phát sóng, …
- Phương pháp:
  - Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - Tuyến tính hoá từng đoạn
  - Tham số bé
  - Sai phân

Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ (1)

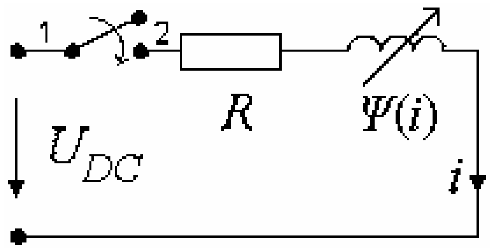
- Nhỏ: giá trị & ảnh hưởng nhỏ so với các số hạng khác trong phương trình
- Thường áp dụng: phương trình cấp 1 có 2 biến & 2 biến có quan hệ phi tuyến:

$$F_1(x) + F_2(y) = M; \; y = f(x)$$

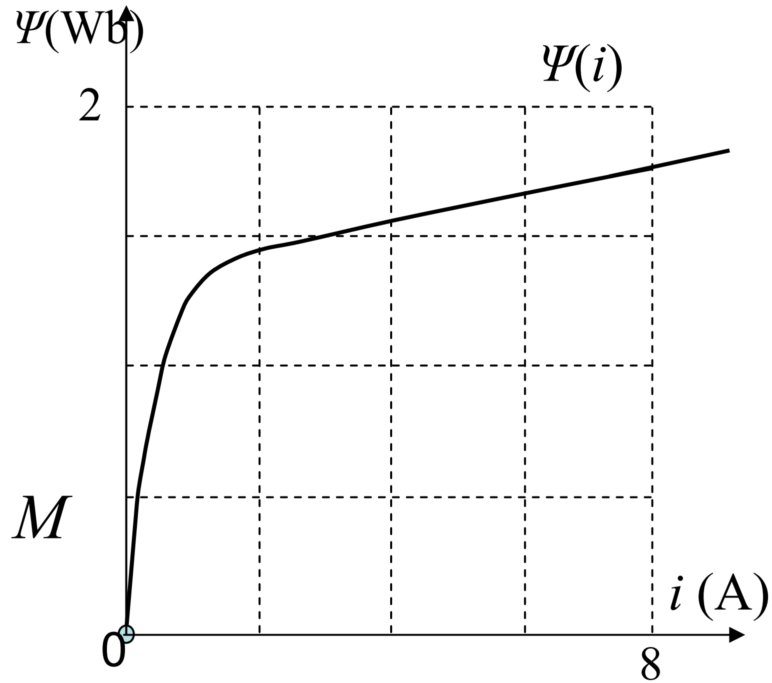
- được thay bằng $F_1(x) + F_2[kx] = M$

nếu F_2 nhỏ so với F_1

Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ (2)



$U_{DC} = 120$ V;
$R = 120\ \Omega$;
$i = ?$



$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC}$$

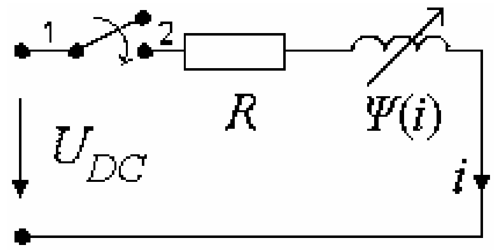
$$F_1(x) + F_2[y(x)] = M \rightarrow F_1(x) + F_2(kx) = M$$

$$Ri + \frac{d\Psi(i)}{dt} = U_{DC} \rightarrow Ri + \frac{d(ki)}{dt} = U_{DC}$$

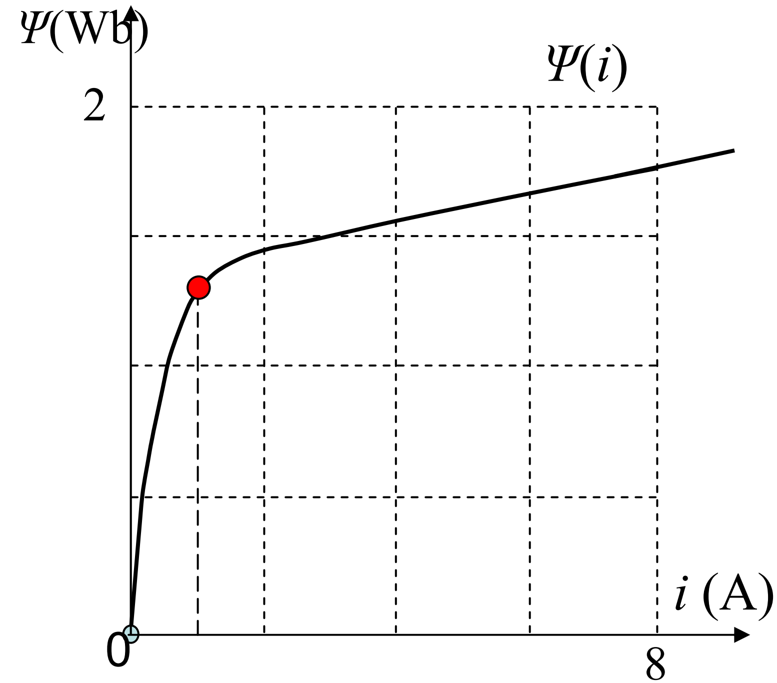
? $\longrightarrow$ So sánh Ri & $\dfrac{d\Psi}{dt}$

$$\frac{d\Psi}{dt} + Ri(\psi) = U_{DC} \rightarrow \frac{d\Psi}{dt} + Rk\Psi = U_{DC}$$

Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ (3)



U_{DC} = 120 V;
R = 120 Ω;
i =?



$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC}$$

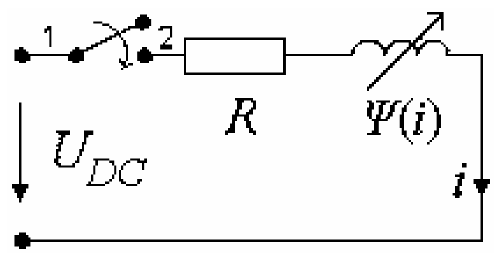
Cần so sánh Ri & $\dfrac{d\Psi}{dt}$ để tuyến tính hoá

$i_{xl} = \dfrac{U_{DC}}{R} = \dfrac{120}{120} = 1\,\text{A}$ → dòng tăng từ 0 → 1 A

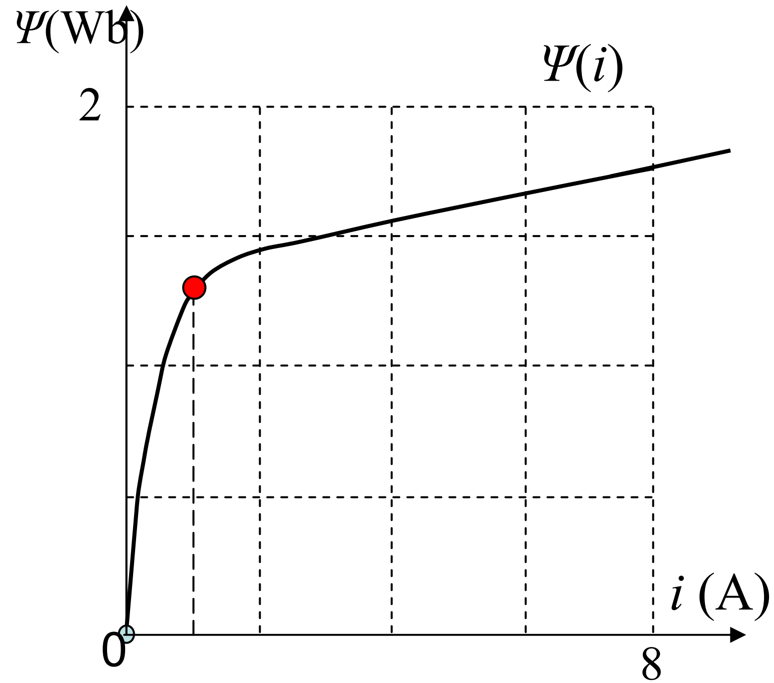
$$\to \frac{d\Psi}{dt} = \frac{\partial\Psi}{\partial i}.\frac{di}{dt} \approx \frac{\Delta\Psi}{\Delta i}.\frac{di}{dt} = L_{tth}\frac{di}{dt} \to \left.\begin{aligned} L_{tth} &= \frac{1,3}{1} = 1,3\,\text{H} \\ R &= 120\,\Omega \end{aligned}\right\} \to$$

Ảnh hưởng của $\dfrac{d\Psi}{dt}$ nhỏ so với Ri

Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ (4)



$U_{DC} = 120$ V;
$R = 120\ \Omega$;
$i = ?$



$$\left.\begin{array}{l} Ri + \dfrac{d\Psi}{dt} = U_{DC} \\ \text{Ảnh hưởng của } \dfrac{d\Psi}{dt} \text{ nhỏ so với } Ri \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow Ri + \frac{d\Psi(i)}{dt} = U_{DC} \rightarrow Ri + \frac{d(L_{tth}i)}{dt} = U_{DC}$$

$$\rightarrow 120i + \frac{d(1{,}3i)}{dt} = 120 \quad \rightarrow 120I(p) + 1{,}3pI(p) - 1{,}3i(-0) = \frac{120}{p}$$

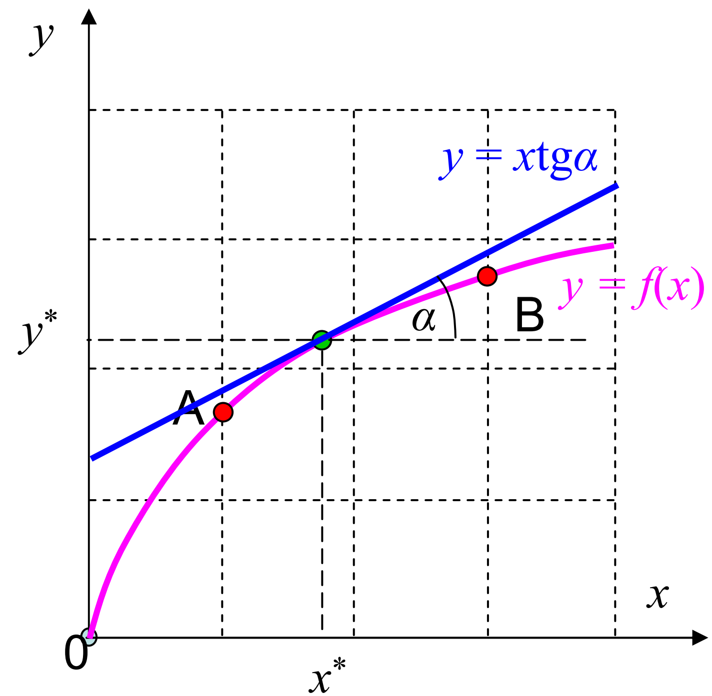
$$\rightarrow I(p) = \frac{120}{p(1{,}3p + 120)} \quad \rightarrow i(t) = 1 - e^{-92{,}31t}\ \text{A}$$

Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
  - Khái niệm
  - Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - **Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc**
  - Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn
  - Phương pháp tham số bé
  - Phương pháp sai phân
  - Không gian trạng thái
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (1)

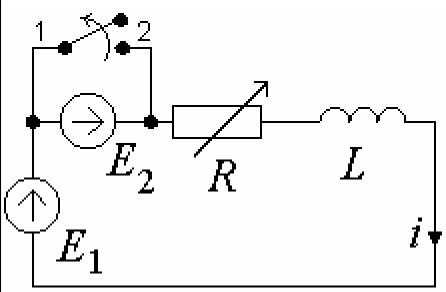
- Nếu
  - Biết trước rằng trong QTQĐ các thông số (dòng, áp) chỉ biến thiên trong đoạn AB, biết trước rằng AB hẹp/ngắn/thẳng
  - Điểm làm việc cố định, QTQĐ chỉ xảy ra với tín hiệu biến thiên quanh điểm làm việc
- Thì có thể thay đoạn cong AB bằng đường thẳng
- Đường thẳng đó thường là tiếp tuyến với đường cong tại điểm làm việc (x^*, y^*)



→ Thay quan hệ phi tuyến $y = f(x)$ bằng quan hệ tuyến tính $y = x\text{tg}\alpha$

VD1

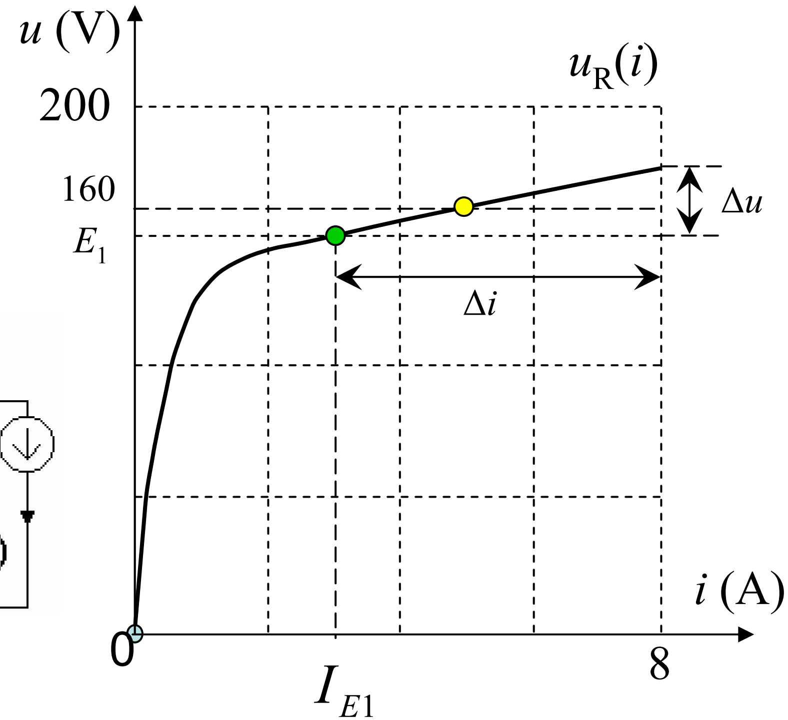
Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (2)



$E_1 = 150\text{V};$

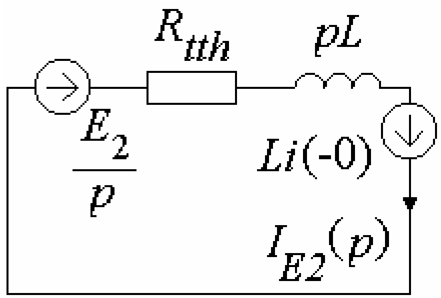
$E_2 = 10\text{V};\ L = 0{,}1\text{H};$

$i = ?$



$$E_1 = 150\,\text{V} \rightarrow I_{E1} = 3\,\text{A}$$

$$R_{tth} = \frac{du}{di} \approx \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{25}{5} = 5\,\Omega$$

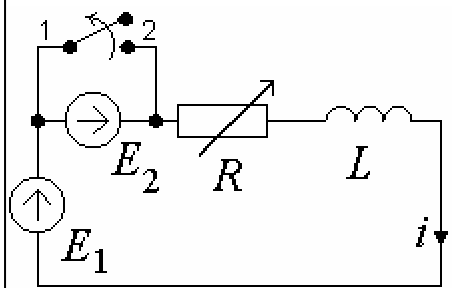


$$i(-0) = 0\,\text{A}$$

$$I_{E2}(p) = \frac{\frac{E_2}{p} + Li(-0)}{pL + R_{tth}} = \frac{\frac{10}{p} + 0}{0{,}1p + 5} = \frac{2}{p} - \frac{2}{p+50} \rightarrow i_{E2}(t) = 2 - 2e^{-50t}\ \text{A}$$

VD1

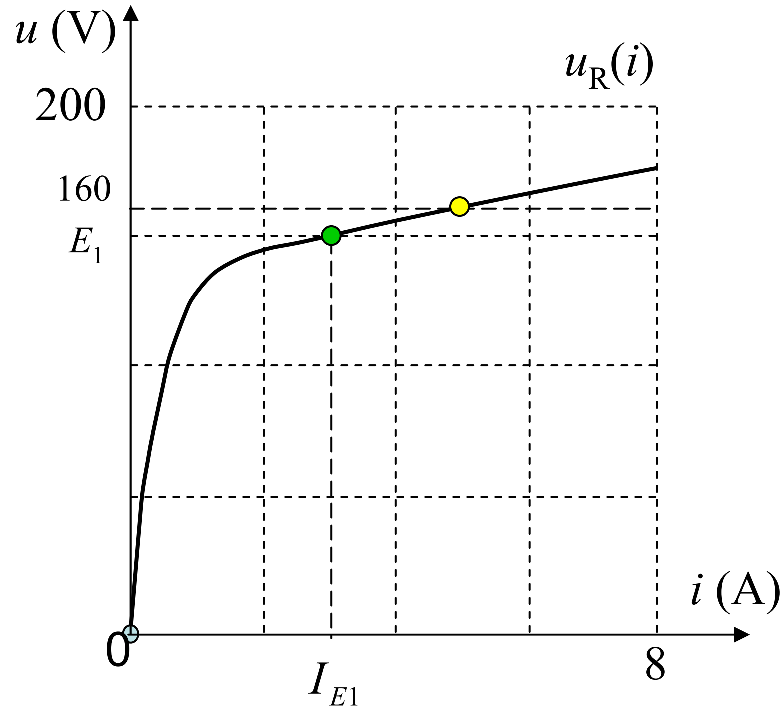
Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (3)



$E_1 = 150\text{V};$

$E_2 = 10\text{V}; L = 0{,}1\text{H};$

$i = ?$



$$i_{E2}(t) = 2 - 2e^{-50t} \text{ A}$$

Điều kiện tuyến tính hoá: các thông số chỉ biến thiên trong một đoạn hẹp/ngắn/thẳng

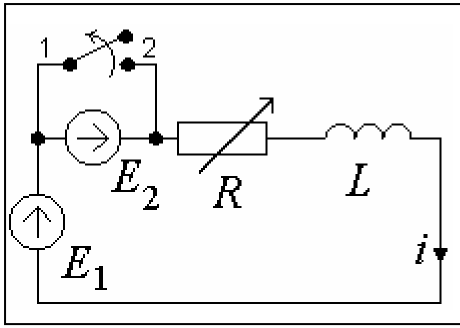
$i_{E2max} = 2$ A → QTQĐ chỉ biến thiên trong một đoạn thẳng

→ việc tuyến tính hoá là hợp lý

$$\rightarrow i(t) = I_{E1} + i_{E2}(t) = 3 + 2 - 2e^{-50t} = 5 - 2e^{-50t} \text{ A}$$

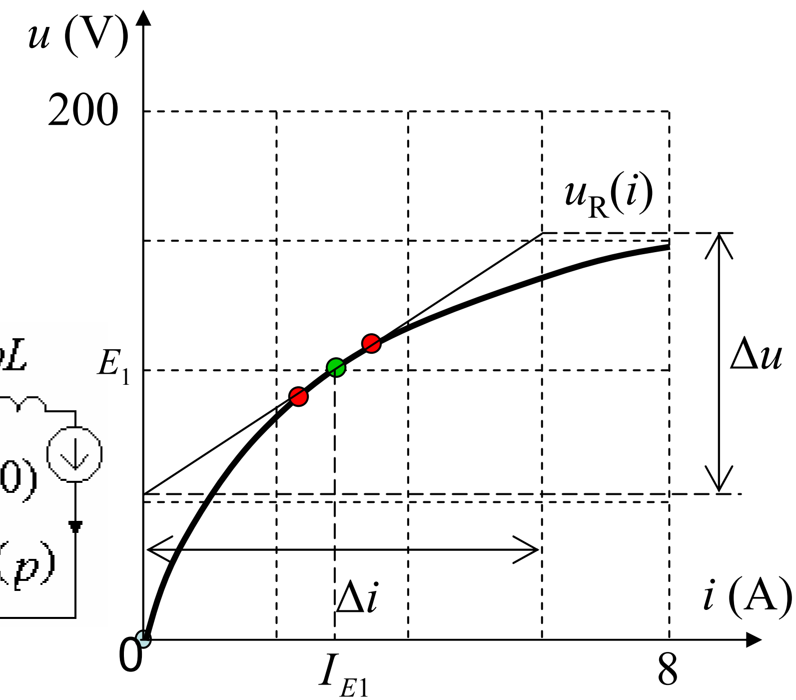
VD2

Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (4)



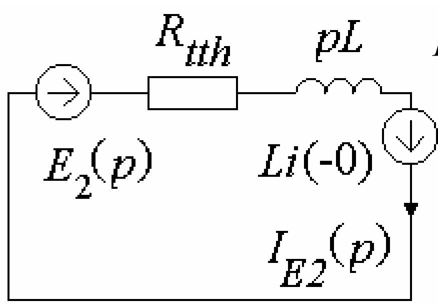
$E_1 = 100\text{V}; L = 0{,}1\text{H};$
$e_2(t) = 5\sin 100t$ V

$i = ?$



$$E_1 = 100\,\text{V} \rightarrow I_{E1} = 2{,}8\,\text{A}$$

$$R_{tth} = \frac{du}{di} \approx \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{100}{6} = 16{,}67\,\Omega$$



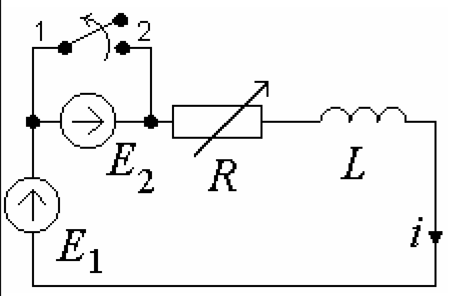
$$i(-0) = 0\,\text{A}$$

$$I_{e2}(p) = \frac{E_2(p) + Li(-0)}{pL + R_{tth}} = \frac{\frac{5.100}{p^2 + 100^2} + 0}{0{,}1p + 16{,}67} = \frac{5000}{(p + 166{,}67)(p^2 + 100^2)}$$

$$\rightarrow i_{e2}(t) = 0{,}13e^{-166{,}67t} + 0{,}26\sin(100t - 31^0)\,\text{A}$$

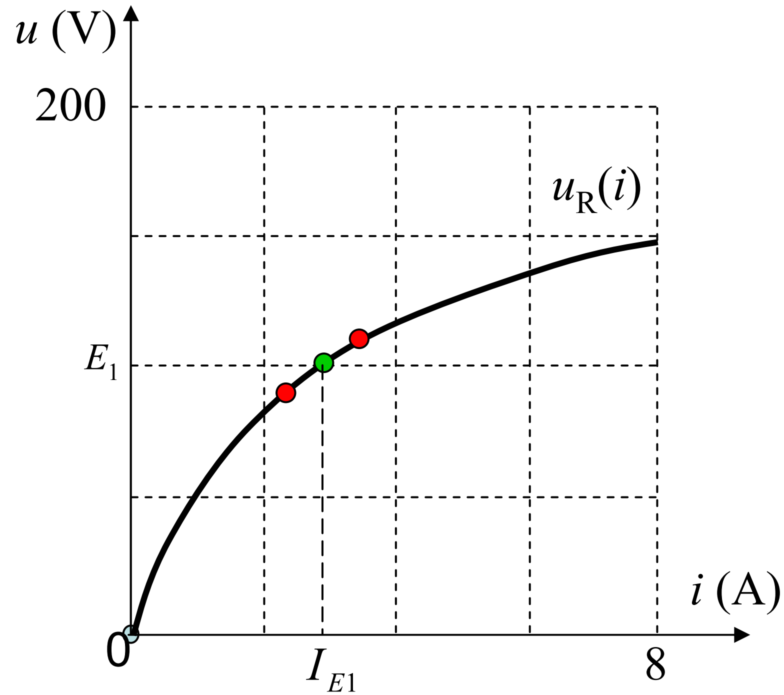
VD2

Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (5)



$E_1 = 100$V; $L = 0{,}1$H;
$e_2(t) = 5\sin 100t$ V

$i = ?$



$$i_{e2}(t) = 0{,}13e^{-166{,}67t} + 0{,}26\sin(100t - 31^0)\,\text{A}$$

Điều kiện tuyến tính hoá: các thông số chỉ biến thiên trong một đoạn hẹp/ngắn/thẳng

$$i_{e2}(t) < 0{,}13 + 0{,}26 = 0{,}39\,\text{A}$$

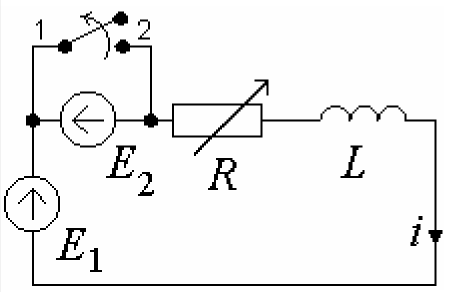
→ QTQĐ chỉ biến thiên trong một đoạn hẹp

→ việc tuyến tính hoá là hợp lý

$$\rightarrow i(t) = I_{E1} + i_{e2}(t) = 2{,}8 + 0{,}13e^{-166{,}67t} + 0{,}26\sin(100t - 31^0)\,\text{A}$$

VD3

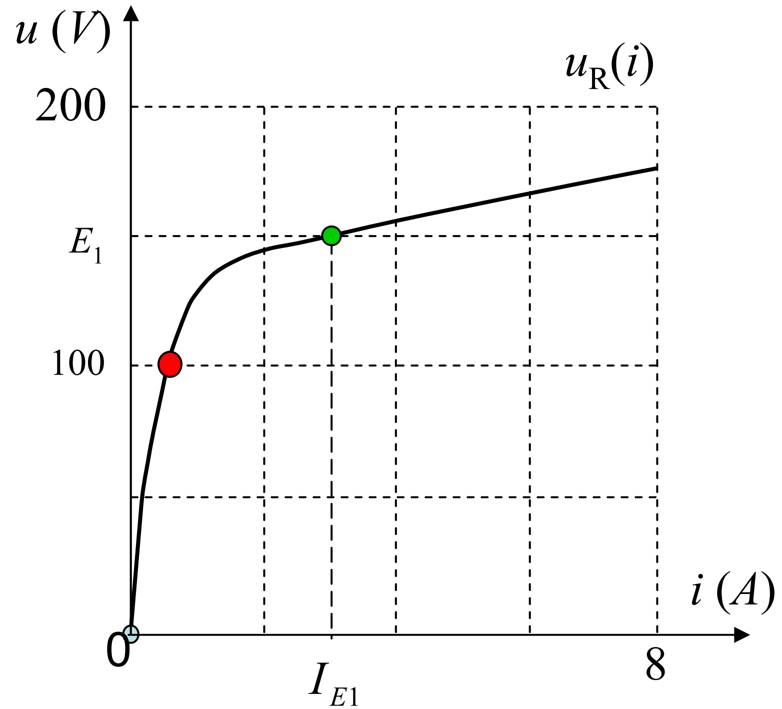
Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (6)



$E_1 = 150$V;

$E_2 = 50$V; $L = 0{,}1$H;

$i = ?$



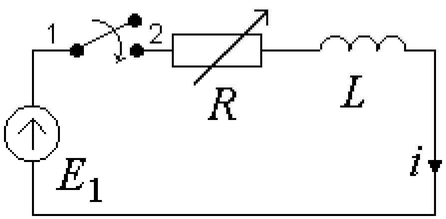
Điều kiện tuyến tính hoá: các thông số chỉ biến thiên trong một đoạn hẹp/ngắn/thẳng

QTQĐ không biến thiên trong một đoạn thẳng

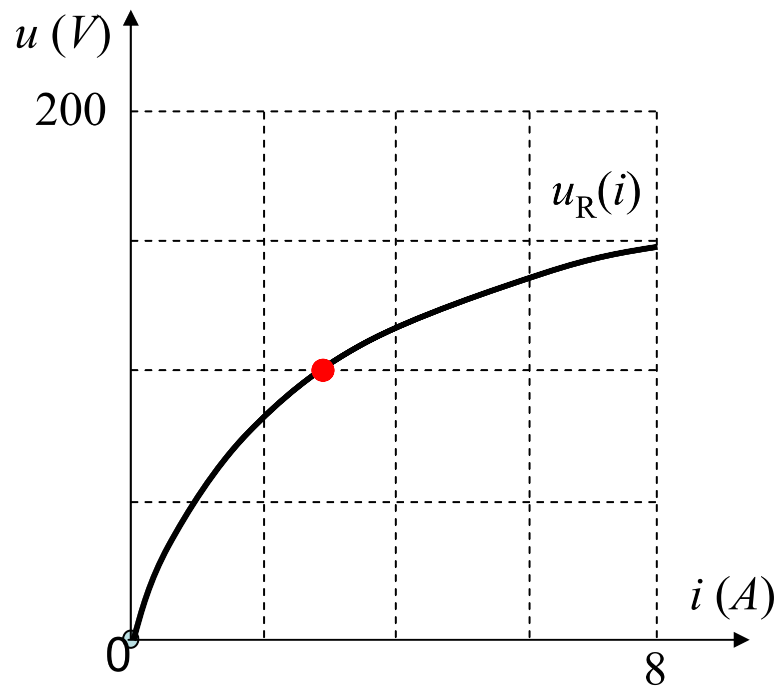
→ Không áp dụng phương pháp !!!

VD4

Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (7)



$E_1 = 100\text{V}; L = 0{,}1\text{H};$
$i = ?$



Điều kiện tuyến tính hoá: Điểm làm việc cố định, QTQĐ chỉ xảy ra với tín hiệu biến thiên quanh điểm làm việc

→ Điểm làm việc không cố định

→ Không áp dụng phương pháp !!!

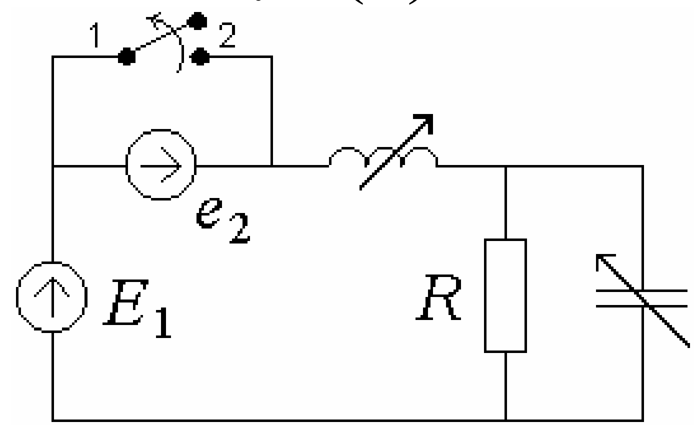
VD5

Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (8)

$E_1 = 60\,\text{V};\ e_2(t) = 5\sqrt{2}\sin 314t;\ R = 20\,\Omega$

$\psi(i) = 96e^{0,0020i} - 105e^{-0,26i};\ q(u) = 10^{-5}u - 0,5.10^{-9}u^3$

Tính dòng quá độ trên cuộn cảm & điện áp quá độ trên tụ điện.



$$I_{LDC} = \frac{E_1}{R} = \frac{60}{20} = 3\,\text{A};\ U_{CDC} = E_1 = 60\,\text{V}$$

$$L_{tth} = \left.\frac{d\psi}{di}\right|_{i=3} = \left.\left(96.0,002e^{0,0020i} + 105.0,26e^{-0,26i}\right)\right|_{i=3} = 12,71\,\text{H}$$

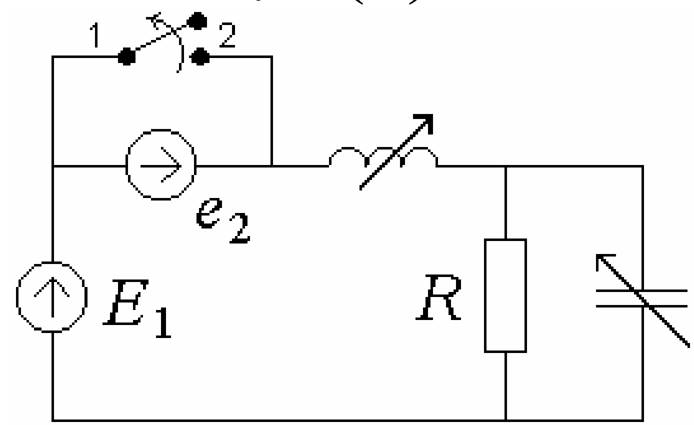
$$C_{tth} = \left.\frac{dq}{du}\right|_{u=60} = \left.\left(10^{-5} - 3.0,5.10^{-9}u^2\right)\right|_{u=60} = 4,6\,\mu\text{F}$$

VD5 Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (9)

$E_1 = 60\,\text{V};\ e_2(t) = 5\sqrt{2}\sin 314t;\ R = 20\,\Omega$

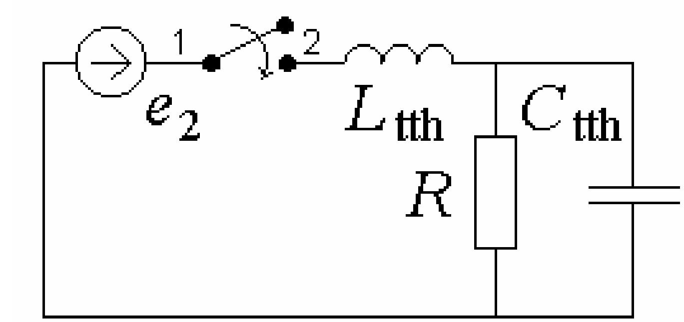
$\psi(i) = 96e^{0,0020i} - 105e^{-0,26i};\ \ q(u) = 10^{-5}u - 0,5.10^{-9}u^3$

Tính dòng quá độ trên cuộn cảm & điện áp quá độ trên tụ điện.



$L_{tth} = 12,71\,\text{H}$ $\qquad C_{tth} = 4,6\,\mu\text{F}$

$i_{LAC}(t);\ \ u_{CAC}(t)$



$$i_L(t) = I_{LDC} + i_{LAC}(t)$$

$$u_C(t) = U_{CDC} + u_{CAC}(t)$$

Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (10)

Chỉ áp dụng nếu:

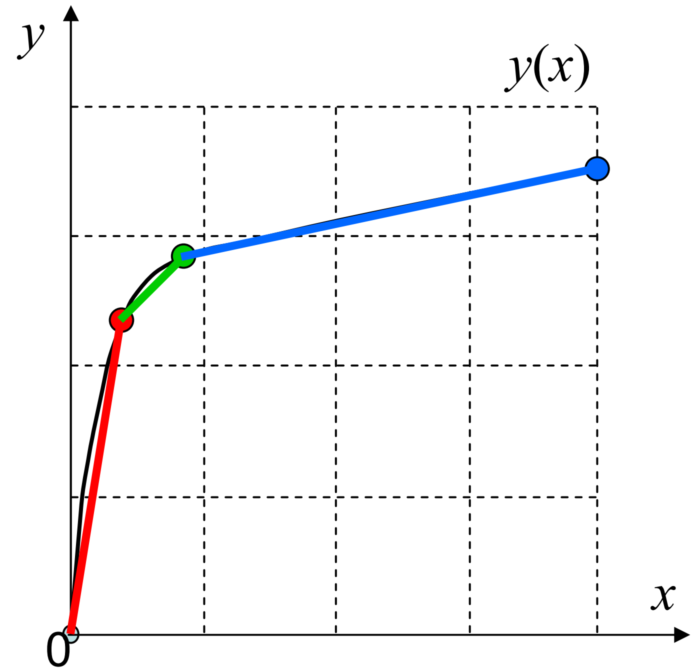
- Biết trước rằng trong QTQĐ các thông số (dòng, áp) chỉ biến thiên trong đoạn AB
- Biết trước rằng AB hẹp/ngắn/thẳng
- Điểm làm việc cố định
- QTQĐ chỉ xảy ra với tín hiệu biến thiên

Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
  - Khái niệm
  - Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - **Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn**
  - Phương pháp tham số bé
  - Phương pháp sai phân
  - Không gian trạng thái
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

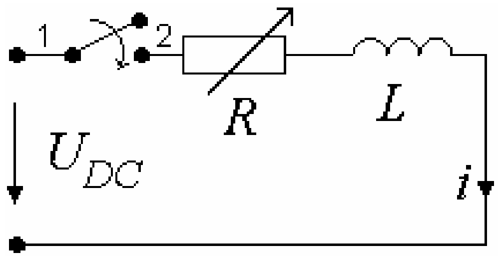
Tuyến tính hoá từng đoạn (1)

- Đặc tính phi tuyến được chia thành các đoạn đủ nhỏ
- Mỗi dây cung của các đoạn đó được thay bằng các đoạn thẳng
- Các hằng số tích phân được xác định từ các điều kiện đầu của mỗi đoạn
- Khoảng làm việc phải biết trước/đoán trước

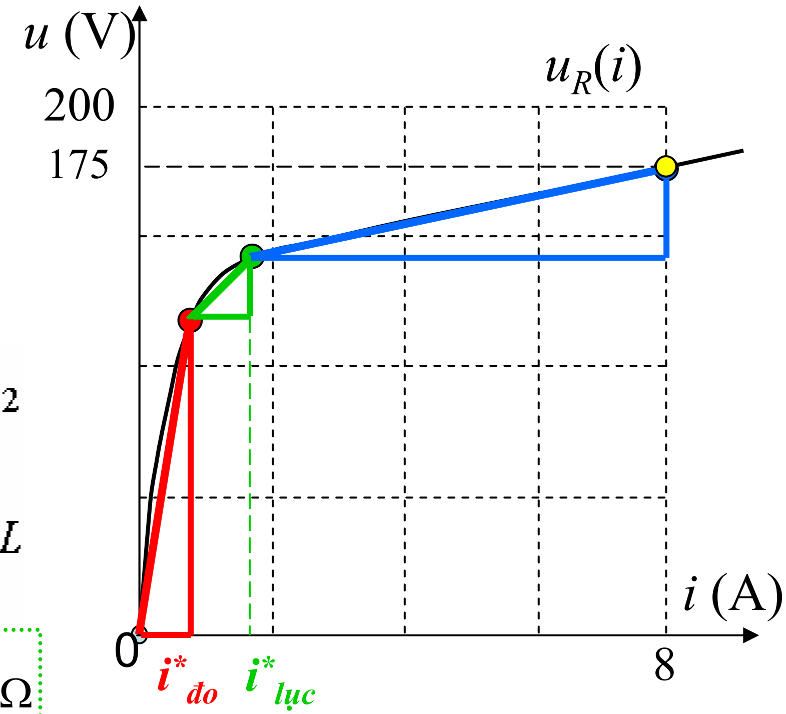


Tuyến tính hoá từng đoạn (2)

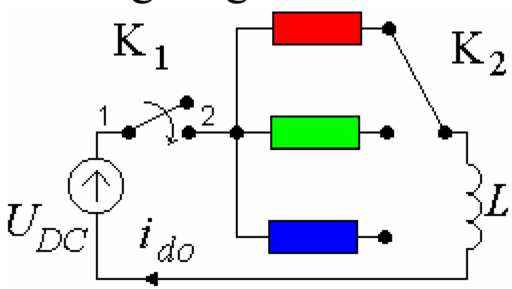
VD1



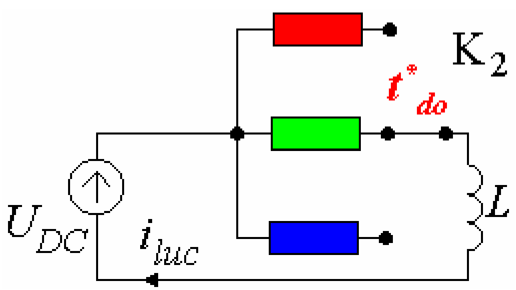
$U_{DC} = 175$ V;
$L = 0{,}1$H;
$i = ?$



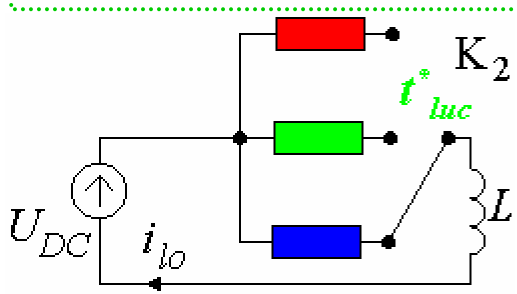
$U_{DC} = 175\,\text{V} \rightarrow i_{xl} = 8\,\text{A}$ → dòng tăng từ 0 → 8 A



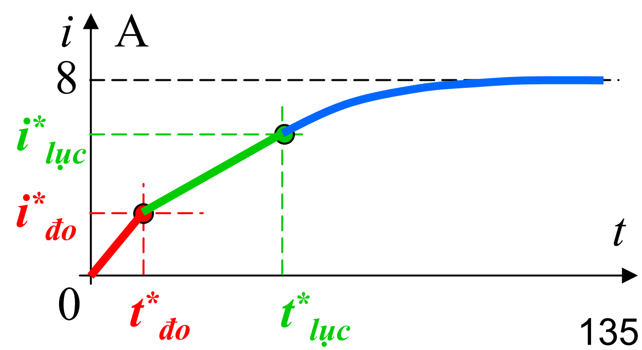
$$R_{đỏ} \approx \frac{\Delta u_{đỏ}}{\Delta i_{đỏ}} = \frac{120}{0{,}8} = 150\,\Omega$$



$$R_{lục} \approx \frac{\Delta u_{lục}}{\Delta i_{lục}} = \frac{25}{0{,}9} = 27{,}78\,\Omega$$

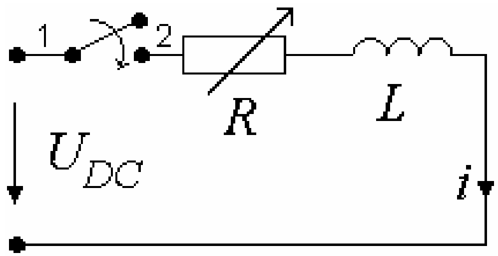


$$R_{lơ} \approx \frac{\Delta u_{lơ}}{\Delta i_{lơ}} = \frac{33}{6{,}3} = 5{,}24\,\Omega$$



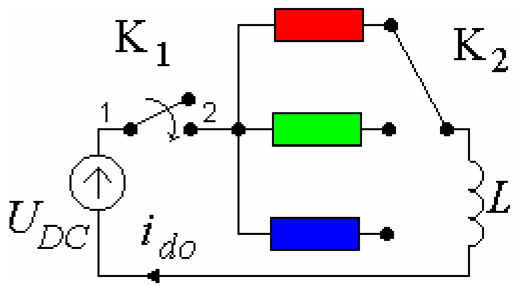
Tuyến tính hoá từng đoạn (3)

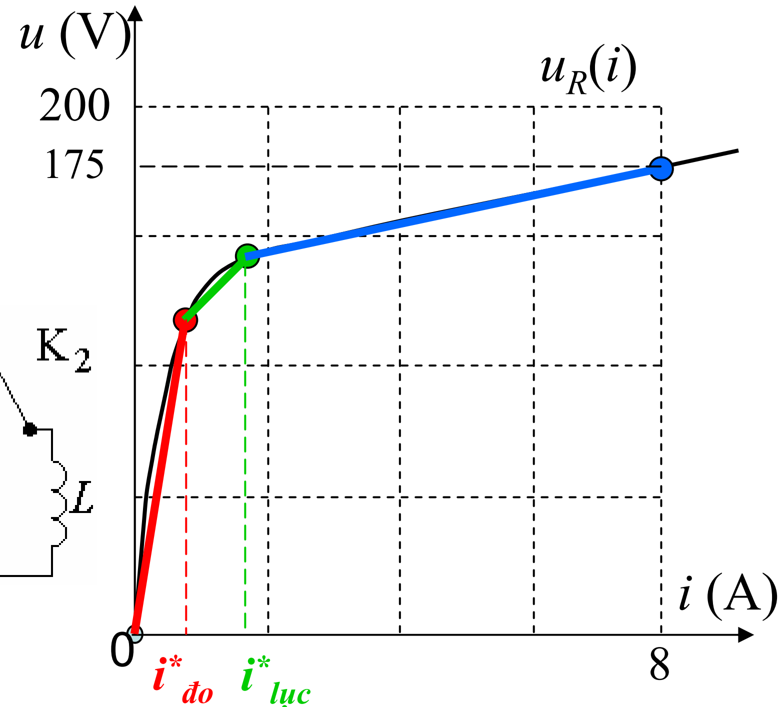
VD1



$U_{DC} = 175$ V;
$L = 0{,}1$H;
$i = ?$

$$R_{đỏ} \approx \frac{\Delta u_{đỏ}}{\Delta i_{đỏ}} = \frac{120}{0,8} = 150\,\Omega$$



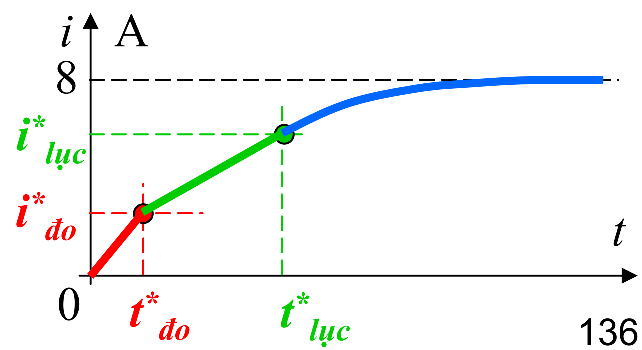


$$i_{đỏ} = i_{đỏ-xl} + i_{đỏ-td}$$

$$i_{đỏ-xl} = \frac{U_{DC}}{R_{đỏ}} = \frac{175}{150} = 1{,}17\text{A}$$

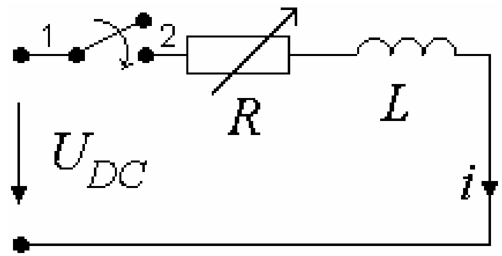
$$i_{đỏ-td} = A\exp\left(-\frac{R_{đỏ}}{L}t\right) = A\exp\left(-\frac{150}{0,1}t\right) = Ae^{-1500t}$$

$$\rightarrow i_{đỏ} = 1{,}17 + Ae^{-1500t}$$

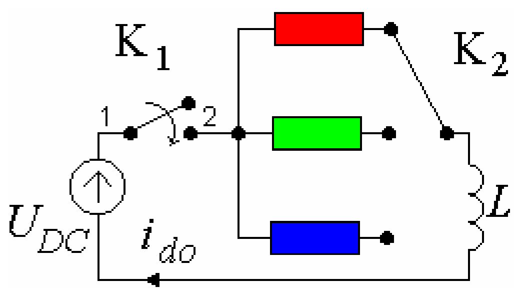


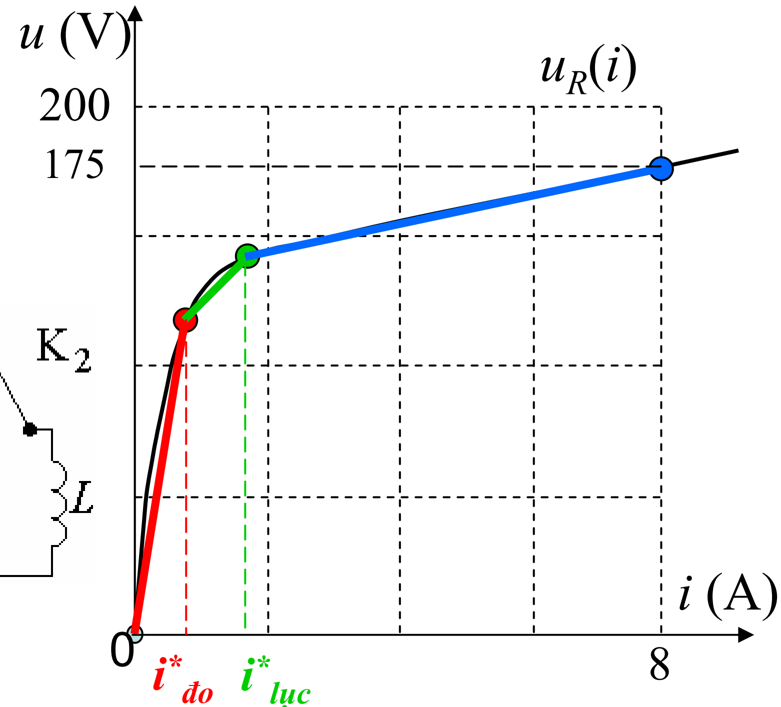
VD1

Tuyến tính hoá từng đoạn (4)



$U_{DC} = 175$ V;
$L = 0{,}1$H;
i =?





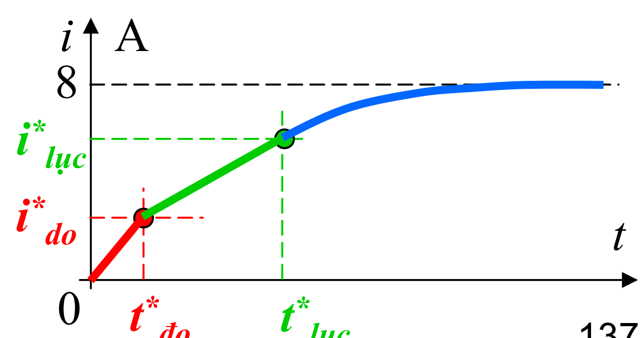
$$i_{đỏ} = 1{,}17 + Ae^{-1500t}$$

$$i_{đỏ}(0) = 1{,}17 + A = 0$$

$$\rightarrow A = -1{,}17$$

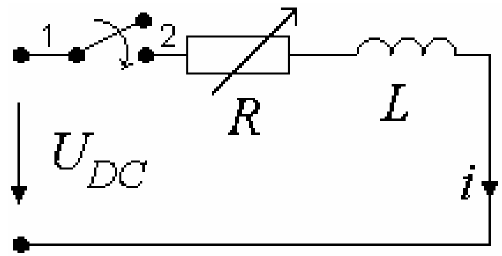
$$\rightarrow \boxed{i_{đỏ}(t) = 1{,}17(1 - e^{-1500t})\ \text{A}}$$

$$\left.\begin{aligned} i^*_{đỏ} &= 1{,}17(1 - e^{-1500t^*_{đỏ}}) \\ i^*_{đỏ} &= 0{,}8\,(\text{A}) \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{t^*_{đỏ} = 0{,}77\ \text{ms}}$$



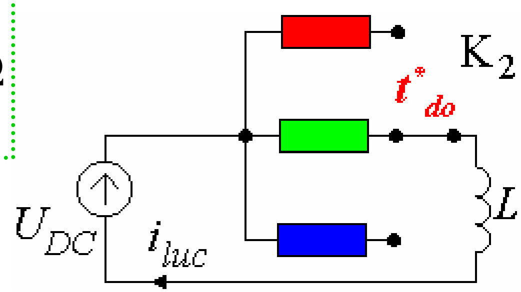
Tuyến tính hoá từng đoạn (5)

VD1



$U_{DC} = 175$ V;
$L = 0{,}1$H;
$i = ?$

$$R_{lục} \approx \frac{\Delta u_{lục}}{\Delta i_{lục}} = \frac{25}{0{,}9} = 27{,}78\,\Omega$$

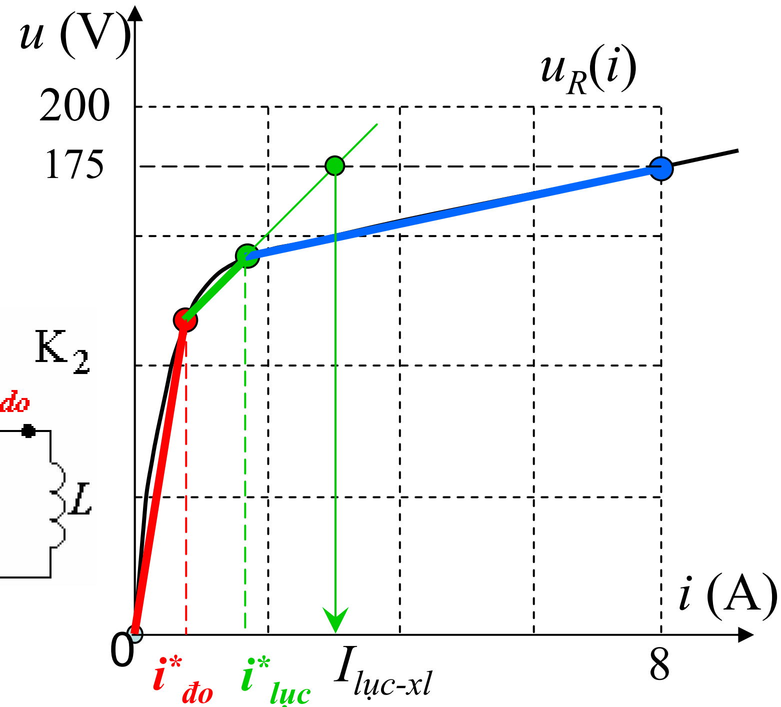


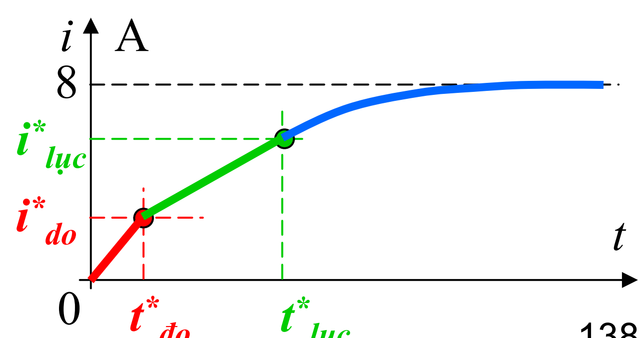
$$i_{lục} = i_{lục-xl} + i_{lục-td}$$

$$i_{lục-xl} = 3\,\text{A}$$

$$i_{lục-td} = A\exp(-\frac{R_{lục}}{L}t) = A\exp(-\frac{27{,}78}{0{,}1}t) = Ae^{-277{,}8t}$$

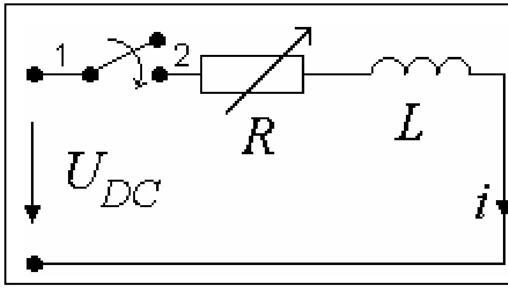
$$\rightarrow \qquad i_{lục} = 3 + Ae^{-277{,}8t}$$



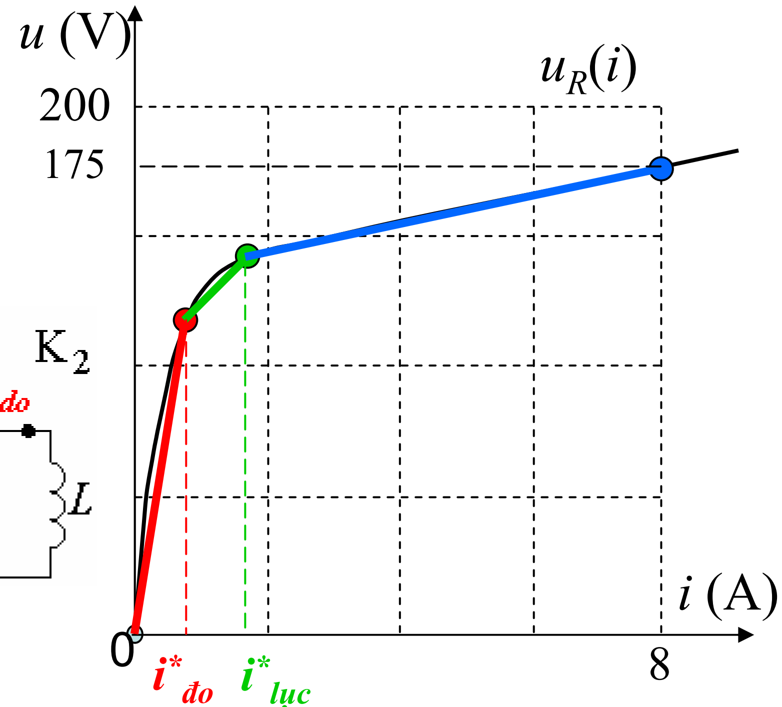


Tuyến tính hoá từng đoạn (6)

VD1



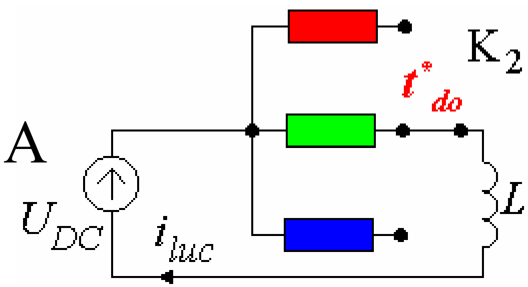
$U_{DC} = 175$ V;
$L = 0{,}1$H;
$i = ?$



$$i_{lục} = 3 + Ae^{-277{,}8t}$$

$$i_{lục}(0) = 3 + A = i^*_{đỏ} = 0{,}8\text{ A}$$

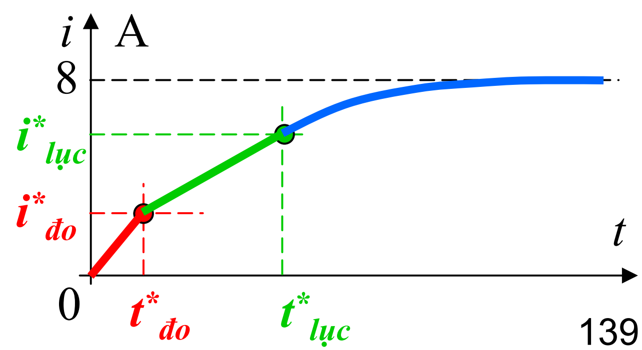
$$\rightarrow A = -2{,}2$$



$$\rightarrow \boxed{i_{lục}(t) = 3 - 2{,}2e^{-277{,}8t}\text{ A}}$$

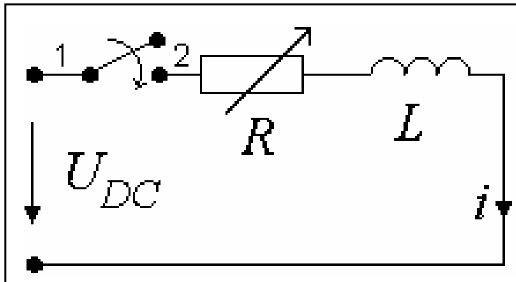
$$\left.\begin{aligned} i^*_{lục} &= 3 - 2{,}2e^{-277{,}8\Delta t_{lục}} \\ i^*_{lục} &= 1{,}7\text{ A} \end{aligned}\right\} \rightarrow \Delta t_{lục} = 1{,}89\text{ ms}$$

$$\rightarrow \boxed{t^*_{lục} = t^*_{đỏ} + \Delta t_{lục} = 0{,}77 + 1{,}89 = 2{,}66\text{ ms}}$$



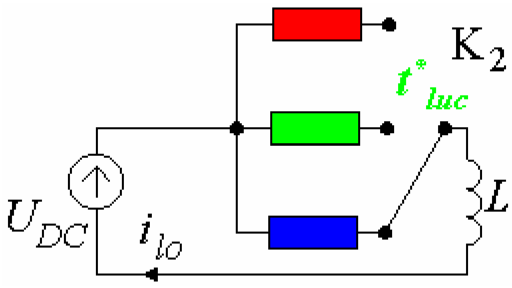
Tuyến tính hoá từng đoạn (7)

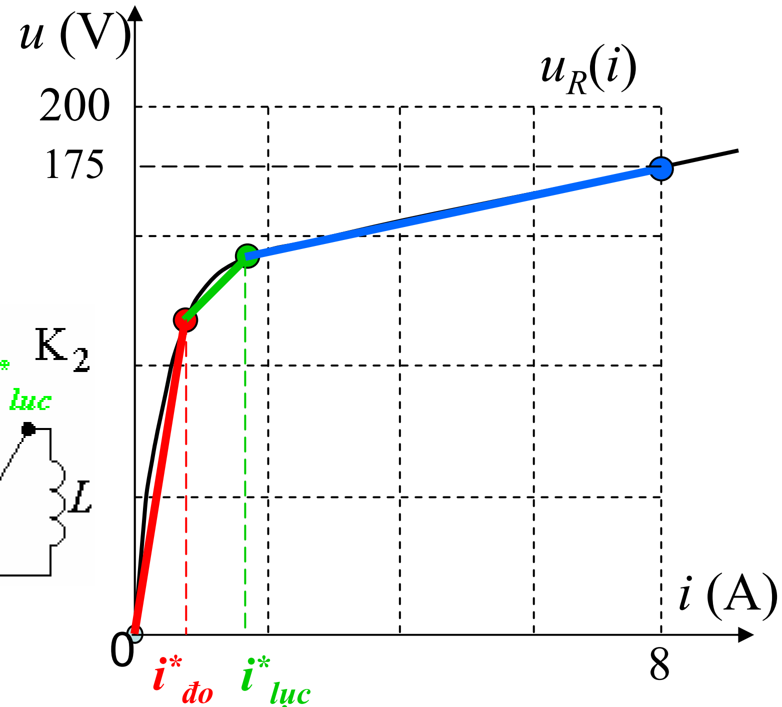
VD1



$U_{DC} = 175$ V;
$L = 0{,}1$H;
$i = ?$

$$R_{lo} \approx \frac{\Delta u_{lo}}{\Delta i_{lo}} = \frac{33}{6,3} = 5,24\Omega$$



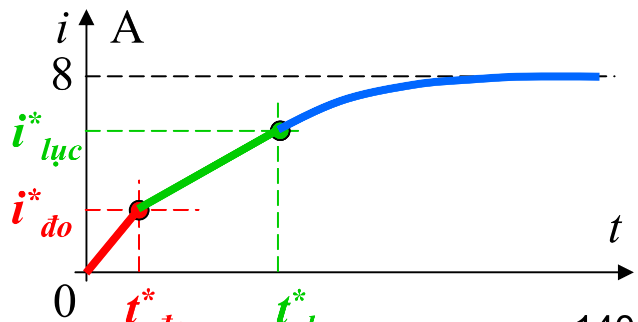


$$i_{lo} = i_{lo-xl} + i_{lo-td}$$

$$i_{lo-xl} = 8\text{ A}$$

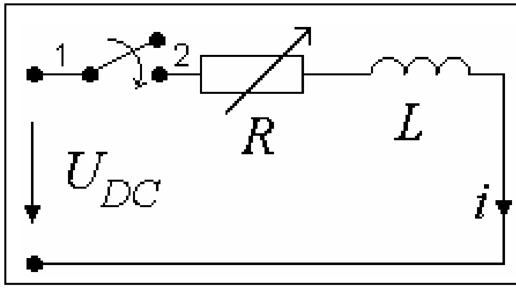
$$i_{lo-td} = A\exp(-\frac{R_{lo}}{L}t) = A\exp(-\frac{5,24}{0,1}t) = Ae^{-52,4t}$$

$$\rightarrow i_{lo} = 8 + Ae^{-52,4t}$$



Tuyến tính hoá từng đoạn (8)

VD1



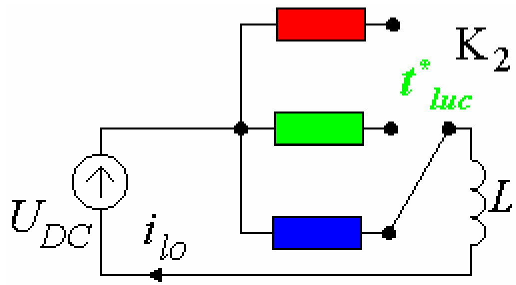
$U_{DC} = 175$ V;
$L = 0{,}1$H;
$i = ?$

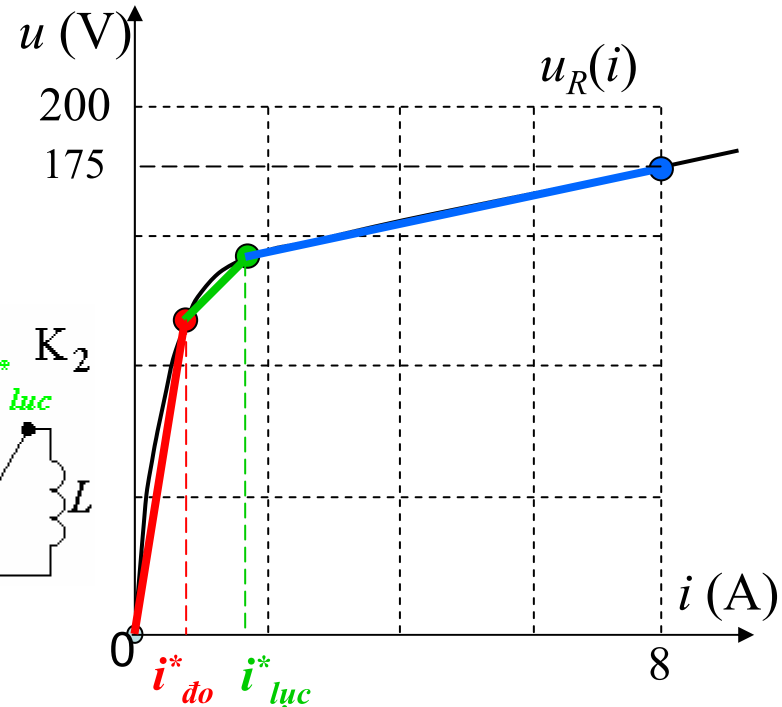
$$i_{lơ} = 8 + Ae^{-52,4t}$$

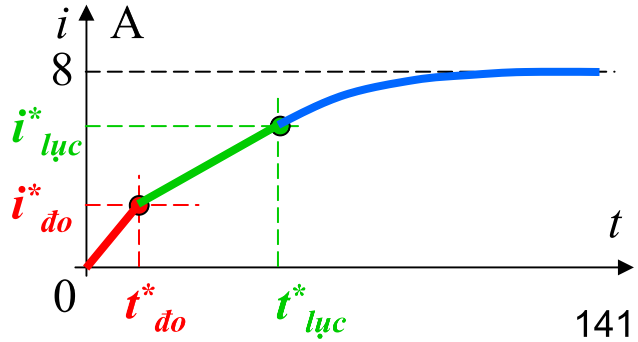
$$i_{lơ}(0) = 8 + A = i^*_{lục} = 1,7$$

$$\rightarrow A = -6{,}3$$

$$\rightarrow \boxed{i_{lơ}(t) = 8 - 6{,}3e^{-52,4t} \text{ A}}$$

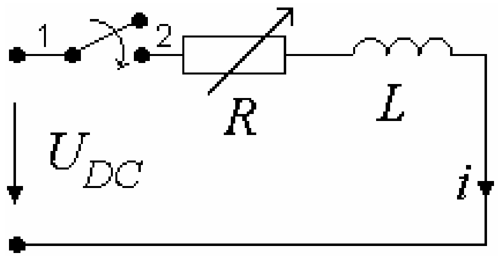




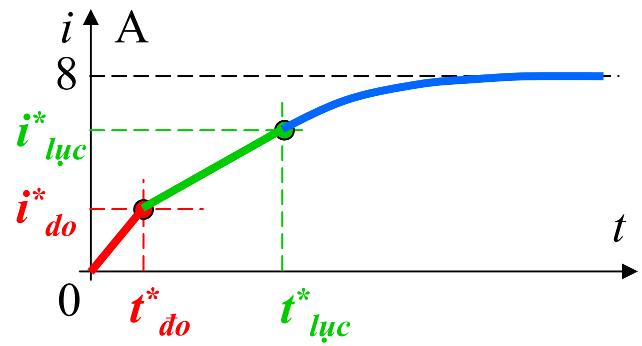


Tuyến tính hoá từng đoạn (9)

VD1



$U_{DC} = 175$ V;
$L = 0{,}1$H;
$i = ?$



$0 \le t < t^*_{đỏ} = 0,77\text{ms} \longrightarrow \boxed{i_{đỏ}(t) = 1,17(1 - e^{-1500t})\text{ A}}$

$t^*_{đỏ} = 0,77\text{ ms} \le t < t^*_{lục} = 2,66\text{ms} \longrightarrow \boxed{i_{lục}(t) = 3 - 2,2e^{-277,8t}\text{ A}}$

$t \ge t^*_{lục} = 2,66\text{ms} \longrightarrow \boxed{i_{lơ}(t) = 8 - 6,3e^{-52,4t}\text{ A}}$

$$i(t) = ?$$

$$i(t) = \boxed{[1(t) - 1(t - t^*_{đỏ})]i_{đỏ}(t)} \boxed{+[1(t - t^*_{đỏ}) - 1(t - t^*_{lục})]i_{lục}(t) +}$$

$$\boxed{+1(t - t^*_{lục})i_{lơ}(t)}$$

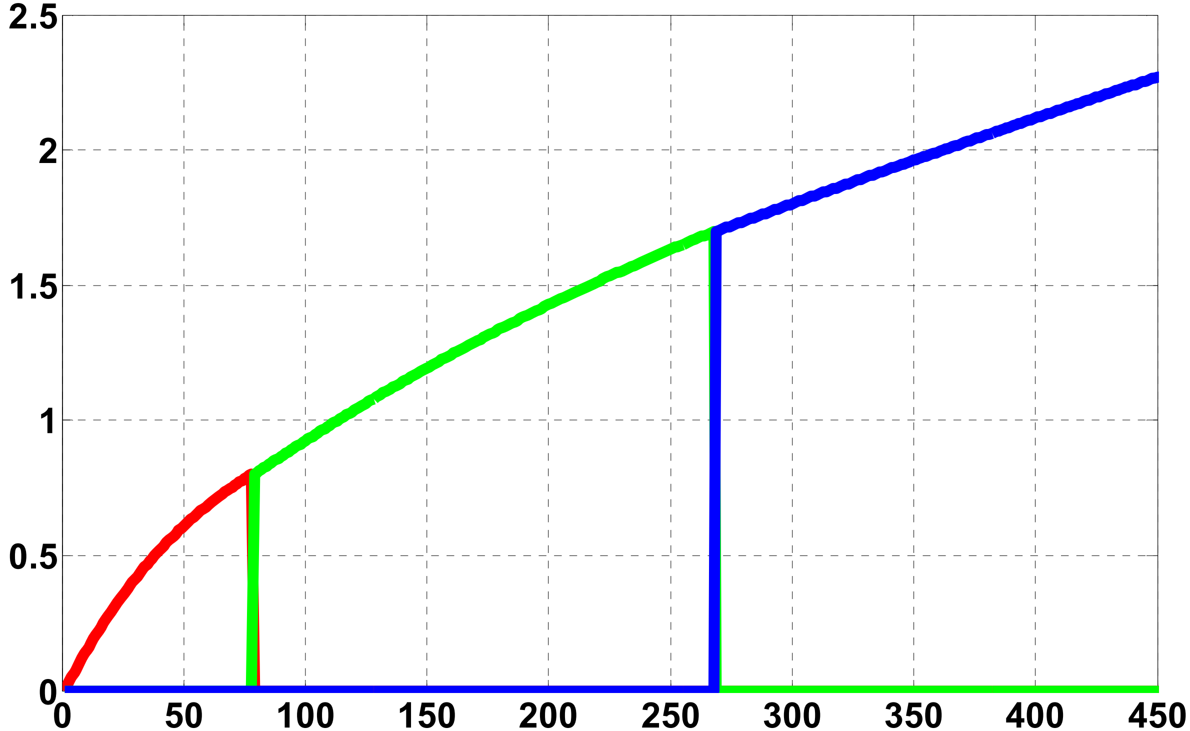
VD1

Tuyến tính hoá từng đoạn (10)

$$i(t) = 1{,}17[1(t) - 1(t - 0{,}77.10^{-3})](1 - e^{-1500t}) +$$

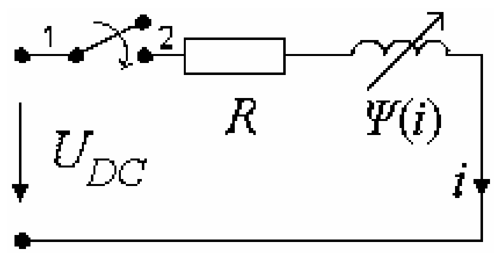
$$+[1(t - 0{,}77.10^{-3}) - 1(t - 2{,}66.10^{-3})](3 - 2{,}2e^{-277{,}8t}) +$$

$$+1(t - 2{,}66.10^{-3})(8 - 6{,}3e^{-52{,}4t})\ \text{A}$$

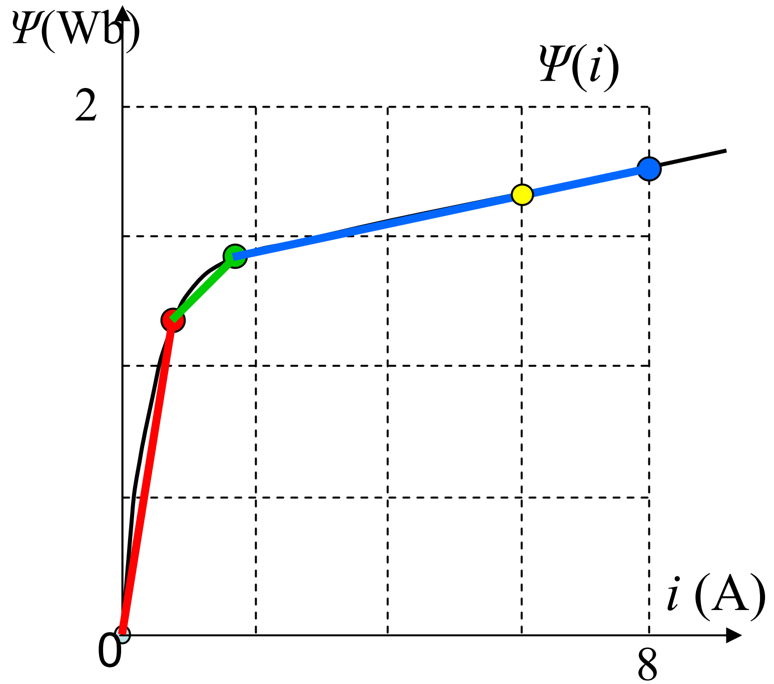


Tuyến tính hoá từng đoạn (11)

VD2



$U_{DC} = 120$ V;
$R = 20\ \Omega$;
$i = ?$



$$i_{xl} = \frac{U_{DC}}{R} = \frac{120}{20} = 6\text{ A}$$

→dòng tăng từ 0 → 6 A

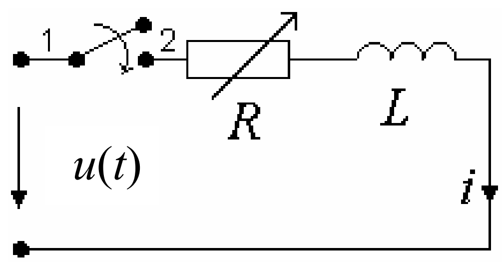
$$L_{đỏ} \approx \frac{\Delta\Psi_{đỏ}}{\Delta i_{đỏ}} = \frac{1,2}{0,8} = 1,5\text{ H}$$

$$L_{lục} \approx \frac{\Delta\Psi_{lục}}{\Delta i_{lục}} = \frac{0,25}{0,9} = 0,28\text{ H}$$

$$L_{lơ} \approx \frac{\Delta\Psi_{lơ}}{\Delta i_{lơ}} = \frac{0,33}{6,3} = 0,052\text{ H}$$

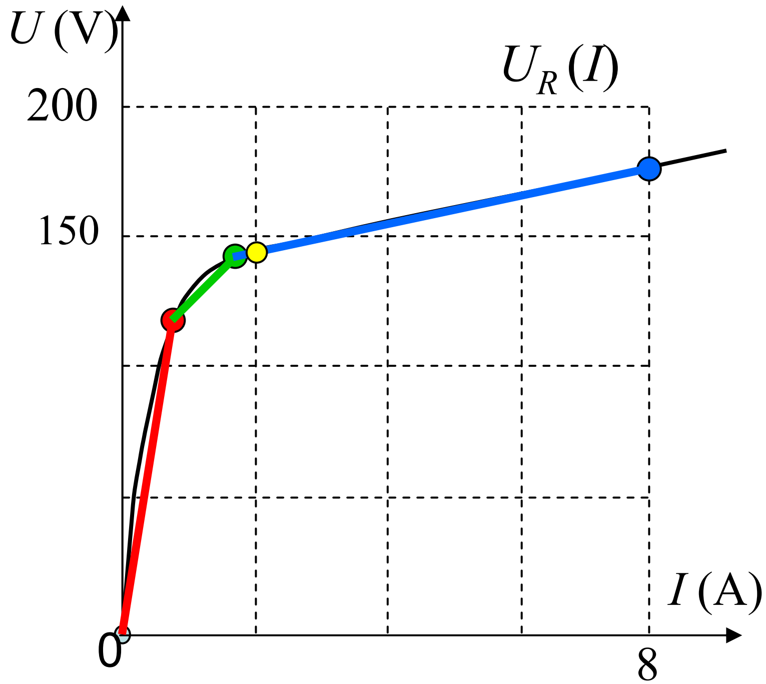
VD3

Tuyến tính hoá từng đoạn (12)



$u(t) = 150\sin 100t$ V;
$L = 0{,}1$H;

$i = ?$



$$U_m^2 = U_{Rm}^2 + U_{Lm}^2 = U_{Rm}^2(I_{m-xl}) + (\omega L I_{m-xl})^2$$

$$\rightarrow 150^2 = U_{Rm}^2(I_{m-xl}) + (100.0{,}1 I_{m-xl})^2$$

$$\rightarrow 150^2 = U_{Rm}^2(I_{m-xl}) + 100 I_{m-xl}^2$$

$$\rightarrow I_{m-xl} = 2\text{ A}$$

→ Giá trị tức thời của dòng điện biến thiên giữa 0 & 2 A

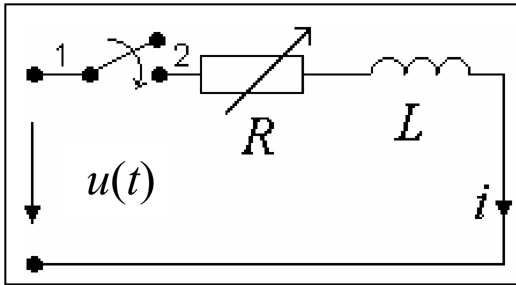
$$R_{đỏ} \approx \frac{\Delta u_{đỏ}}{\Delta i_{đỏ}} = \frac{120}{0{,}8} = 150\,\Omega$$

$$R_{lục} \approx \frac{\Delta u_{lục}}{\Delta i_{lục}} = \frac{25}{0{,}9} = 27{,}78\,\Omega$$

$$R_{lơ} \approx \frac{\Delta u_{lơ}}{\Delta i_{lơ}} = \frac{33}{6{,}3} = 5{,}24\,\Omega$$

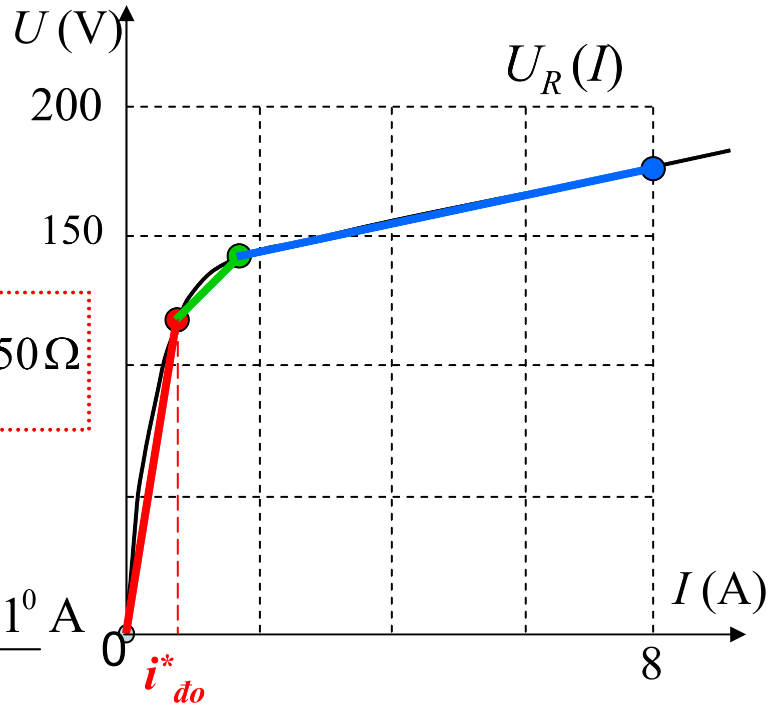
VD3

Tuyến tính hoá từng đoạn (13)



$u(t) = 150\sin 100t$ V;
$L = 0{,}1$H;

$i = ?$



$$i_{đỏ} = i_{đỏ-xl} + i_{đỏ-td}$$

$$R_{đo} \approx \frac{\Delta u_{đo}}{\Delta i_{đo}} = \frac{120}{0,8} = 150\,\Omega$$

$$i_{đỏ-td} = A\exp(-\frac{R_{đo}}{L}t) = A\exp(-\frac{150}{0,1}t) = Ae^{-1500\,t}$$

$$\dot{I}_{đỏ-xl} = \frac{\dot{U}}{R_{đo} + j\omega L} = \frac{150}{\sqrt{2}(150 + j100.0,1)} = 0,71\underline{/-3,81^0}\text{ A}$$

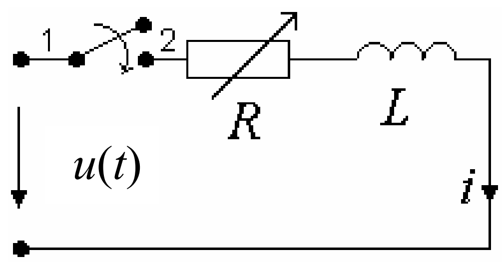
$$\to i_{đỏ-xl} = 0,71\sqrt{2}\sin(100t - 3,81^0)\text{ A} \to i_{đỏ}(0) = 0,71\sqrt{2}\sin(-3,81^0) + A = 0 \to A = 0,067$$

$$\to \boxed{i_{đỏ}(t) = 0,71\sqrt{2}\sin(100t - 3,81^0) + 0,067e^{-1500\,t}\text{ A}}$$

$$i^*_{đỏ} = 0,71\sqrt{2}\sin(100t^*_{đỏ} - 3,81^0) + 0,067e^{-1500t^*_{đỏ}} = 0,8 \quad \boxed{\to t^*_{đỏ} = 9,95\text{ ms}}$$

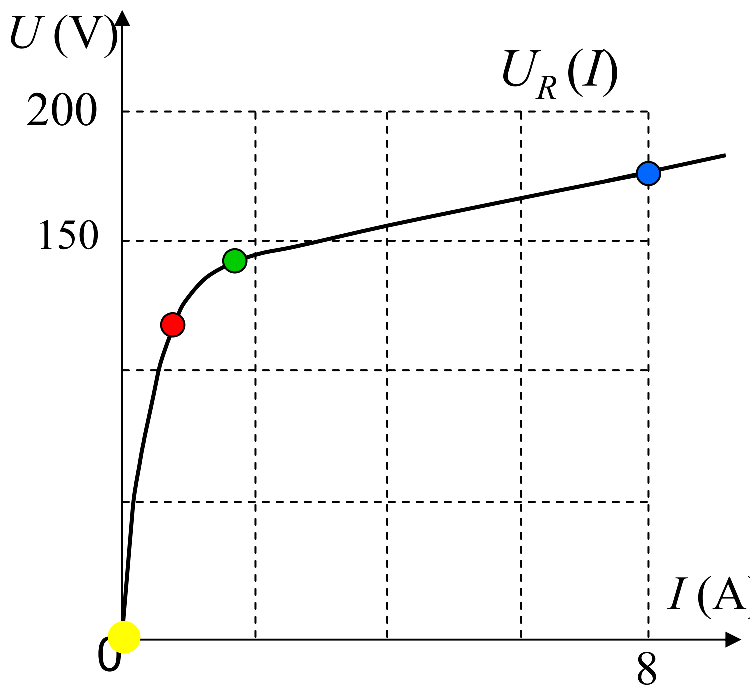
Tuyến tính hoá từng đoạn (14)

VD3



$u(t) = 150\sin 100t$ V;
$L = 0{,}1$H;

$i = ?$



Tuyến tính hoá từng đoạn (15)

- Độ chính xác cao
- Khối lượng tính toán lớn
- Chỉ nên áp dụng cho mạch có nguồn một chiều

Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
  - Khái niệm
  - Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn
  - **Phương pháp tham số bé**
  - Phương pháp sai phân
  - Không gian trạng thái
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

Tham số bé (1)

- Thông số nhỏ/nhiễu loạn
- Phương trình mô tả mạch: $F(x, x', \ldots, \mu, t) = 0$ (1)

  có nghiệm: $x = x(t, \mu)$
- Giả sử rằng nghiệm x có thể khai triển thành:

$$x(t, \mu) = x_0(t) + x_1(t)\mu + x_2(t)\mu^2 + \ldots$$

- Thay nghiệm đã khai triển vào (1), rút ra được:

$$F_0(x_0, x_1, x_2, x_0', x_1', x_2', \ldots) + \mu F_1(x_0, x_1, x_2, x_0', x_1', x_2', \ldots) + \mu^2 F_2(x_0, x_1, x_2, x_0', x_1', x_2', \ldots) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} F_0(x_0, x_1, x_2, x_0', x_1', x_2', \ldots) = 0 \\ F_1(x_0, x_1, x_2, x_0', x_1', x_2', \ldots) = 0 \quad (2) \\ F_2(x_0, x_1, x_2, x_0', x_1', x_2', \ldots) = 0 \end{cases}$$

Tham số bé (2)

$$\left.\begin{aligned} F(x, x', \ldots, \mu, t) = 0 \ (1) \\ x(t, \mu) = x_0(t) + x_1(t)\mu + x_2(t)\mu^2 + \ldots \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} F_0(x_0, x_1, x_2, x_0', x_1', x_2', \ldots) = 0 \\ F_1(x_0, x_1, x_2, x_0', x_1', x_2', \ldots) = 0 \quad (2) \\ F_2(x_0, x_1, x_2, x_0', x_1', x_2', \ldots) = 0 \end{cases}$$

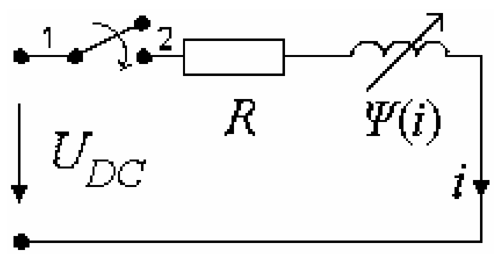
- Nếu (2) giải khó hơn (1) thì không dùng phương pháp này
- Để (2) dễ giải hơn (1) thì (1) nên có dạng:

$$H_0(x, t) + \mu H_1(x, \mu, t) = 0$$

- Các số hạng gây khó khăn cho tính toán thường để vào H_1
- μ có thể là thông số thật hoặc giả (phi vật lý)

Tham số bé (3)

$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = u \;\rightarrow\; Ri + \frac{\partial\Psi}{\partial i}.\frac{di}{dt} = u$$



$U_{DC} = 120$ V;
$R = 250\ \Omega$;
$\Psi(i) = 2i - 3{,}75i^3$
$i = ?$

$$\rightarrow 250i + (2 - 11{,}25i^2)i' = 120$$

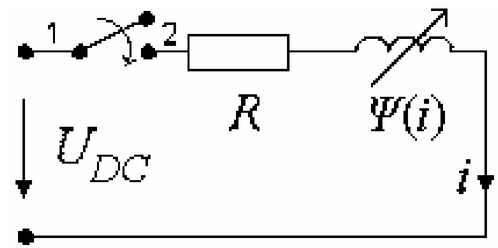
$$\left.\begin{aligned} &\rightarrow 250i + 2i' - 11{,}25i^2 i' = 120 \\ &\text{Đặt}\quad \mu = 11{,}25 \end{aligned}\right\} \rightarrow 250i + 2i' - \mu i^2 i' = 120$$

$$\left.\begin{aligned} &\rightarrow 250i + 2i' - 120 = \mu i^2 i' \\ &\text{Đặt}\quad i = i_0(t) + \mu i_1(t) \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow (250i_0 + 2i_0' - 120) + \mu(250i_1 + 2i_1' - i_0^2 i_0') -$$

$$- \mu^2(2i_0 i_1 i_0' + i_0^2 i_1') - \mu^3(2i_0 i_1 i_1' + i_1^2 i_0') - \mu^4 i_1^2 i_1' = 0$$

Tham số bé (4)



$U_{DC} = 120$ V;
$R = 250\ \Omega$;
$\Psi(i) = 2i - 3{,}75i^3$
$i = ?$

$$\boxed{(250i_0 + 2i_0' - 120)} + \mu\boxed{(250i_1 + 2i_1' - i_0^2 i_0')} - \mu^2(2i_0 i_1 i_0' + i_0^2 i_1') - \mu^3(2i_0 i_1 i_1' + i_1^2 i_0') - \mu^4 i_1^2 i_1' = 0$$

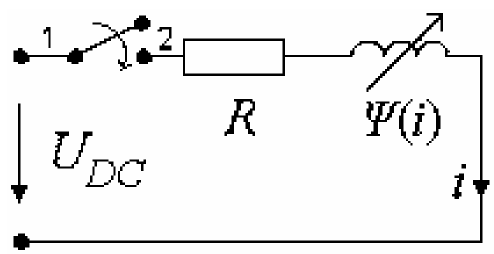
$$\rightarrow \begin{cases} 250i_0 + 2i_0' - 120 = 0 \\ 250i_1 + 2i_1' - i_0^2 i_0' = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$(1a) \rightarrow 250I_0(p) + 2pI_0(p) - 2i_0(-0) - \frac{120}{p} = 0 \rightarrow I_0(p) = \frac{\frac{120}{p} + 2i_0(-0)}{2p + 250} = \frac{60}{p(p+125)}$$

$$\rightarrow i_0(t) = 0{,}48(1 - e^{-125t}) \text{ A}$$

Tham số bé (5)

$$\begin{cases} 250i_0 + 2i_0' - 120 = 0 \\ 250i_1 + 2i_1' - i_0^2 i_0' = 0 \end{cases} \quad (1)$$



$U_{DC} = 120$ V;
$R = 250\ \Omega$;
$\Psi(i) = 2i - 3{,}75i^3$
$i = ?$

$$(1a) \to i_0(t) = 0{,}48(1 - e^{-125t})\ \text{A}$$

$$(1b) \to 250i_1 + 2i_1' - [0{,}48(1 - e^{-125t})]^2 60e^{-125t} = 0$$

$$\to 250i_1 + 2i_1' - 13{,}824(e^{-125t} - 2e^{-250t} + e^{-375t}) = 0$$

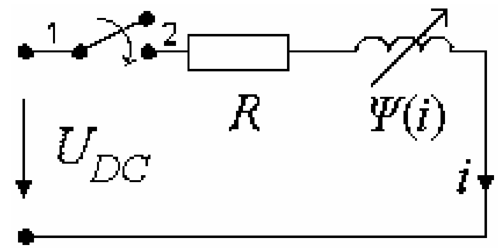
$$\to 250I_1(p) + 2pI_1(p) - 2i_1(-0) - 13{,}824\left(\frac{1}{p+125} - \frac{2}{p+250} + \frac{1}{p+375}\right) = 0$$

$$\to I_1(p) = 13{,}824\frac{\dfrac{1}{p+125} - \dfrac{2}{p+250} + \dfrac{1}{p+375}}{2p+250} =$$

$$= 6{,}912\left[\frac{1}{(p+125)^2} - \frac{2}{(p+125)(p+250)} + \frac{1}{(p+125)(p+375)}\right]$$

$$\to i_1(t) = 6{,}912(te^{-125t} - 0{,}012e^{-125t} + 0{,}016e^{-250t} - 0{,}004e^{-375t})\ \text{A}$$

Tham số bé (6)



$U_{DC} = 120$ V;
$R = 250\ \Omega$;
$\Psi(i) = 2i - 3{,}75i^3$
$i = ?$

$$\left.\begin{aligned} & i = i_0(t) + \mu i_1(t) \\ & i_0(t) = 0{,}48(1 - e^{-125t})\text{ A} \\ & i_1(t) = 6{,}912(te^{-125t} - 0{,}012e^{-125t} + 0{,}016e^{-250t} - 0{,}004e^{-375t})\text{ A} \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

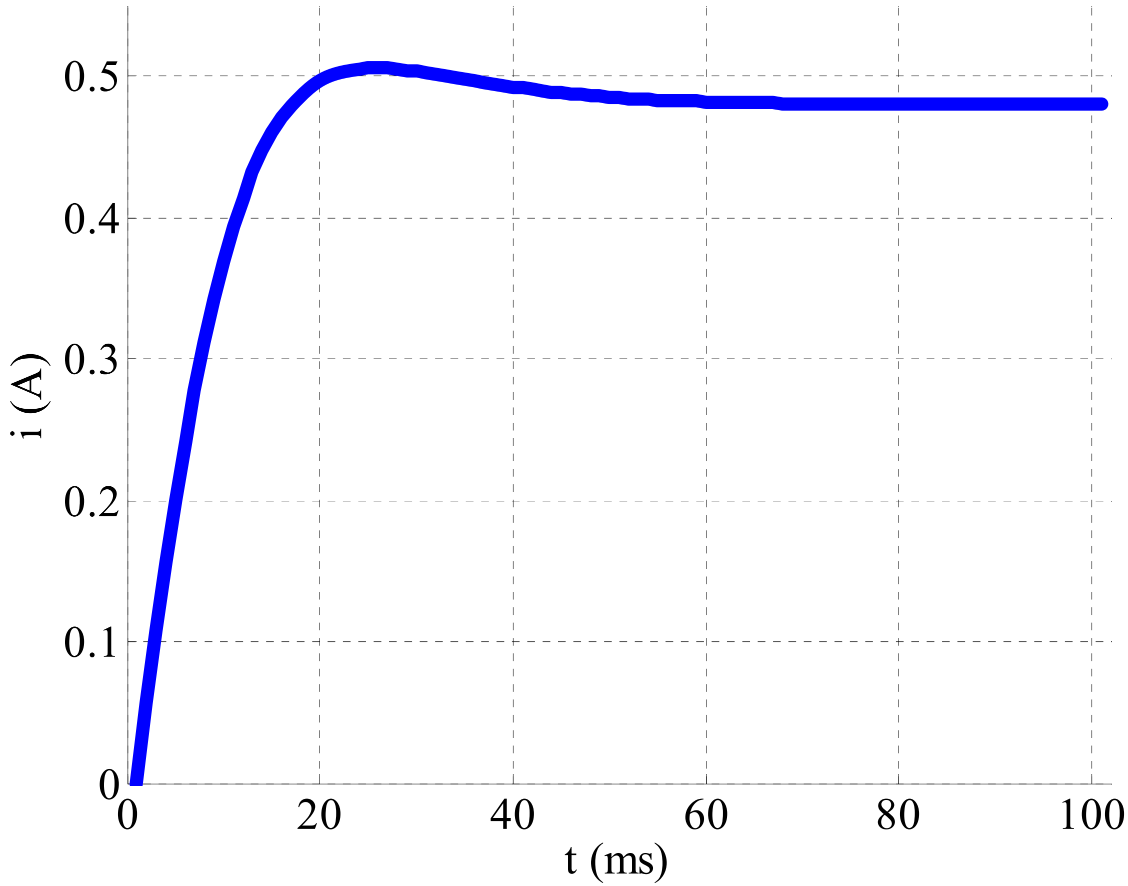
$$\left.\begin{aligned} \rightarrow i(t) = 0{,}48(1 - e^{-125t}) + \mu 6{,}912(te^{-125t} - 0{,}012e^{-125t} + 0{,}016e^{-250t} - 0{,}004e^{-375t})\text{ A} \\ \mu = 11{,}25 \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow i(t) = 0{,}48(1 - e^{-125t}) + 11{,}25.6{,}912(te^{-125t} - 0{,}012e^{-125t} + 0{,}016e^{-250t} - 0{,}004e^{-375t})\text{ A}$$

$$= 0{,}48 + (77{,}76t - 1{,}41)e^{-125t} + 1{,}24e^{-250t} - 0{,}31e^{-375t}\text{ A}$$

Tham số bé (7)

$$i(t) = 0,48 + (77,76t - 1,41)e^{-125t} + 1,24e^{-250t} - 0,31e^{-375t}\ \text{A}$$



Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
  - Khái niệm
  - Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn
  - Phương pháp tham số bé
  - **Phương pháp sai phân**
  - Không gian trạng thái
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

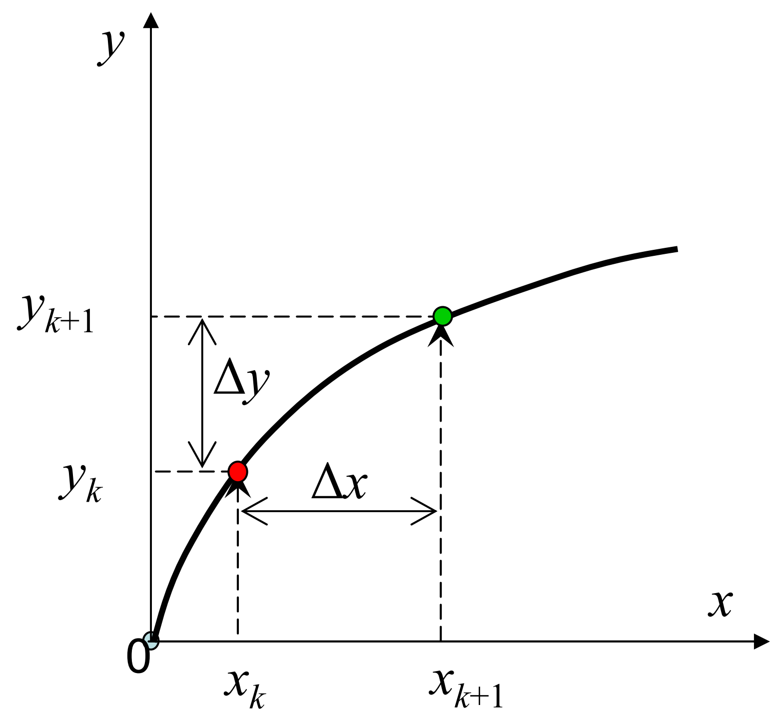
Sai phân (1)

- Coi như phương pháp tổng quát cho nghiệm gần đúng ở dạng dãy số rời rạc
- Xác định nghiệm ở các điểm thời gian gián đoạn
- Xấp xỉ vi phân *dy* thành sai phân Δ*y*: $dy \approx \Delta y$
- → biến (hệ) phương trình vi phân thành (hệ) phương trình sai phân gần đúng
- Có thể áp dụng cho cả tuyến tính & phi tuyến

Sai phân (2)

- Xấp xỉ vi phân *dy* thành sai phân Δ*y*: $dy \approx \Delta y$

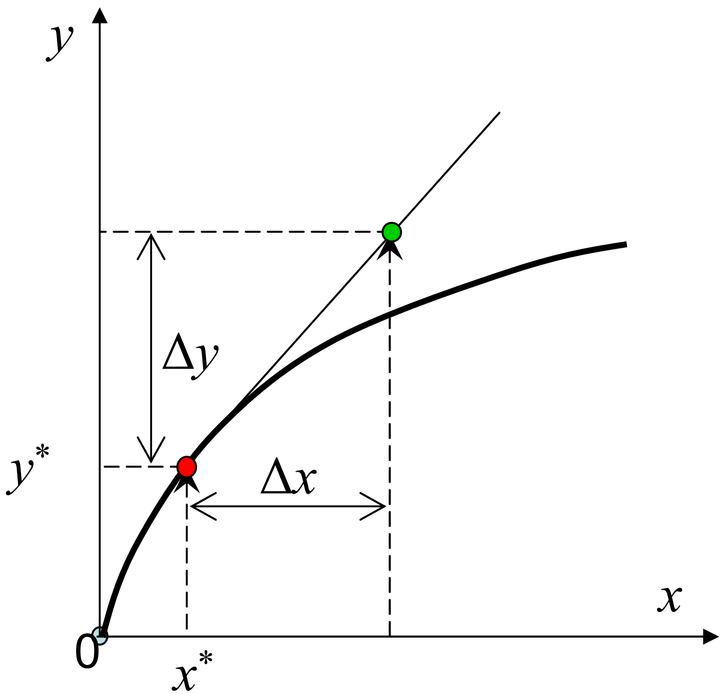
$$\frac{dy}{dx} \longrightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad (dy \longrightarrow \Delta y,\ dx \longrightarrow \Delta x)$$



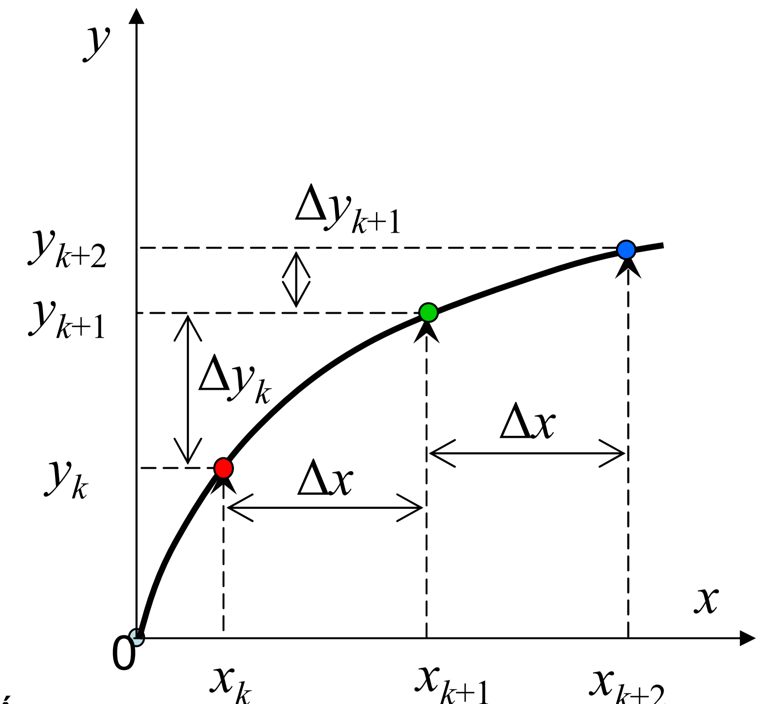
Sai phân (3)

$$\frac{dy}{dx} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

- Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
- Tuyến tính hoá từng đoạn

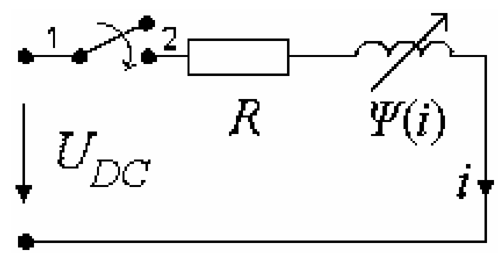


Sai phân



Sai phân (4)

$$x'(t) = \frac{dx}{dt} \approx \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



$\Psi(i) = ai - bi^3$

$i = ?$

$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC} \quad \to Ri + \frac{\partial \Psi}{\partial i}.\frac{di}{dt} = U_{DC}$$

$$\to Ri + (a - 3bi^2)i' = U_{DC}$$

$$\to Ri(t) + [a - 3bi^2(t)]i'(t) = U_{DC} \qquad \to Ri_k + [a - 3bi_k^2]i_k' = U_{DC}$$

$$i_k' = \frac{di}{dt} \approx \frac{\Delta i_k}{\Delta t_k} = \frac{i_{k+1} - i_k}{t_{k+1} - t_k}$$

$$t_{k+1} - t_k = h$$

$$\to i_k' = \frac{i_{k+1} - i_k}{h}$$

$$\to Ri_k + [a - 3bi_k^2]\frac{i_{k+1} - i_k}{h} = U_{DC} \to i_{k+1} = \frac{hU_{DC} + (a - hR)i_k - 3bi_k^3}{a - 3bi_k^2}$$

Sai phân (5)

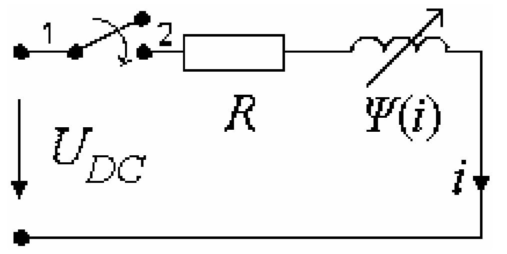
$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC}$$

$$\rightarrow i_{k+1} = \frac{hU_{DC} + (a - hR)i_k - 3bi_k^3}{a - 3bi_k^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} i_1 = \dfrac{hU_{DC} + (a - hR)i_0 - 3bi_0^3}{a - 3bi_0^2} \\ i_0 = 0 \end{array}\right\} \rightarrow$$

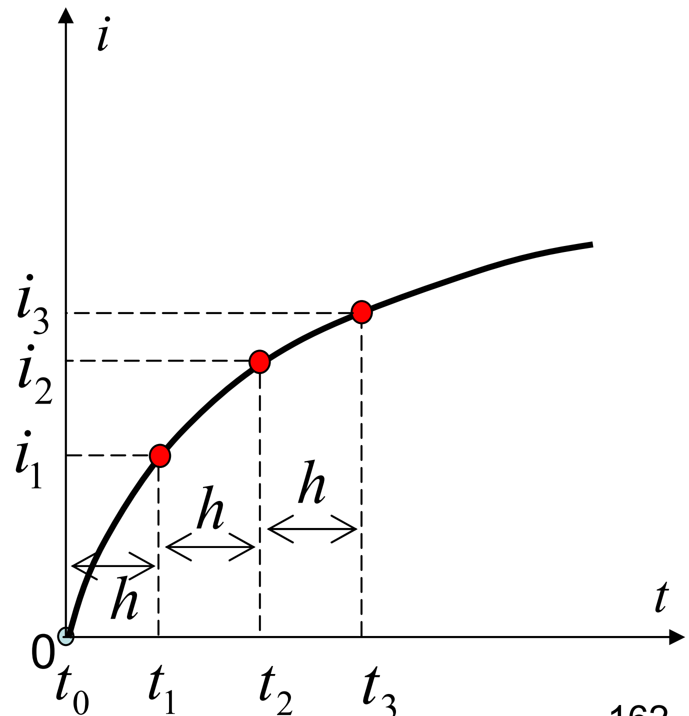
$$\left.\begin{array}{l} \rightarrow i_1 = \dfrac{hU_{DC}}{a} \\ i_2 = \dfrac{hU_{DC} + (a - hR)i_1 - 3bi_1^3}{a - 3bi_1^2} \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow i_2 = \ldots$$



$\Psi(i) = ai - bi^3$

$i = ?$



Sai phân (6)

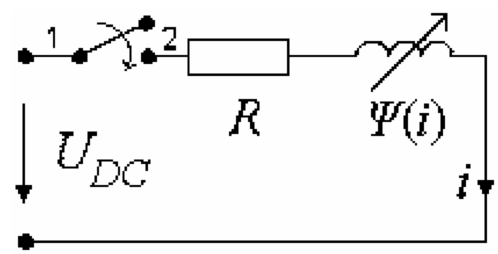
$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC} \quad \rightarrow i_{k+1} = \frac{hU_{DC} + (a - hR)i_k - 3bi_k^3}{a - 3bi_k^2}$$

```
x[0] = x0;
c = số_bước_tính
for(i = 0; i < c; i++)
{
        x[i+1] = f(x[i]);
}
```

Sai phân (7)

$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC}$$

$$\rightarrow i_{k+1} = \frac{hU_{DC} + (a - hR)i_k - 3bi_k^3}{a - 3bi_k^2}$$



$U_{DC} = 24\text{V}$

$R = 60\ \Omega$

$\Psi(i) = ai - bi^3$

$a = 1{,}75;\ b = 2{,}8$

$i = ?$

```
N = 100;    %so diem tinh toan
h = 0.002;  %buoc tinh
U = 24;     %nguon
R = 60;     %dien tro
a = 1.75;
b = 2.8;
dong=[];    %dong dien can tinh
dong(1)= 0; %so kien
for k=2:N
    buff1 = dong(k-1);
    buff2 = buff1 + (U*h - R*h*buff1)/(a - 3*b*buff1^2);
    dong=[dong;buff2];
end
plot(dong);
```

Sai phân (8)

$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC} \quad \rightarrow i_{k+1} = \frac{hU_{DC} + (a - hR)i_k - 3bi_k^3}{a - 3bi_k^2}$$

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = u \quad \rightarrow Ri' + Li'' + \frac{i}{C} = u'$$

$$\rightarrow LCi'' + RCi' + i = Cu' \quad \rightarrow i_k'' = ?$$

Sai phân (9)

$$x_k' \approx \frac{\Delta x_k}{\Delta t} = \frac{x_{k+1} - x_k}{h}$$

$$\left.\begin{aligned} x_k'' = \frac{d^2 x_k}{dt^2} = \frac{dx_k'}{dt} \approx \frac{\Delta x_k'}{h} = \frac{x_{k+1}' - x_k'}{h} \\ x_k' \approx \frac{\Delta x_k}{\Delta t} = \frac{x_{k+1} - x_k}{h} \\ x_{k+1}' \approx \frac{\Delta x_{k+1}}{\Delta t} = \frac{x_{k+2} - x_{k+1}}{h} \end{aligned}\right\} \rightarrow x_k'' \approx \frac{\dfrac{x_{k+2} - x_{k+1}}{h} - \dfrac{x_{k+1} - x_k}{h}}{h}$$

$$\rightarrow x_k'' \approx \frac{x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k}{h^2}$$

Sai phân (10)

$$\left.\begin{aligned} x_k^{(3)} = \frac{d^3 x_k}{dt^3} = \frac{dx_k''}{dt} \approx \frac{\Delta x_k''}{h} = \frac{x_{k+1}'' - x_k''}{h} \\ x_k'' \approx \frac{x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k}{h^2} \\ x_{k+1}'' \approx \frac{x_{k+3} - 2x_{k+2} + x_{k+1}}{h^2} \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow x_k^{(3)} \approx \frac{\dfrac{x_{k+3} - 2x_{k+2} + x_{k+1}}{h^2} - \dfrac{x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k}{h^2}}{h}$$

$$= \frac{x_{k+3} - 3x_{k+2} + 3x_{k+1} - x_k}{h^3}$$

Sai phân (11)

$$x_k^{'} \approx \frac{x_{k+1} - x_k}{h}$$

$$x_k^{''} \approx \frac{x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k}{h^2}$$

$$x_k^{(3)} \approx \frac{x_{k+3} - 3x_{k+2} + 3x_{k+1} - x_k}{h^3}$$

Sai phân (12)

$$\left.\begin{aligned} LCi''+RCi'+i &= Cu' \\ x_k' &\approx \frac{x_{k+1}-x_k}{h} \\ x_k'' &\approx \frac{x_{k+2}-2x_{k+1}+x_k}{h^2} \end{aligned}\right\} \to LC\frac{i_{k+2}-2i_{k+1}+i_k}{h^2}+RC\frac{i_{k+1}-i_k}{h}+i_k = Cu_k'$$

$$\to i_{k+2} = \frac{2L-Rh}{L}i_{k+1} + \frac{RCh-LC-h^2}{LC}i_k + \frac{h^2}{L}u_k'$$

$$i_2 = \frac{2L-Rh}{L}i_1 + \frac{RCh-LC-h^2}{LC}i_0 + \frac{h^2}{L}u_0'$$

$$i_0 = i(0)$$

$$i_1 = ?$$

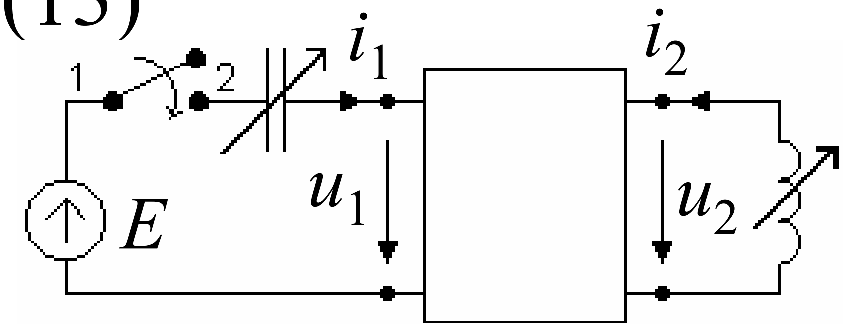
$$i'(0) = \frac{i_1-i_0}{h} = \frac{i_1-i(0)}{h} \to i_1 = i(0)+hi'(0)$$

Sai phân (13)

VD1

$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}$; $E = 24$ V (DC); $\Psi(i) = 2i - 3{,}33i^3$;

$q_C = 10^{-5}u_C - 5.10^{-10}u_C{}^3$; $h = 0{,}2$ms; tính i_2?



$$u_C + u_1 = E \rightarrow u_1 = 24 - u_C$$

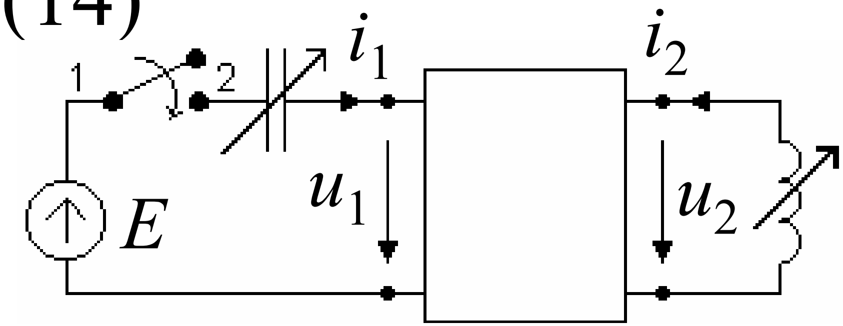
$$u_2 = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{\partial\Psi}{\partial i_2}.\frac{di_2}{dt} = -(2 - 9{,}99i_2^2)i_2'$$

Sai phân (14)

VD1

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24 \text{ V (DC)}; \quad \Psi(i) = 2i - 3{,}33i^3;$$

$$q_C = 10^{-5}u_C - 5.10^{-10}u_C^3; \ h = 0{,}2\text{ms}; \text{ tính } i_2?$$



$$\left.\begin{matrix} u_1 = 24 - u_C \\ u_2 = -(2 - 9{,}99i_2^2)i_2' \\ \begin{cases} u_1 = 30i_1 + 20i_2 \\ u_2 = 20i_1 + 50i_2 \end{cases} \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases} 24 - u_C = 30i_1 + 20i_2 \\ (9{,}99i_2^2 - 2)i_2' = 20i_1 + 50i_2 \end{cases}$$

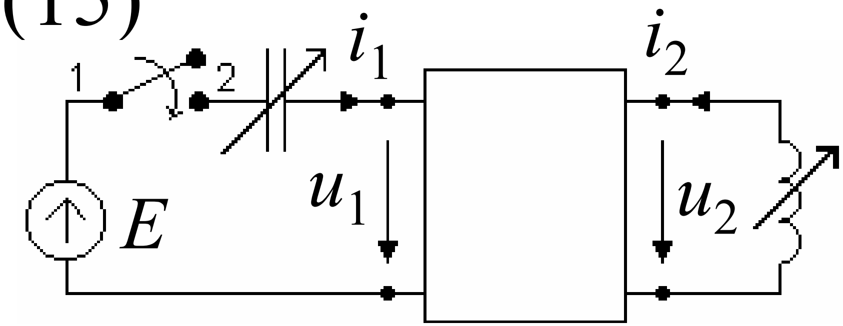
$$i_1 = \frac{dq}{dt} = \frac{\partial q}{\partial u_C} \cdot \frac{du_C}{dt} = (10^{-5} - 15.10^{-10}u_C^2)u_C'$$

Sai phân (15)

VD1

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24\text{ V (DC)}; \quad \Psi(i) = 2i - 3{,}33i^3;$$

$q_C = 10^{-5}u_C - 5.10^{-10}u_C{}^3$; $h = 0{,}2$ms; tính i_2?



$$\left.\begin{cases} 24 - u_C = 30i_1 + 20i_2 \\ (9{,}99i_2^2 - 2)i_2' = 20i_1 + 50i_2 \end{cases} \\ i_1 = (10^{-5} - 15.10^{-10}u_C^2)u_C' \right\}$$

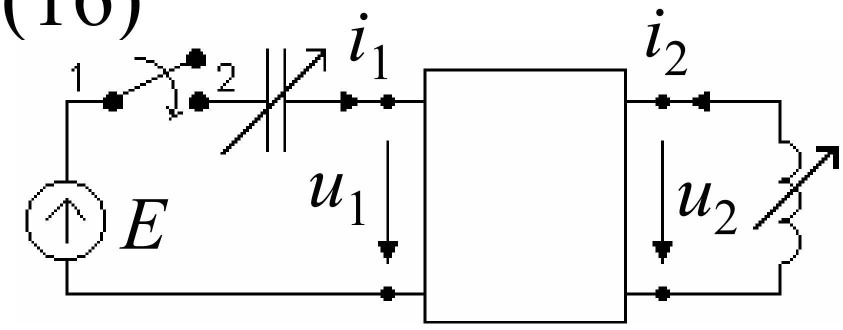
$$\to \begin{cases} 24 - u_C = 30(10^{-5} - 15.10^{-10}u_C^2)u_C' + 20i_2 \\ (9{,}99i_2^2 - 2)i_2' = 20(10^{-5} - 15.10^{-10}u_C^2)u_C' + 50i_2 \end{cases}$$

Sai phân (16)

VD1

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24 \text{ V (DC)}; \quad \Psi(i) = 2i - 3{,}33i^3;$$

$$q_C = 10^{-5}u_C - 5.10^{-10}u_C^3; \; h = 0{,}2\text{ms}; \text{ tính } i_2?$$

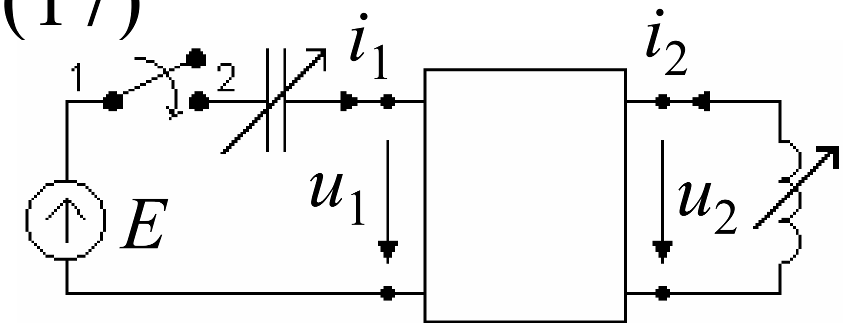


$$\begin{cases} 24 - u_C = 30(10^{-5} - 15.10^{-10}u_C^2)u_C' + 20i_2 \\ (9{,}99i_2^2 - 2)i_2' = 20(10^{-5} - 15.10^{-10}u_C^2)u_C' + 50i_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u' = \dfrac{24 - u - 20i}{30(10^{-5} - 15.10^{-10}u^2)} \\ i' = \dfrac{20(10^{-5} - 15.10^{-10}u^2)u' + 50i}{9{,}99i^2 - 2} \end{cases}$$

Sai phân (17)

VD1

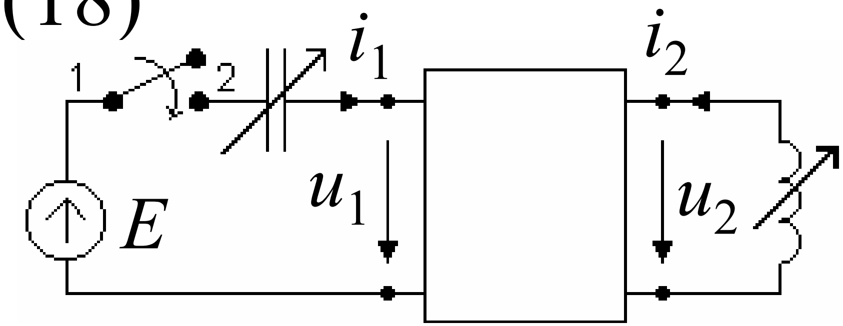


$$\left.\begin{aligned}&\begin{cases} u' = \dfrac{24 - u - 20i}{30(10^{-5} - 15.10^{-10}u^2)} \\ i' = \dfrac{20(10^{-5} - 15.10^{-10}u^2)u' + 50i}{9{,}99i^2 - 2} \end{cases} \\ &u_k' = \frac{u_{k+1} - u_k}{h} \\ &i_k' = \frac{i_{k+1} - i_k}{h} \end{aligned}\right\}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \dfrac{u_{k+1} - u_k}{h} = \dfrac{24 - u_k - 20i_k}{30(10^{-5} - 15.10^{-10}u_k^2)} \\ \dfrac{i_{k+1} - i_k}{h} = \dfrac{20(10^{-5} - 15.10^{-10}u_k^2)\dfrac{u_{k+1} - u_k}{h} + 50i_k}{9{,}99i_k^2 - 2} \end{cases}$$

Sai phân (18)

VD1



$$\begin{cases} \dfrac{u_{k+1}-u_k}{h} = \dfrac{24-u_k-20i_k}{30(10^{-5}-15.10^{-10}u_k^2)} \\ \dfrac{i_{k+1}-i_k}{h} = \dfrac{20(10^{-5}-15.10^{-10}u_k^2)\dfrac{u_{k+1}-u_k}{h}+50i_k}{9,99i_k^2-2} \end{cases}$$

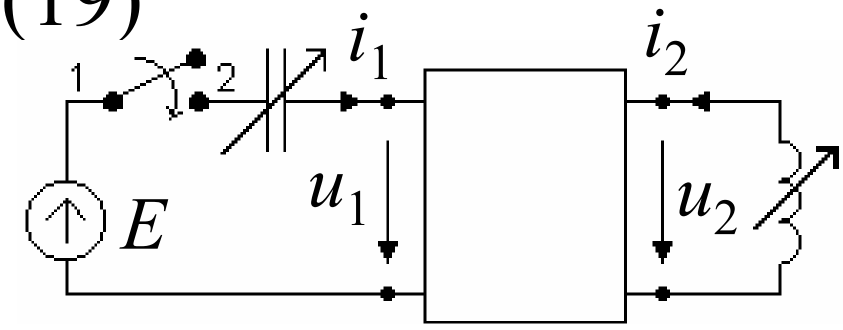
$$\rightarrow \begin{cases} u_{k+1} = h\dfrac{24-u_k-20i_k}{30(10^{-5}-15.10^{-10}u_k^2)}+u_k \\ i_{k+1} = \dfrac{20(10^{-5}-15.10^{-10}u_k^2)(u_{k+1}-u_k)+50hi_k}{9,99i_k^2-2}+i_k \end{cases}$$

Sai phân (19)

VD1

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24\text{ V (DC)}; \quad \Psi(i) = 2i - 3{,}33i^3;$$

$q_C = 10^{-5}u_C - 5.10^{-10}u_C^3$; $h = 0{,}2$ms; tính i_2?



$u_0 = u_C(0) = 0$

$i_0 = i_L(0) = 0$

$$\begin{cases} u_{k+1} = h\dfrac{24 - u_k - 20i_k}{30(10^{-5} - 15.10^{-10}u_k^2)} + u_k \\ i_{k+1} = \dfrac{20(10^{-5} - 15.10^{-10}u_k^2)(u_{k+1} - u_k) + 50hi_k}{9{,}99i_k^2 - 2} + i_k \end{cases}$$

k	0	1	2	
u_k (V)	0	16,00	21,57	
i_k (A)	0	–0,0016	–0,0021	

Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
  - Khái niệm
  - Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn
  - Phương pháp tham số bé
  - Phương pháp sai phân
  - **Không gian trạng thái**
    - Khái niệm
    - Ứng dụng
    - Cách xây dựng quỹ đạo pha trong không gian trạng thái
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

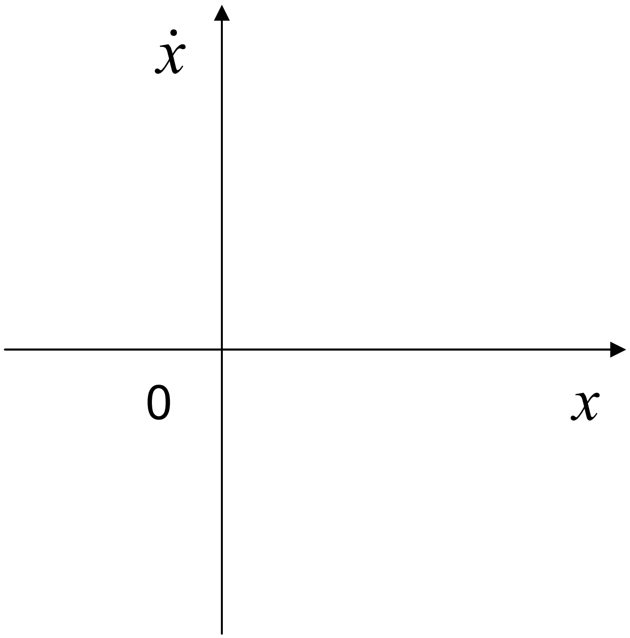
Khái niệm (1)

- Mặt phẳng pha/quỹ đạo pha
- Biểu diễn quan hệ

$$\dot{x} = f(x)$$

trên mặt phẳng pha

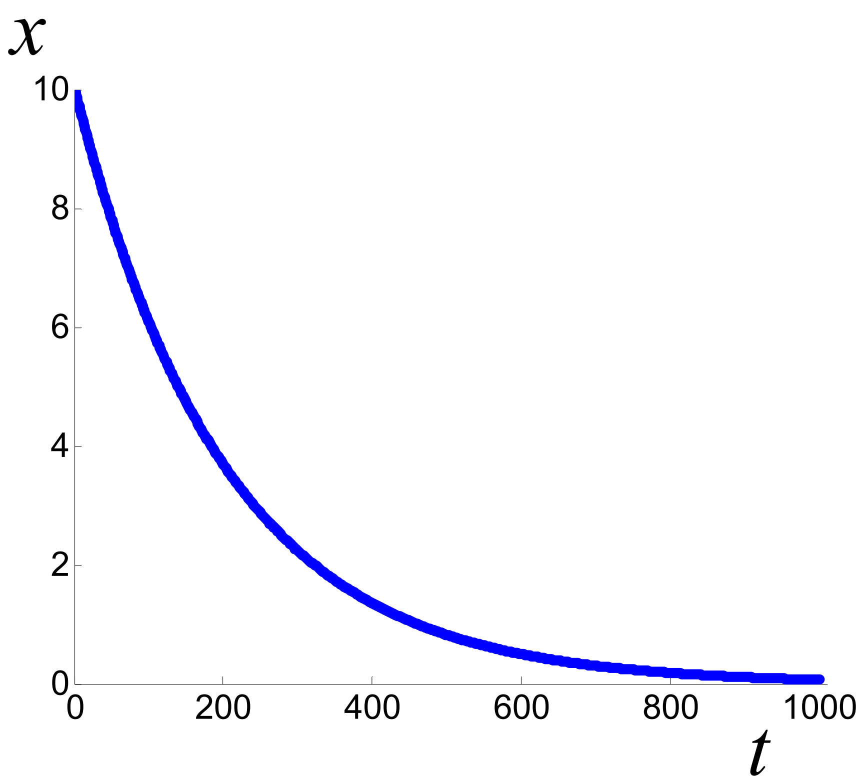
- Mặt phẳng pha:
  - trục hoành: x
  - trục tung: $\dot{x}$

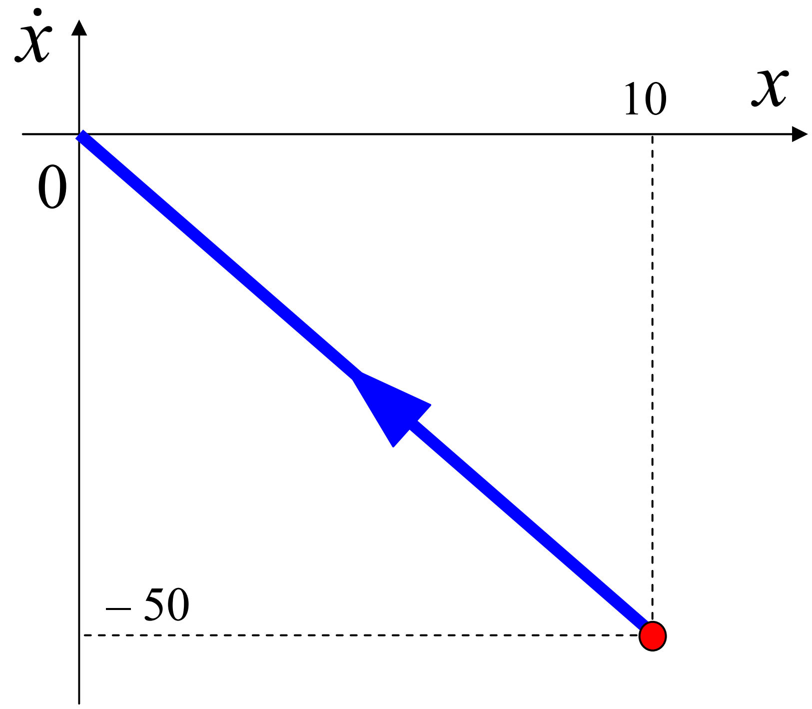


- Áp dụng cho cả tuyến tính & phi tuyến
- Chỉ nên áp dụng cho phương trình vi phân có cấp đến 2

Khái niệm (2)

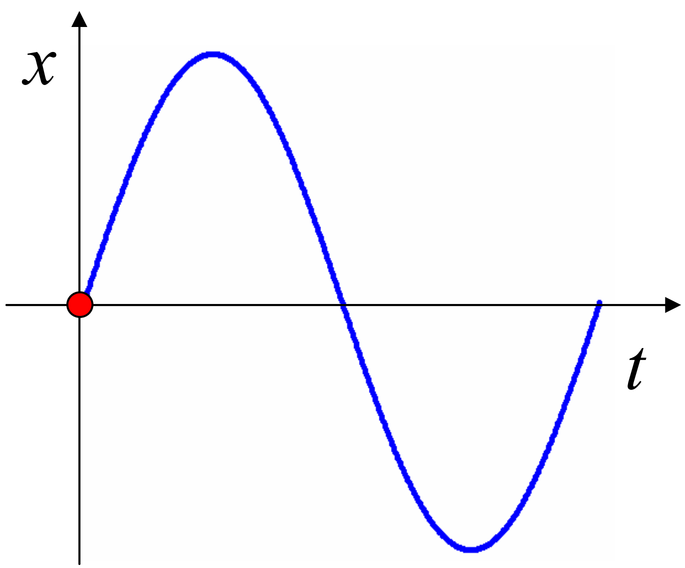
$$x = 10e^{-5t} \quad \rightarrow \dot{x} = -5.10e^{-5t} = -5x$$

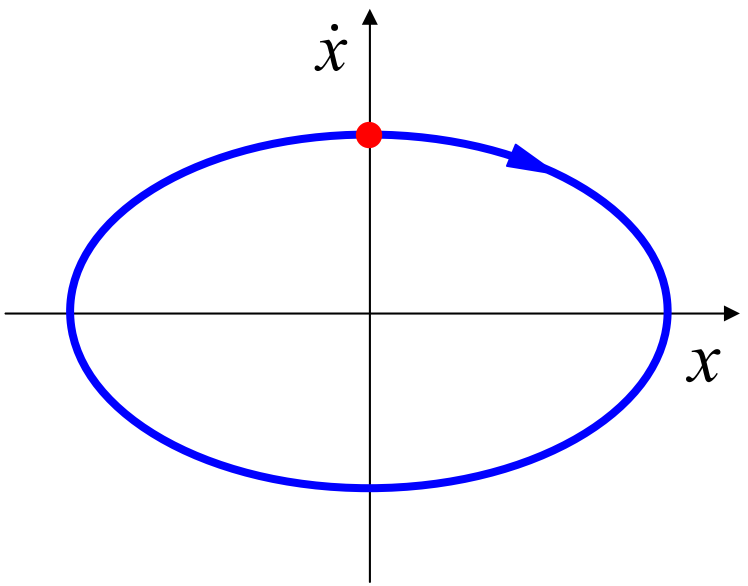




Khái niệm (3)

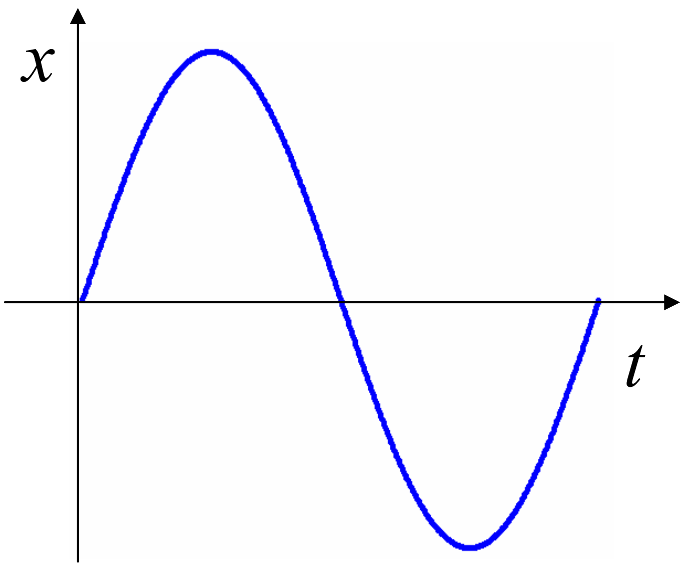
$$x(t) = A\sin\omega t \quad \rightarrow \dot{x} = \omega A\cos\omega t \quad \rightarrow \frac{x^2}{A^2} + \frac{\dot{x}^2}{(\omega A)^2} = 1$$

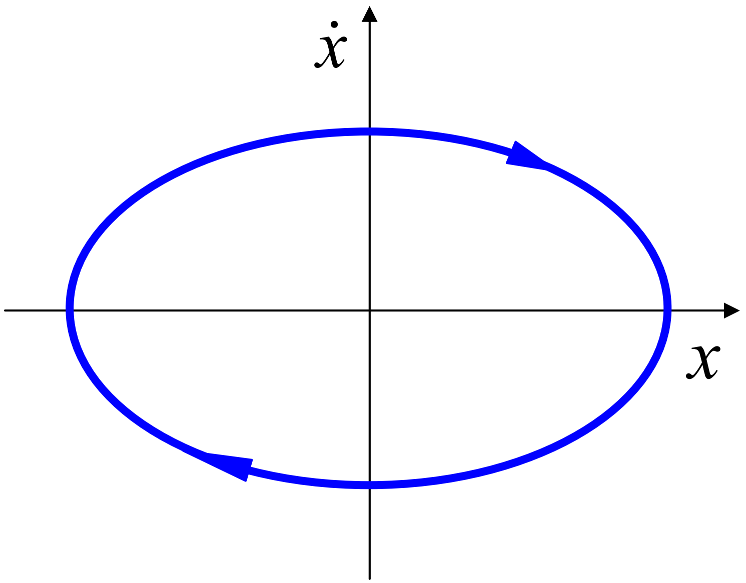




Chiều chuyển động của điểm trạng thái

- Nửa mặt phẳng trên: $\dot{x} > 0$ → x tăng → từ trái sang phải
- Nửa mặt phẳng dưới: $\dot{x} < 0$ → x giảm → từ phải sang trái





Ứng dụng (1)

- (có thể) Tìm được $x(t)$
- Khảo sát tính chất của $x(t)$
- Khảo sát sự phụ thuộc của quá trình quá độ vào sơ kiện

Ứng dụng (2)

- Tìm $x(t)$

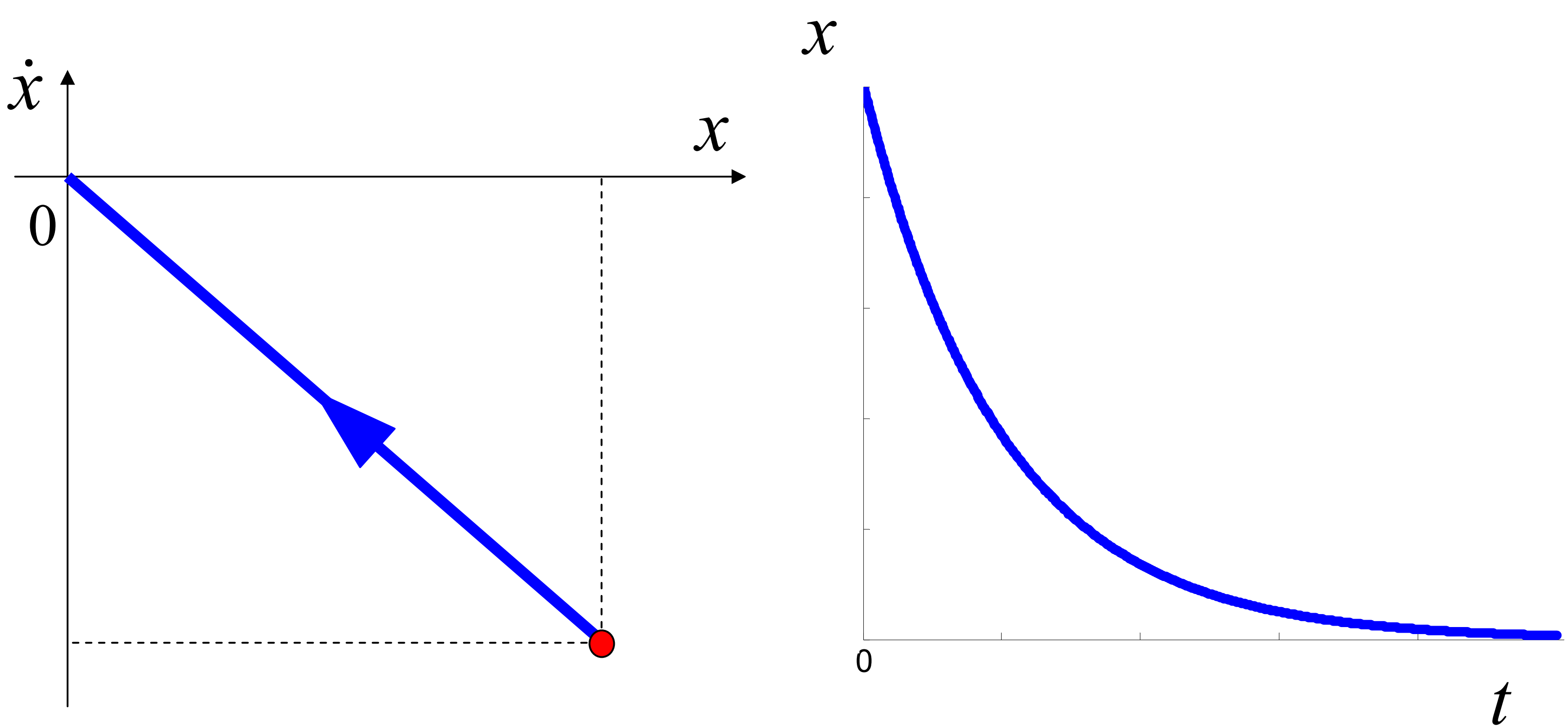
$$\left.\begin{array}{l} \dot{x} = \dfrac{dx}{dt} \quad \to dt = \dfrac{dx}{\dot{x}} \\ \qquad\qquad t = \displaystyle\int_0^t dt \end{array}\right\} \to t = \int_{x(0)}^{x} \frac{dx}{\dot{x}}$$

$$\left.\begin{array}{l} t = \displaystyle\int_{x(0)}^{x} \frac{dx}{\dot{x}} \\ \dot{x} = f(x) \end{array}\right\} \to t = \int_{x(0)}^{x} \frac{dx}{f(x)} = \varphi(x)$$

$$\to x(t) = \varphi^{-1}(x)$$

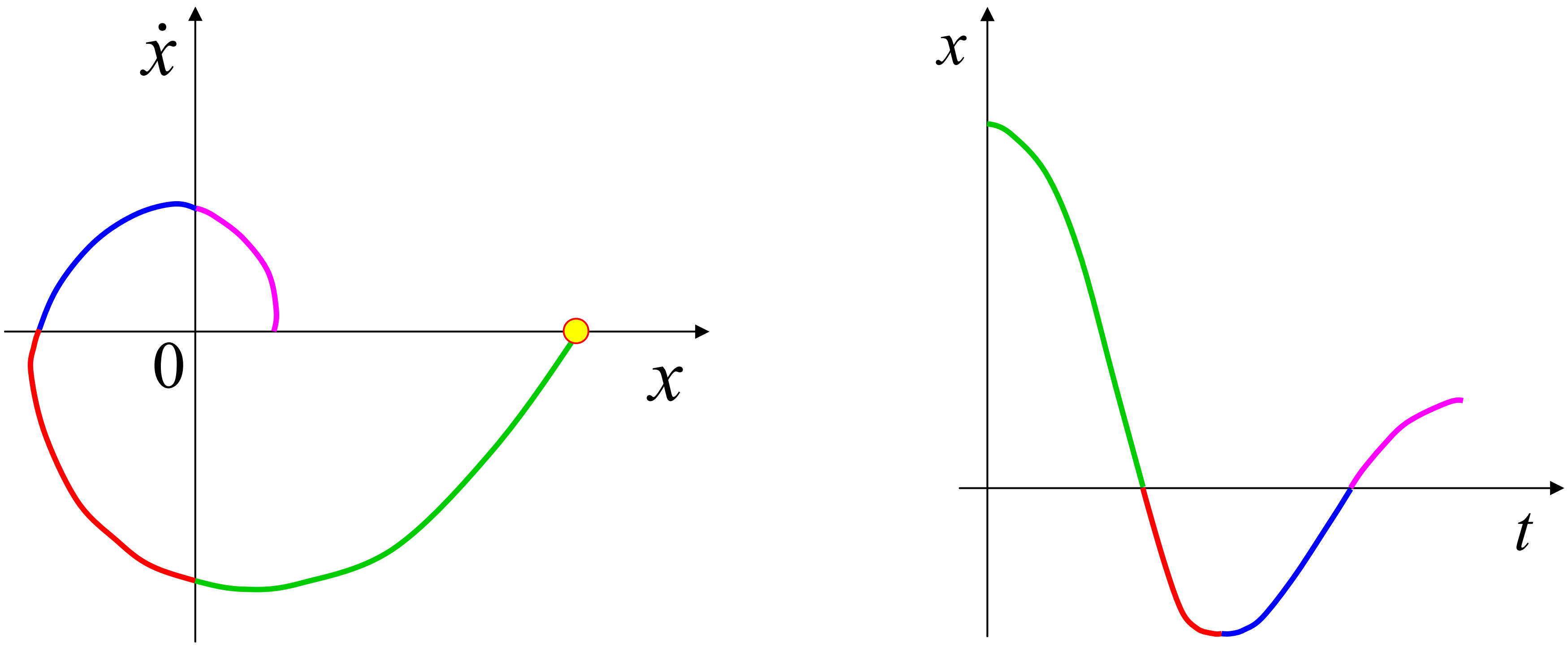
Ứng dụng (3)

- Khảo sát tính chất của $x(t)$



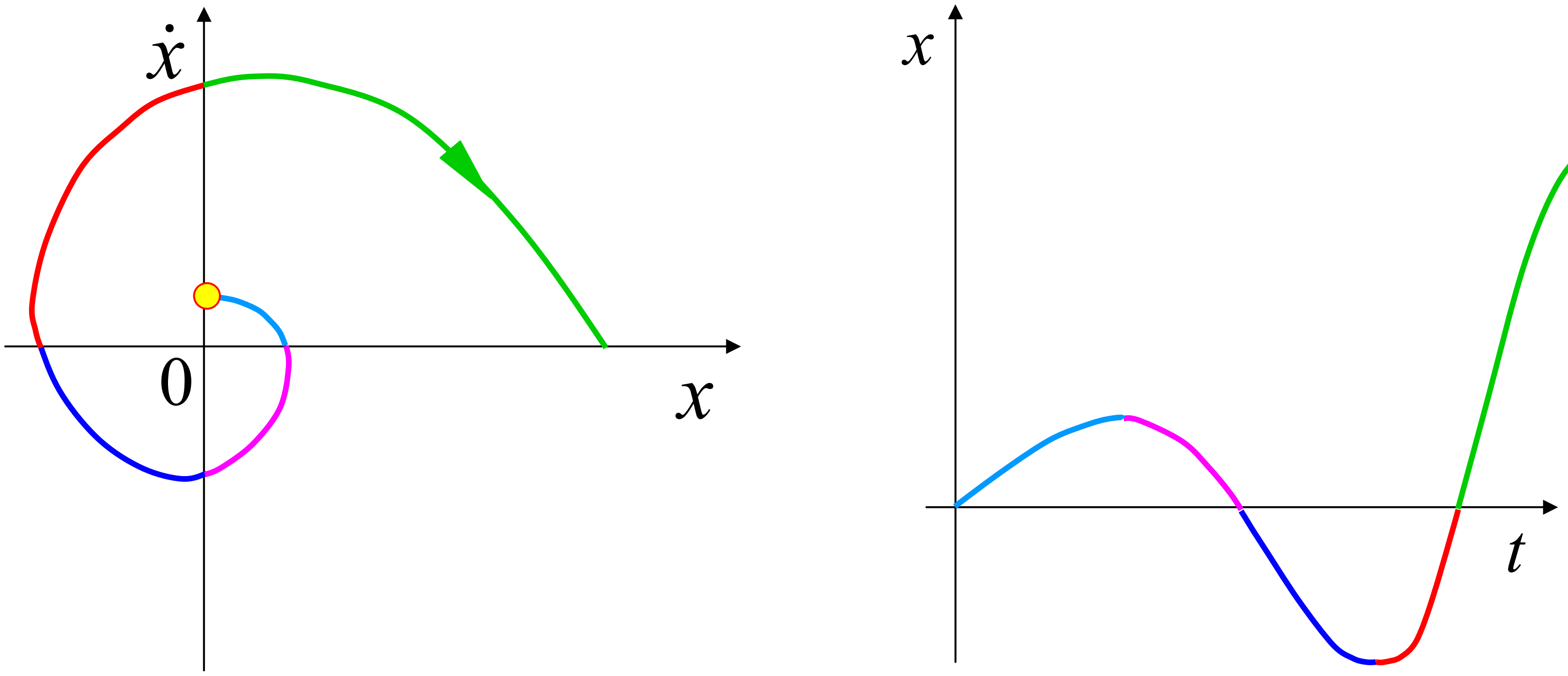
Ứng dụng (4)

- Khảo sát tính chất của $x(t)$



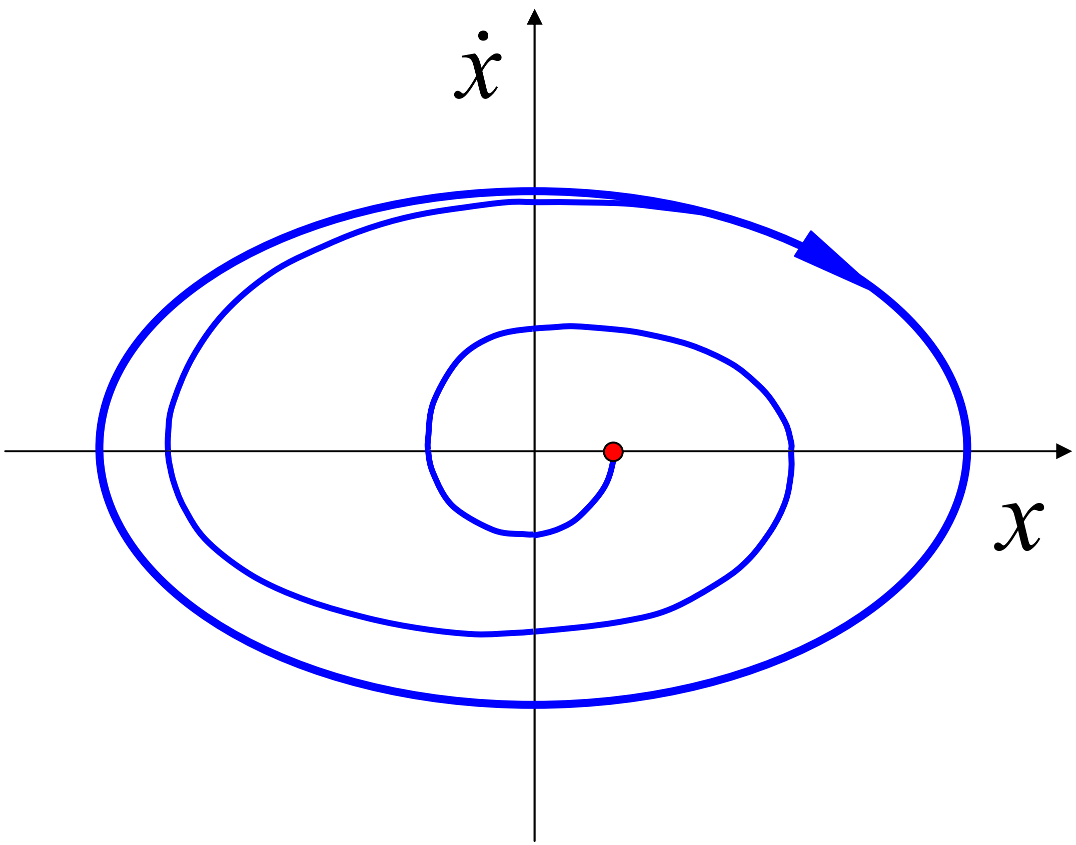
Ứng dụng (5)

- Khảo sát tính chất của $x(t)$



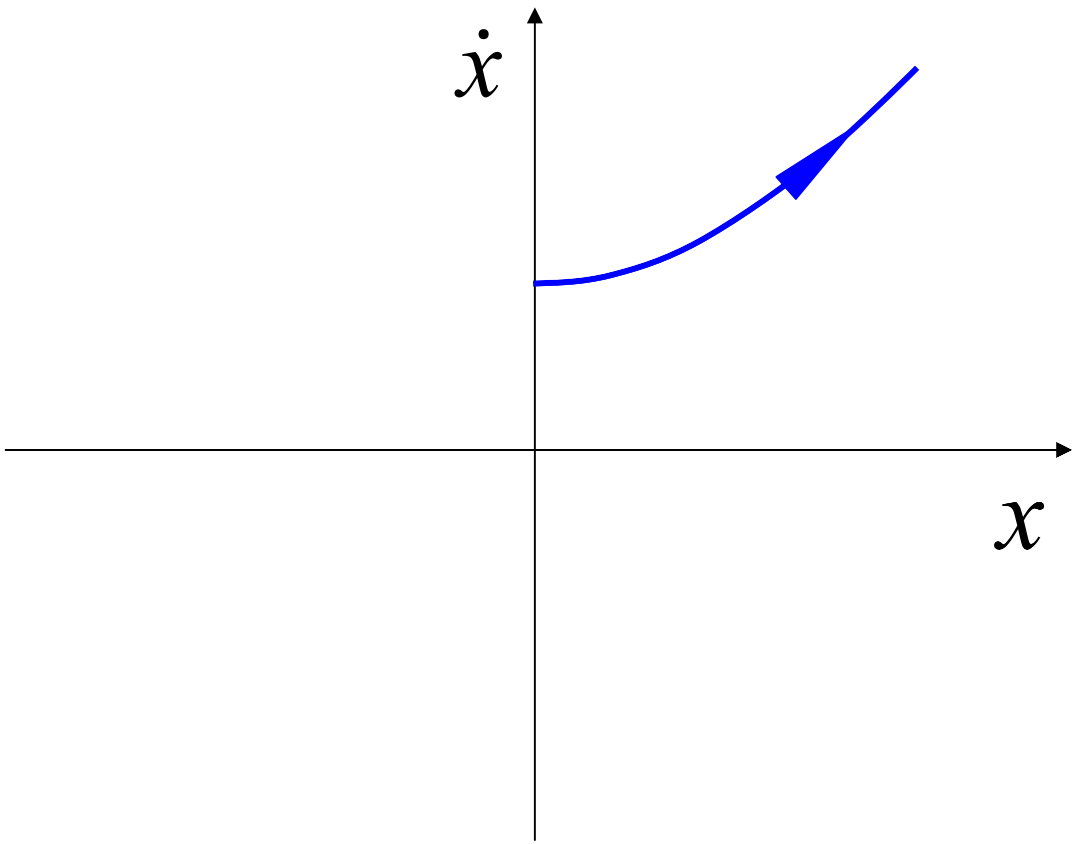
Ứng dụng (6)

- Khảo sát tính chất của $x(t)$



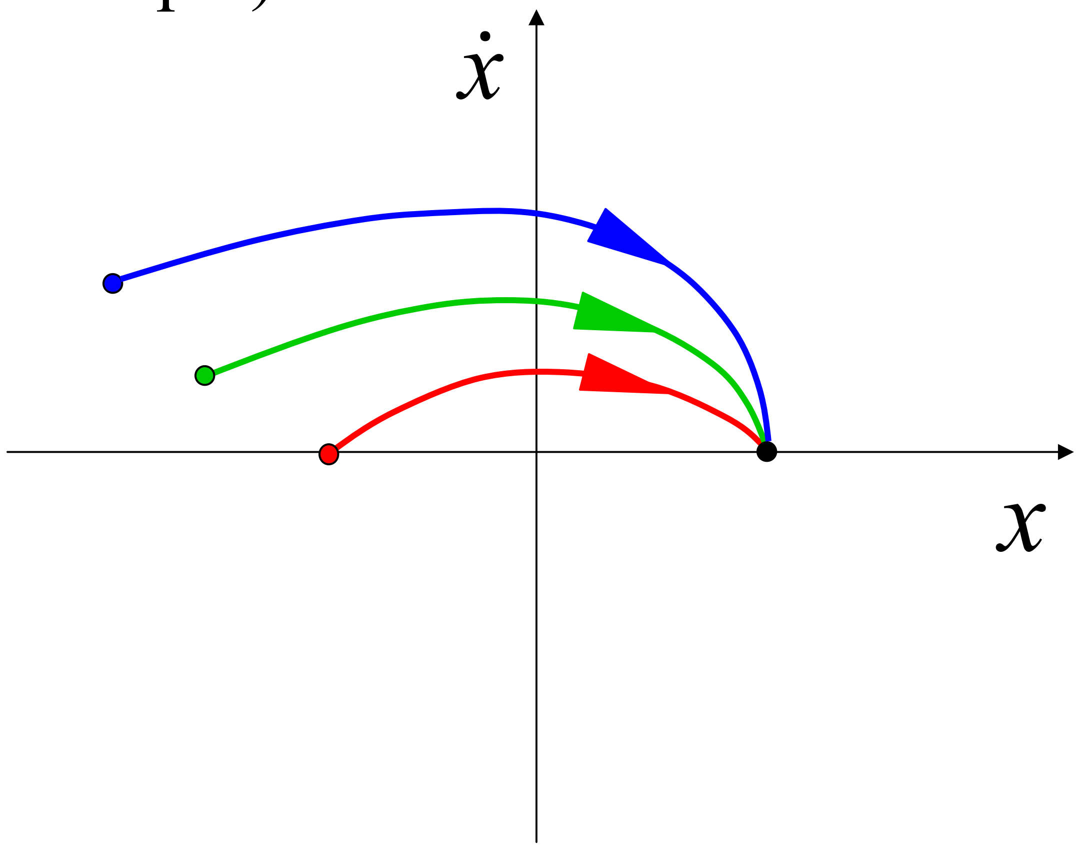
Ứng dụng (7)

- Khảo sát tính chất của $x(t)$



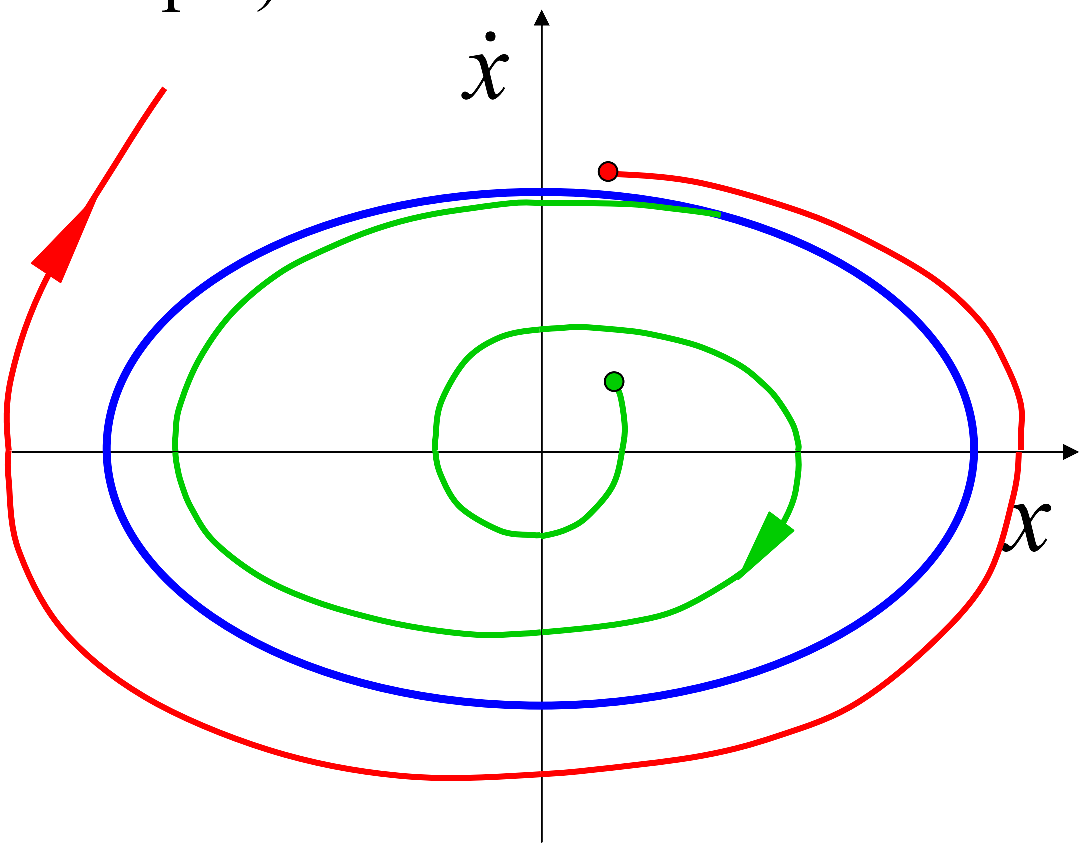
Ứng dụng (8)

- Khảo sát sự phụ thuộc của quá trình quá độ vào sơ kiện (phương trình cấp 2)



Ứng dụng (9)

- Khảo sát sự phụ thuộc của quá trình quá độ vào sơ kiện (phương trình cấp 2)



Mạch phi tuyến

Xây dựng quỹ đạo pha

- Cấp 1: trực tiếp từ phương trình
- Cấp 2:
  - Vẽ từng đoạn
  - Trường đồng nghiêng
  - Liénard

Xây dựng quỹ đạo pha trực tiếp từ phương trình

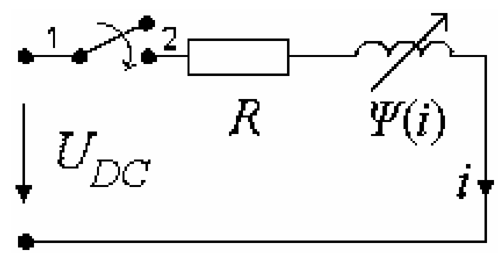
$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC}$$

$$\rightarrow Ri + (a - 3bi^2)i' = U_{DC}$$

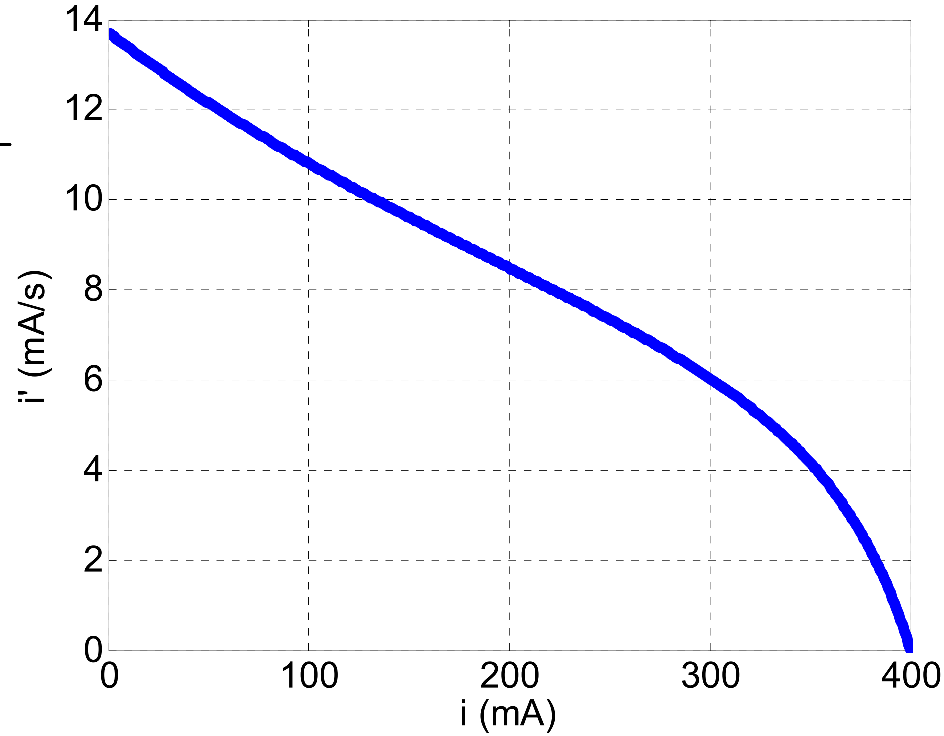
$$\rightarrow i' = \frac{U_{DC} - Ri}{a - 3bi^2} = \frac{24 - 60i}{1{,}75 - 3.2{,}8i^2}$$

$$i_{xl} = \frac{U_{DC}}{R} = \frac{24}{60} = 0{,}4\text{ A}$$

→dòng tăng từ 0 → 0,4 A



$U_{DC} = 24$V
R = 60 Ω
$\Psi(i) = ai - bi^3$
$a = 1{,}75$; $b = 2{,}8$
$i = ?$



Xây dựng quỹ đạo pha

- Cấp 1: trực tiếp từ phương trình
- **Cấp 2:**
  - **Vẽ từng đoạn**
  - **Trường đồng nghiêng**
  - **Liénard**

Vẽ từng đoạn (1)

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x})$$

$$\left.\begin{array}{l} \ddot{x} = \dfrac{d\dot{x}(x)}{dt} = \dfrac{\partial \dot{x}}{\partial x}.\dfrac{dx}{dt} \\ \dfrac{dx}{dt} = \dot{x} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} \ddot{x} = \dfrac{d\dot{x}}{dx}\dot{x} = \dot{x}\dfrac{d\dot{x}}{dx} \\ \ddot{x} = f(x, \dot{x}) \end{array}\right\} \rightarrow \dot{x}\dfrac{d\dot{x}}{dx} = f(x, \dot{x})$$

$$\rightarrow \frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}}$$

Vẽ từng đoạn (2)

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}) \rightarrow \frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}}$$

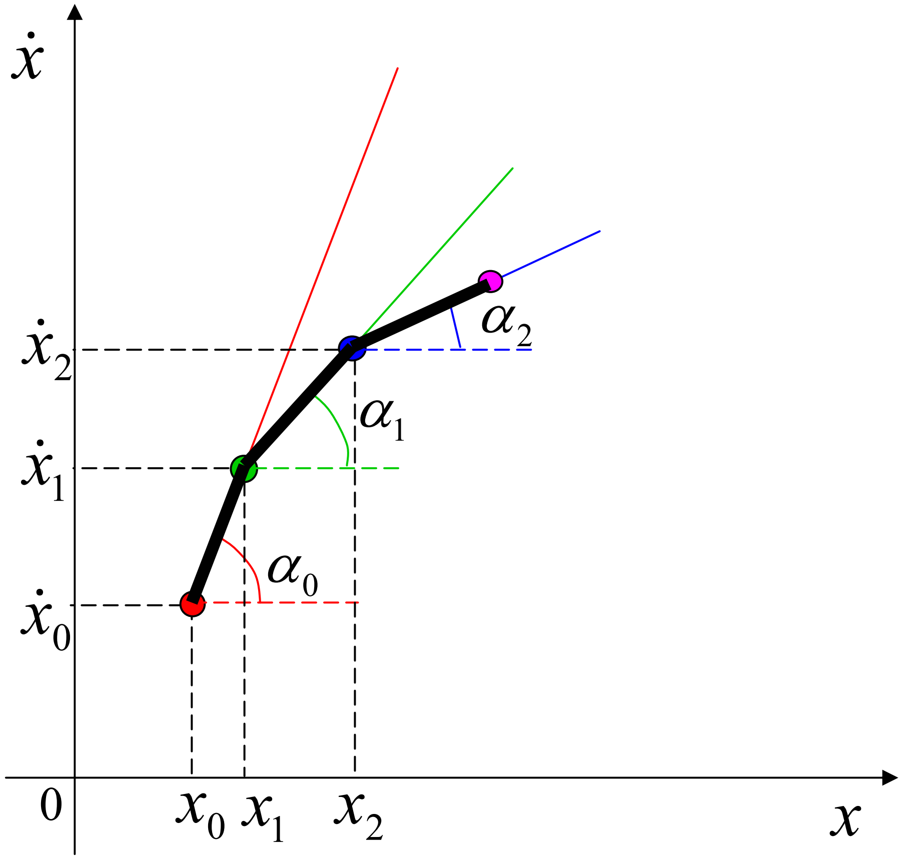
$$(x_0, \dot{x}_0) \rightarrow \tan \alpha_0 = \frac{f(x_0, \dot{x}_0)}{\dot{x}_0}$$

$$(x_1, \dot{x}_1) = (x_0 + \Delta x_0, \dot{x}_0 + \Delta x_0 \tan \alpha_0)$$

$$\rightarrow \tan \alpha_1 = \frac{f(x_1, \dot{x}_1)}{\dot{x}_1}$$

$$(x_2, \dot{x}_2) = (x_1 + \Delta x_1, \dot{x}_1 + \Delta x_1 \tan \alpha_1)$$

$$\rightarrow \tan \alpha_2 = \frac{f(x_2, \dot{x}_2)}{\dot{x}_2}$$



Vẽ từng đoạn (3)

```
x[0] = x0; y[0] = y0; delta = 0.001;
c = số_bước_tính
for(i = 0; i < c; i++){
     tan_alpha = F(x[i],y[i]);
     x[i+1] = x[i] + delta*sign(y[i]);
     y[i+1] = y[i] + tan_alpha*x[i];
}
```

Vẽ từng đoạn (4)

- Tính toán nhiều
- Có thể lập trình

Xây dựng quỹ đạo pha

- Cấp 1: trực tiếp từ phương trình
- Cấp 2:
  - Vẽ từng đoạn
  - **Trường đồng nghiêng**
  - Liénard

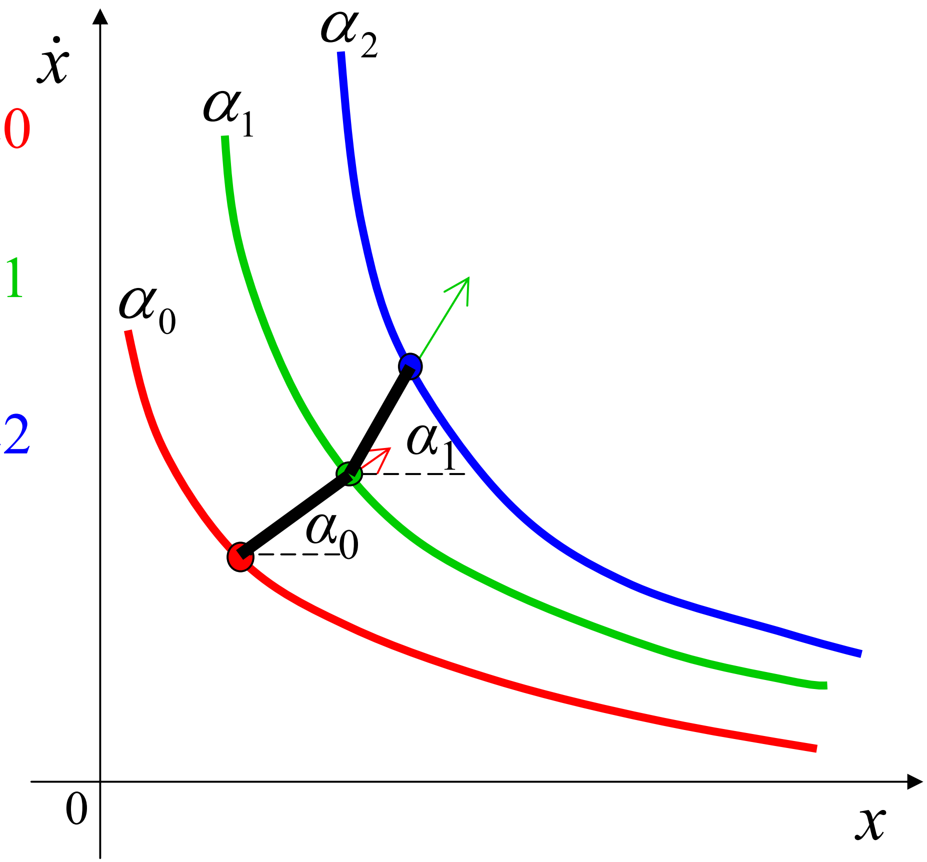
Trường đồng nghiêng (1)

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}) \rightarrow \frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}}$$

$$\alpha_0 \rightarrow \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}} = \tan \alpha_0 \rightarrow$$ đường cong C0

$$\alpha_1 \rightarrow \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}} = \tan \alpha_1 \rightarrow$$ đường cong C1

$$\alpha_2 \rightarrow \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}} = \tan \alpha_2 \rightarrow$$ đường cong C2



Trường đồng nghiêng (2)

- Không phải tính toán
- Phải vẽ nhiều đồ thị

Xây dựng quỹ đạo pha

- Cấp 1: trực tiếp từ phương trình
- Cấp 2:
  – Vẽ từng đoạn
  – Trường đồng nghiêng
  – **Liénard**

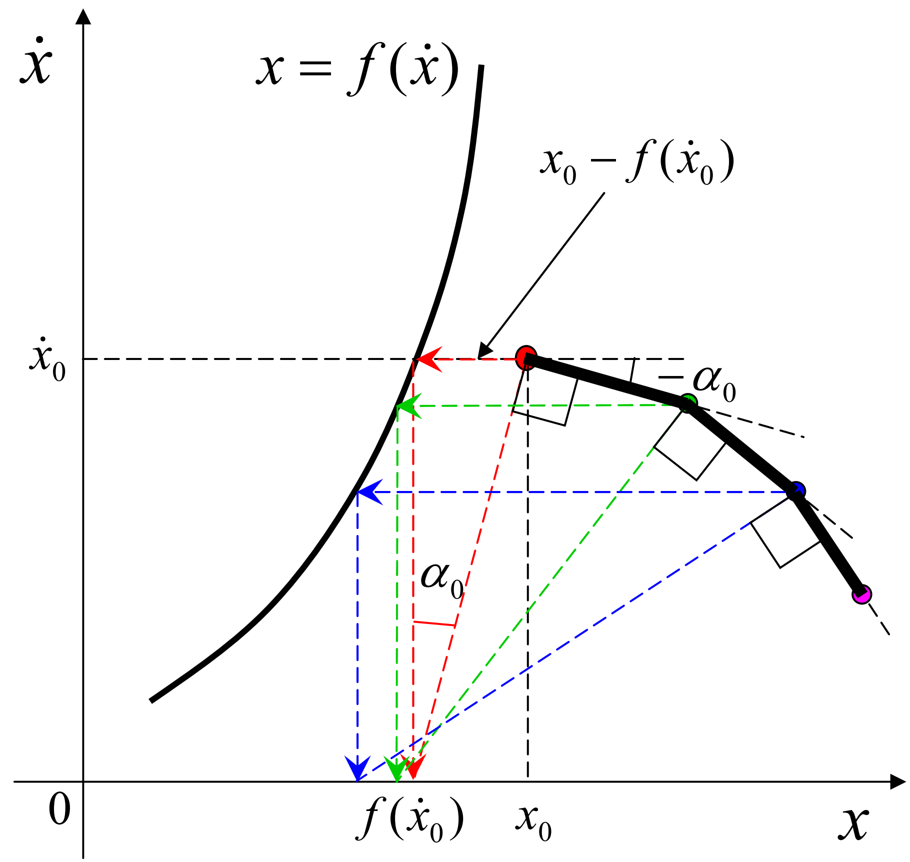
Liénard (1)

- Chỉ áp dụng cho dạng $\ddot{x} + x - f(\dot{x}) = 0$
- Vẽ trên mặt phẳng có tỉ lệ xích hai trục bằng nhau

$$\ddot{x} + x - f(\dot{x}) = 0 \to \ddot{x} = -x + f(\dot{x})$$

$$\to \frac{d\dot{x}}{dx} = -\frac{x - f(\dot{x})}{\dot{x}}$$

$$\tan\alpha_0 = \frac{x_0 - f(\dot{x}_0)}{\dot{x}_0}$$



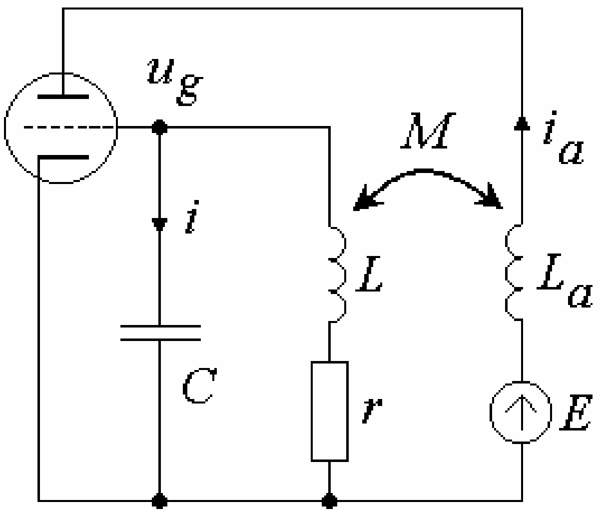
Liénard (2)

- Không phải tính toán
- Đơn giản
- Chỉ áp dụng cho trường hợp đặc biệt: $\ddot{x} + x - f(\dot{x}) = 0$

Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
- **Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính**
  – Giải phương trình vi phân
  – Chế độ xác lập
    - Chế độ hằng
    - Chế độ dao động
  – Chế độ quá độ
  – Không gian trạng thái

Giải phương trình vi phân



van der Pol: $$\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(1 - x^2)\frac{dx}{dt} + x = 0$$

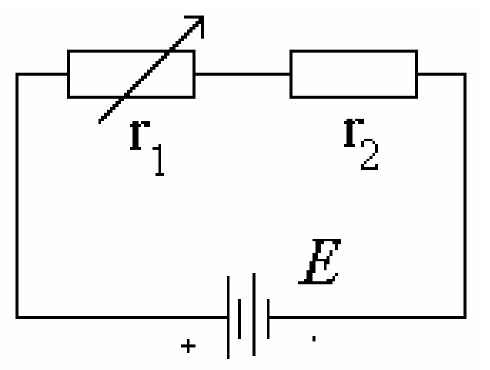
$$i_a(u_g) = au_g - bu_g^3$$

$\mu = 1000$; $x(0) = 2$; $x'(0) = 0$

```
>> vdpode_p01(1000, [2,0])
```

Mạch xác lập chế độ hằng (1)

VD1

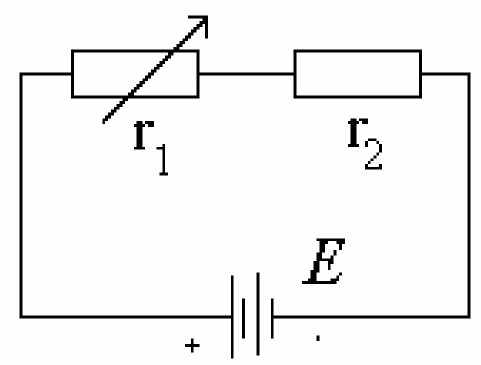


$E = 20$ V; $u_1(i) = 2i^2$
$r_2 = 10\ \Omega$; $i = ?$

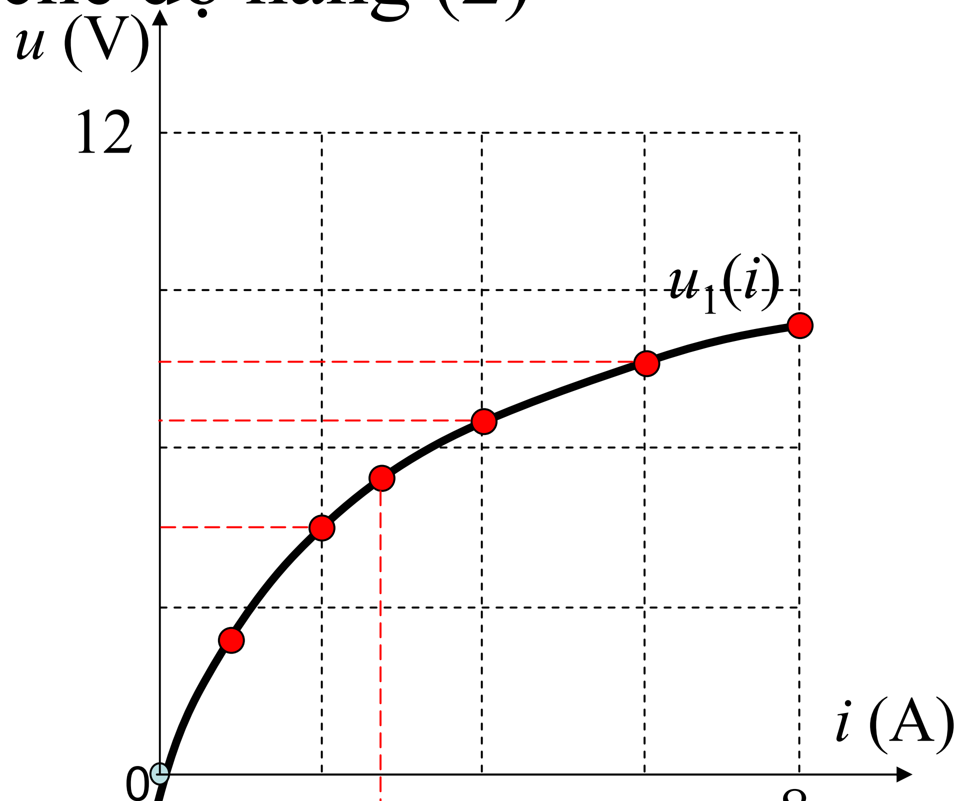
Dien_tro_phi_tuyen_function_nguonDC_xaclap_01

Mạch xác lập chế độ hằng (2)

VD2



$E = 9$ V; $r_2 = 3\ \Omega$;
$i = ?$

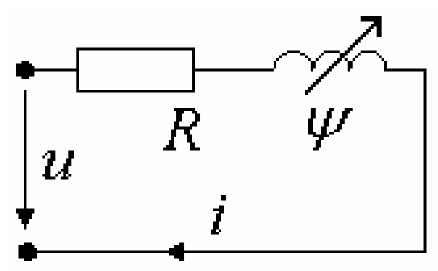


u (V)	3	5	6	7,1	8,2	9
i (V)	0,9	2	2,7	4	6	8

```
Dien_tro_phi_tuyen_lookup_nguonDC_xaclap_01
```

Mạch xác lập chế độ dao động

VD



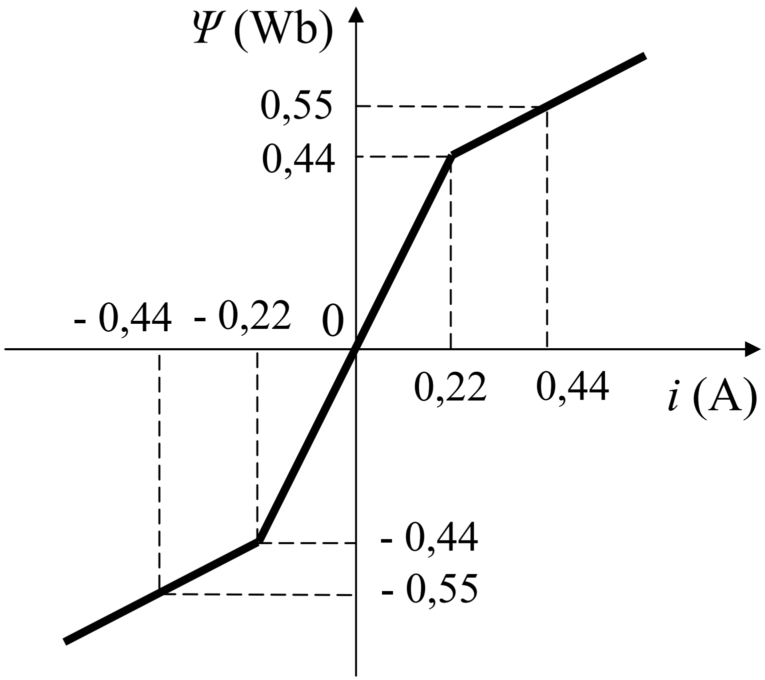
$u = U_m \sin \omega t$

$U_m = 80$ V

$f = 20$ Hz

$R = 5\ \Omega$

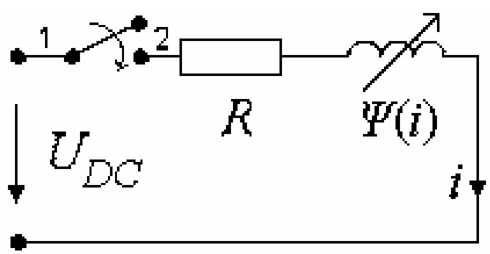
$i = ?$



Cuon_cam_phi_tuyen_lookup_nguonAC_xaclap_02

Mạch quá độ (1)

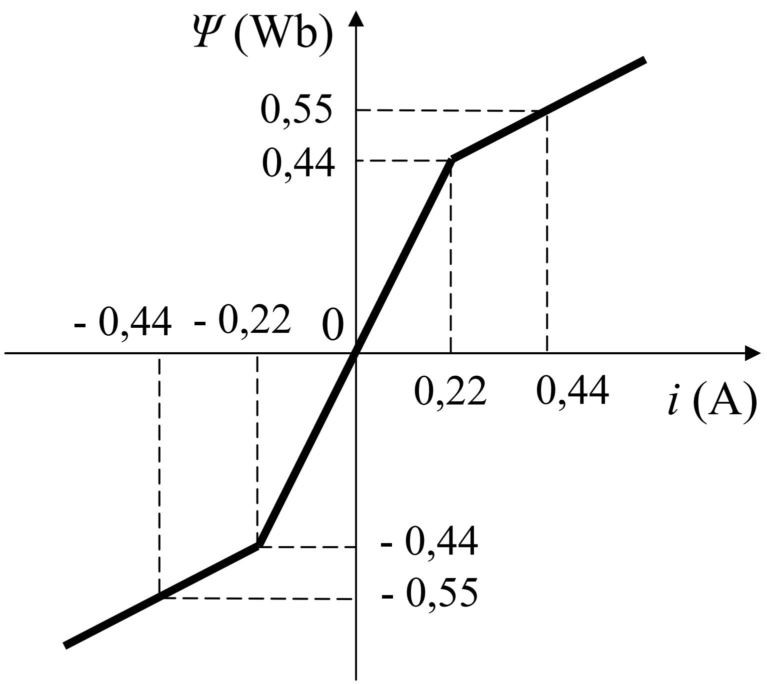
VD1



$U_{DC} = 5\,\text{V}$

$R = 5\,\Omega$

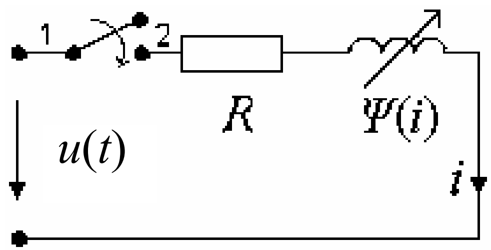
$i = ?$



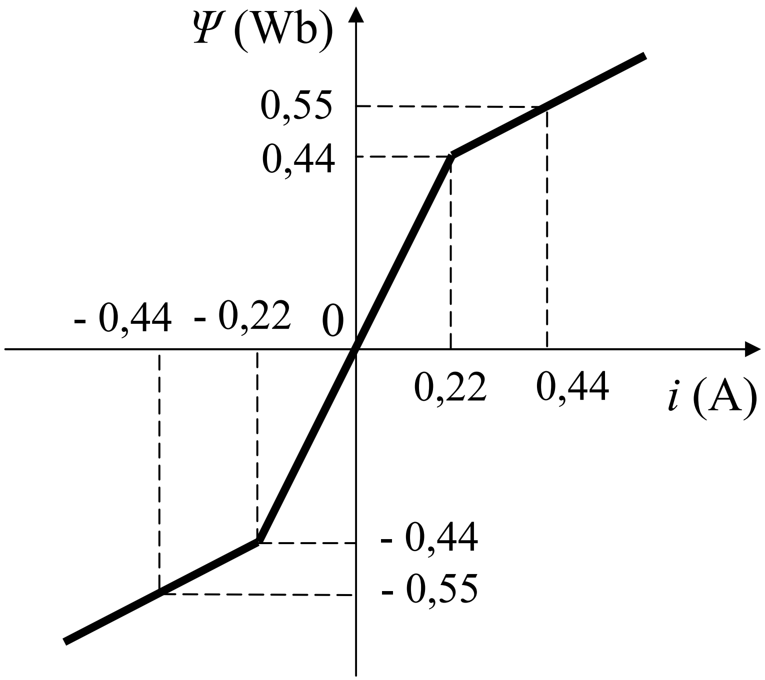
Cuon_cam_phi_tuyen_lookup_nguonDC_quado_01

Mạch quá độ (2)

VD2



$u(t) = U_m \sin\omega t$ V;
$f = 20$ Hz; R = 5 Ω;
$U_m = 40$ V; $i = ?$



`Cuon_cam_phi_tuyen_lookup_nguonAC_quado_01`

Không gian trạng thái (1)

$$\ddot{x} = -x + k\dot{x} - kx^2\dot{x} + u(t)$$

$$x_0 = -2$$

$$\dot{x}_0 = 2$$

van_der_pol_01

Không gian trạng thái (2)

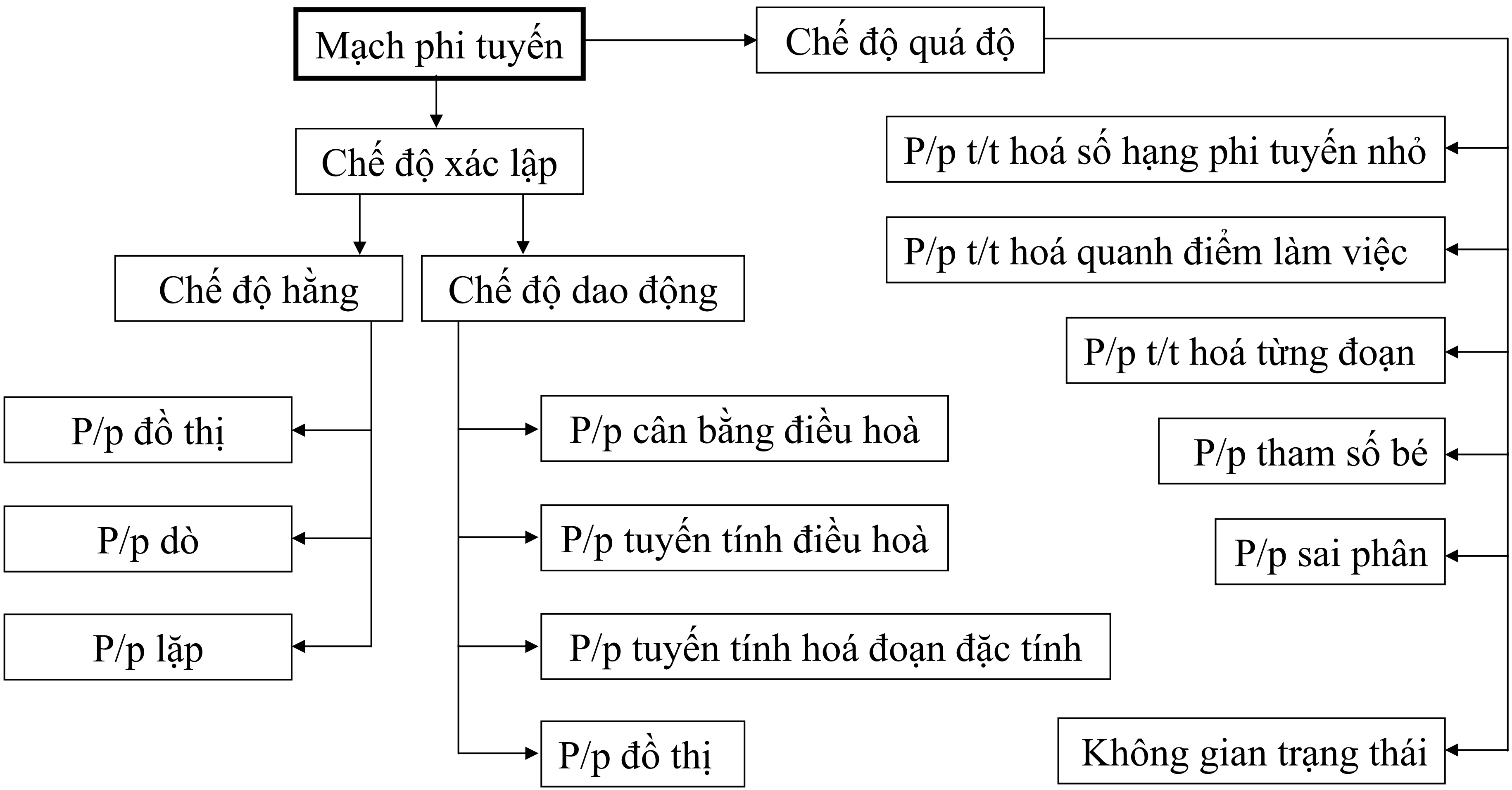
$$\ddot{x} = -a\sin x - b\dot{x} + u(t)$$

$$x_0 = 45$$

$$\dot{x}_0 = 0$$

```
pendulum
```

S. E. Lyshevski. *Engineering and Scientific Computations Using Matlab*. Wiley, 2003


Mạch phi tuyến
Chế độ quá độ
Chế độ xác lập
Chế độ hằng
Chế độ dao động
P/p đồ thị
P/p dò
P/p lặp
P/p cân bằng điều hoà
P/p tuyến tính điều hoà
P/p tuyến tính hoá đoạn đặc tính
P/p đồ thị
P/p t/t hoá số hạng phi tuyến nhỏ
P/p t/t hoá quanh điểm làm việc
P/p t/t hoá từng đoạn
P/p tham số bé
P/p sai phân
Không gian trạng thái